ଗଣିତ ପ୍ରକାଶ

ଅଷ୍ଟମ ଶ୍ରେଣୀ

ବିଦ୍ୟାଳୟ ଓ ଗଣଶିକ୍ଷା ବିଭାଗ
ଓଡ଼ିଶା ସରକାର

ଶିକ୍ଷକ ଶିକ୍ଷା ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଳୟ ଏବଂ ରାଜ୍ୟ ଶିକ୍ଷା ଗବେଷଣା ଓ
ପ୍ରଶିକ୍ଷଣ ପରିଷଦ, ଓଡ଼ିଶା, ଭୁବନେଶ୍ୱର

ଓଡ଼ିଶା ବିଦ୍ୟାଳୟ ଶିକ୍ଷା
କାର୍ଯ୍ୟକ୍ରମ ପ୍ରାଧିକରଣ, ଭୁବନେଶ୍ୱର

ଗଣିତ ପ୍ରକାଶ

ଅଷ୍ଟମ ଶ୍ରେଣୀ

ପରୀକ୍ଷାମୂଳକ ସଂସ୍କରଣ ୨୦୨୬

ସମ୍ପାଦକ ମଣ୍ଡଳୀ :
ଡ. ହୃଷିକେଶ ଆଚାର୍ଯ୍ୟ
ଅକ୍ଷୟ କୁମାର ଷଡ଼ଙ୍ଗୀ
ମାନସ ମିଶ୍ର
ବି. ଇଷ୍ଟଦତ୍ତ ମହାପାତ୍ର
ରଶ୍ମିରେଖା ସ୍ୱାଇଁ

ସମୀକ୍ଷକ ମଣ୍ଡଳୀ :
ଡ. ନୀଳାମ୍ବର ବିଶ୍ୱାଳ
ଅକ୍ଷୟ କୁମାର ଷଡ଼ଙ୍ଗୀ
ମାନସ ମିଶ୍ର
ଡ. ତାପସ କୁମାର ନାୟକ

ସଂଯୋଜକ :
ଡ. ବାମଦେବ ତ୍ରିପାଠୀ

ବିଷୟ ବିଶେଷଜ୍ଞ :
ଡ. ନୀଳାମ୍ବର ବିଶ୍ୱାଳ
ଡ. ହୃଷିକେଶ ଆଚାର୍ଯ୍ୟ

ମୁଖ୍ୟ ସଂଯୋଜିକା :
ଡ. ସବିତା ସାହୁ

ପ୍ରକାଶକ : ବିଦ୍ୟାଳୟ ଓ ଗଣଶିକ୍ଷା ବିଭାଗ, ଓଡ଼ିଶା ସରକାର

ମୁଦ୍ରଣ ବର୍ଷ : ୨୦୨୬

ପ୍ରସ୍ତୁତି : ଶିକ୍ଷକ ଶିକ୍ଷା ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଳୟ ଏବଂ ରାଜ୍ୟ ଶିକ୍ଷା ଗବେଷଣା ଓ ପ୍ରଶିକ୍ଷଣ ପରିଷଦ, ଓଡ଼ିଶା, ଭୁବନେଶ୍ୱର

ଡିଟିପି ଓ ଡିଜାଇନ୍ : **ଓଡ଼ିଶା ରାଜ୍ୟ ପାଠ୍ୟପୁସ୍ତକ ପ୍ରଣୟନ ଓ ପ୍ରକାଶନ ସଂସ୍ଥା, ଭୁବନେଶ୍ୱର**

ମୁଦ୍ରଣ : ପାଠ୍ୟ ପୁସ୍ତକ ଉତ୍ପାଦନ ଓ ବିକ୍ରୟ, ଓଡ଼ିଶା, ଭୁବନେଶ୍ୱର

ପ୍ରସ୍ତାବନା

ଜାତୀୟ ଶିକ୍ଷାନୀତି 2020, ଏପରି ଏକ ଶିକ୍ଷା ବ୍ୟବସ୍ଥାର ପରିକଳ୍ପନା କରେ, ଯାହା ଦେଶର ଜ୍ଞାନ ଓ ମାନବ ପ୍ରୟାସର ସମସ୍ତ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଭାରତୀୟ ପ୍ରବୃତ୍ତି ଏବଂ ଏହାର ସଭ୍ୟତାଗତ ସଫଳତା ଉପରେ ପର୍ଯ୍ୟବସିତ । ଏକବିଂଶ ଶତାବ୍ଦୀର ସୁଯୋଗ ଓ ସମସ୍ୟା ସହିତ ଗଠନମୂଳକ/ରଚନାତ୍ମକ ଭାବରେ ଜଡ଼ିତ ହେବା ପାଇଁ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନଙ୍କୁ ଏହି ସମୟ ମଧ୍ୟରେ ପ୍ରସ୍ତୁତ କରିବା ଏହାର ମୂଳ ଲକ୍ଷ୍ୟ ରହିଛି । ବିଦ୍ୟାଳୟ ଶିକ୍ଷା ପାଇଁ ପ୍ରତ୍ୟେକ ସ୍ତରର ପାଠ୍ୟକ୍ରମକୁ ଉତ୍ତମରୂପେ ସ୍ଥିର କରିବା ଦିଗରେ ଜାତୀୟ ପାଠ୍ୟକ୍ରମ ଢାଞ୍ଚା-2023 ଏହାର ମୂଳ ଆଧାର ଅଟେ ।

ମାନବ ଅସ୍ତିତ୍ୱର ପାଞ୍ଚଟି ସ୍ତର (ପଞ୍ଚକୋଷ)ରେ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନଙ୍କର ଅନ୍ତର୍ନିହିତ ଦକ୍ଷତାକୁ ପରିପୁଷ୍ଟ କରି ମୌଳିକ, ପ୍ରସ୍ତୁତି ଓ ମଧ୍ୟ ପର୍ଯ୍ୟାୟରେ ଅଧିକ ଶିକ୍ଷା ଗ୍ରହଣ କରିବାପାଇଁ ସୁଯୋଗ ସୃଷ୍ଟି କରିବାର ପଦକ୍ଷେପ ନିଆଯାଇଛି । ମଧ୍ୟ ପର୍ଯ୍ୟାୟ ହେଉଛି ଷଷ୍ଠରୁ ଅଷ୍ଟମ ଶ୍ରେଣୀ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ତିନିବର୍ଷ, ଯାହା ପ୍ରସ୍ତୁତି ଓ ମାଧ୍ୟମିକ ପର୍ଯ୍ୟାୟ ଶିକ୍ଷା ପାଇଁ ଏକ ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଯୋଗ ସେତୁ ଭାବେ କାର୍ଯ୍ୟ କରେ ।

NCF-SE 2023, ମଧ୍ୟ ପର୍ଯ୍ୟାୟରେ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନଙ୍କୁ ସେମାନଙ୍କ ଜୀବନରେ ଆଗକୁ ବଢ଼ିବା ସହିତ ଅଭିବୃଦ୍ଧି ପାଇଁ ଆବଶ୍ୟକ ଦକ୍ଷତା ହାସଲ କରିବା ଲକ୍ଷ୍ୟ ରଖିଛି । ଏହାଦ୍ୱାରା ସେମାନଙ୍କର ବିଶ୍ଳେଷଣାତ୍ମକ, ଗଠନାତ୍ମକ ଏବଂ ବର୍ଣ୍ଣନାତ୍ମକ କ୍ଷମତାକୁ ବୃଦ୍ଧି କରିବା ଏବଂ ସେମାନେ ସମ୍ମୁଖୀନ ହେବାକୁ ଯାଉଥିବା ସମସ୍ୟାର ସମାଧାନ ଓ ସୁଯୋଗ ସୃଷ୍ଟି ପାଇଁ ପ୍ରସ୍ତୁତ କରିବାକୁ ପ୍ରଚେଷ୍ଟା କରାଯାଇଅଛି । ତିନୋଟି ଭାଷାରୁ ଆରମ୍ଭ କରି ନଅଟି ବିଷୟ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ପରିବ୍ୟାପ୍ତ ଏକ ବିବିଧ ପାଠ୍ୟକ୍ରମ, ଯେଉଁଥିରେ କି ଅତିକମ୍‌ରେ ଦୁଇଟି ଭାରତୀୟ ଭାଷା ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ - ବିଜ୍ଞାନ, ଗଣିତ, ସାମାଜିକ ବିଜ୍ଞାନ, କଳାଶିକ୍ଷା, ଶାରୀରିକ ଶିକ୍ଷା ଓ ସୁସ୍ଥତା ଏବଂ ଧନ୍ଦାମୂଳକ ଶିକ୍ଷା ସେମାନଙ୍କର ସାମଗ୍ରୀକ ବିକାଶକୁ ଅଗ୍ରଗାମୀ କରାଇଥାଏ ।

ଏପରି ଏକ ପରିବର୍ତ୍ତନଶୀଳ ଶିକ୍ଷଣ ସଂସ୍କୃତି ପାଇଁ କିଛି ଆବଶ୍ୟକୀୟ ସର୍ତ୍ତାବଳୀ ଦରକାର କରେ । ସେଥିମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିଏ ହେଉଛି ବିଭିନ୍ନ ପାଠ୍ୟକ୍ରମ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଉପଯୁକ୍ତ ପାଠ୍ୟପୁସ୍ତକ ରହିବା, କାରଣ ଏହି ପାଠ୍ୟପୁସ୍ତକଗୁଡ଼ିକ ବିଷୟବସ୍ତୁ ଏବଂ ଶିକ୍ଷାଦାନ ମଧ୍ୟରେ ସଂପର୍କ ସ୍ଥାପନ କରିବାରେ ଏକ କେନ୍ଦ୍ରୀୟ ଭୂମିକା ଗ୍ରହଣ କରିବେ, ଯାହା ଶ୍ରେଣୀଗୃହ ଶିକ୍ଷାଦାନ ଓ ଶିକ୍ଷଣ ଅନ୍ୱେଷଣ ଏବଂ ଅନୁସନ୍ଧାନ ପାଇଁ ସୁଯୋଗ ମଧ୍ୟରେ ଏକ ଯୁକ୍ତିସଂଗତ ସନ୍ତୁଳନ ସ୍ଥାପନ କରିବ । ଅନ୍ୟାନ୍ୟ ସର୍ତ୍ତାବଳୀ ମଧ୍ୟରେ, ପାଠ୍ୟକ୍ରମ ମଧ୍ୟରେ ଏବଂ ବାହାରେ ଧାରଣାଗତ ସଂଯୋଗ ସ୍ଥାପନ ପାଇଁ ଶ୍ରେଣୀଗୃହ ସଜ୍ଜିକରଣ ଓ ଶିକ୍ଷକ ପ୍ରସ୍ତୁତି ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ଅଟେ । ରାଜ୍ୟ ଶିକ୍ଷା ଗବେଷଣା ଓ ପ୍ରଶିକ୍ଷଣ ପରିଷଦ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନଙ୍କୁ ଏହିପରି ଉଚ୍ଚମାନର ପାଠ୍ୟପୁସ୍ତକ ଯୋଗାଇଦେବା ପାଇଁ ପ୍ରତିଶ୍ରୁତିବଦ୍ଧ । ଏହି ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟରେ, ଅଭିଜ୍ଞ ବିଷୟ ବିଶେଷଜ୍ଞ, ଶିକ୍ଷାବିତ୍ ଏବଂ କାର୍ଯ୍ୟରତ ଶିକ୍ଷକମାନଙ୍କୁ ସଦସ୍ୟ ଭାବରେ ନେଇ ବିଭିନ୍ନ ପାଠ୍ୟକ୍ରମର କମିଟି ଗଠନ କରି ଉଚ୍ଚମାନର ପାଠ୍ୟପୁସ୍ତକ ବିକଶିତ କରିବାପାଇଁ ସମସ୍ତ ଆବଶ୍ୟକୀୟ ପଦକ୍ଷେପ ଗ୍ରହଣ କରାଯାଇଛି । ଅଷ୍ଟମ ଶ୍ରେଣୀ ପାଇଁ ଗଣିତ ପାଠ୍ୟପୁସ୍ତକ 'ଗଣିତ ପ୍ରକାଶ'

ଗାଣିତିକ ଚିନ୍ତନ ପାଇଁ ଏକ ସ୍ଫୁଲିଙ୍ଗ ସୃଷ୍ଟି କରିବା ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟରେ NEP-2020 ଏବଂ NCF-SE 2023 ର ଆକାଂକ୍ଷା ସହିତ ସମନ୍ୱୟ ରକ୍ଷା କରେ । ଅଷ୍ଟମ ଶ୍ରେଣୀ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନଙ୍କ ପାଇଁ ପ୍ରସ୍ତୁତ ହୋଇଥିବା ଏହି ପାଠ୍ୟପୁସ୍ତକ, ଷଷ୍ଠଶ୍ରେଣୀରେ ଆରମ୍ଭ ହୋଇଥିବା ଗଣିତ ଦୁନିଆରୁ ଏହାର ଯାତ୍ରାରମ୍ଭ କରିଅଛି । ଏହି ଯାତ୍ରା ସମୟରେ ଦୈନନ୍ଦିନ ଜୀବନ ପରିସ୍ଥିତିରୁ ଧାରଣା ଓ ସମସ୍ୟା ଉପସ୍ଥାପିତ କରାଯାଇଛି । ଯାହାଫଳରେ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନେ ସହଜରେ ଗାଣିତିକ ଧାରଣାଗୁଡ଼ିକୁ ସେଗୁଡ଼ିକ ସହିତ ସଂପର୍କିତ କରିପାରିବେ । ପୁସ୍ତକଟିରେ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନଙ୍କୁ ସେମାନଙ୍କ ଚାରିପାଖରେ ଥିବା ସଂରଚନା ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣ ଓ ଅନୁସନ୍ଧାନ କରିବାପାଇଁ ଏବଂ ନିଜେ ଗାଣିତିକ ଅବଧାରଣା ଆବିଷ୍କାର କରିବା ନିମନ୍ତେ ସୁଯୋଗ ସୃଷ୍ଟି କରାଯାଇଛି । ଏହି ପୁସ୍ତକରେ ଗଣିତକୁ ବିଜ୍ଞାନ, ସାମାଜିକ ବିଜ୍ଞାନ ସହିତ ପରିବେଶ ଶିକ୍ଷା, ମୂଲ୍ୟବୋଧଭିତ୍ତିକ ଶିକ୍ଷା, ଅନ୍ତର୍ନିବେଶୀ ଶିକ୍ଷା ଏବଂ ଭାରତୀୟ ଜ୍ଞାନ ପ୍ରଣାଳୀ ପରି ବିଷୟବସ୍ତୁ ସହିତ ସମନ୍ୱିତ କରିବାକୁ ପ୍ରୟାସ କରିଅଛି । ଅଧିକ ଜଟିଳ ଗାଣିତିକ ଅବଧାରଣା ବୁଝିବାପାଇଁ ରଙ୍ଗୀନ୍ ଚିତ୍ର ଏବଂ ପାରସ୍ପରିକ ଅଭ୍ୟାସ ଏହି ପାଠ୍ୟପୁସ୍ତକର ଭିତ୍ତିଭୂମି ଗଠନ କରିଅଛି । ସମଗ୍ର ପୁସ୍ତକରେ କାହାଣୀ, ବାର୍ତ୍ତାଳାପ / କଥୋପକଥନ ଏବଂ ଉପାଖ୍ୟାନ ଗୁଡ଼ିକ ସଂଯୋଜିତ କରାଯାଇଛି, ଯାହା ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନଙ୍କ ପାଇଁ ସୁସଂଯୋଜ୍ୟ ଏବଂ ସୁଗମ ହୋଇପାରିବ । ପହେଳି ଏବଂ ଅଭିନବ ସମସ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନଙ୍କୁ ସେମାନଙ୍କ ଚାରିପାଖର ଦୁନିଆ ସହିତ ଗାଣିତିକ ଧାରଣାଗୁଡ଼ିକୁ ଚିନ୍ତାଶୀଳ ଭାବରେ ଜଡ଼ିତ କରିବା ସଙ୍ଗେ ସଙ୍ଗେ ଗଣିତ ବିଷୟରେ ସେମାନଙ୍କର ବୋଧଶକ୍ତି ଗଭୀର ହେବାରେ ସାହାଯ୍ୟ କରିବ ଏବଂ ସେମାନଙ୍କ କଥୋପକଥନ ସହିତ ଚିନ୍ତା ଉଦ୍ରେକକାରୀ ଧାରଣାଗୁଡ଼ିକୁ ବୁଝିବା ପାଇଁ ସକ୍ଷମ କରିବ । ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀ ବ୍ୟବସ୍ଥାରେ ସହଯୋଗ ଓ ସକ୍ରିୟ ଅଂଶଗ୍ରହଣ ଉପରେ ଧ୍ୟାନ କେନ୍ଦ୍ରିତ ହୋଇଅଛି ।

ଏହି ପାଠ୍ୟପୁସ୍ତକ ବ୍ୟତୀତ, ଏହି ପର୍ଯ୍ୟାୟରେ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନଙ୍କୁ ଅନ୍ୟାନ୍ୟ ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ଶିକ୍ଷଣ ସମ୍ବଳ ଅନୁସନ୍ଧାନ କରିବା ପାଇଁ ଉତ୍ସାହିତ କରାଯିବା ଉଚିତ । ବିଦ୍ୟାଳୟ ପାଠାଗାରଗୁଡ଼ିକ ଏହିପରି ସମ୍ବଳ ଉପଲବ୍ଧ କରାଇବାରେ ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ଭୂମିକା ଗ୍ରହଣ କରିଥାନ୍ତି । ଏହାବ୍ୟତୀତ, ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନଙ୍କୁ ଏ ଦିଗରେ ମାର୍ଗଦର୍ଶନ ଓ ଉତ୍ସାହିତ କରିବାପାଇଁ ଅଭିଭାବକ ଏବଂ ଶିକ୍ଷକମାନଙ୍କ ଭୂମିକା ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ଅଟେ ।

ମୁଁ ଏହି ପାଠ୍ୟପୁସ୍ତକର ବିକାଶରେ ସାମିଲ ହୋଇଥିବା ସମସ୍ତଙ୍କ ପ୍ରତି କୃତଜ୍ଞତା ପ୍ରକାଶ କରିବା ସହିତ ଆଶା କରୁଛି ଯେ ଏହା ସମସ୍ତ ଉପଭୋକ୍ତାଙ୍କ ଆଶା ପୂରଣ କରିପାରିବ । ଆଗାମୀ ବର୍ଷଗୁଡ଼ିକରେ ଏହି ପୁସ୍ତକର ଆହୁରି ଅଧିକ ଉନ୍ନତି ପାଇଁ ମୁଁ ଏହାର ସମସ୍ତ ଉପଭୋକ୍ତାଙ୍କଠାରୁ ସୁଚିନ୍ତିତ ପରାମର୍ଶ ଓ ମତାମତ ମଧ୍ୟ ଆମନ୍ତ୍ରଣ କରୁଛି ।

(ମନୋଜ କୁମାର ପାଢ଼ୀ)
ନିର୍ଦ୍ଦେଶକ
ଶିକ୍ଷକ ଶିକ୍ଷା ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଳୟ ଏବଂ
ରାଜ୍ୟ ଶିକ୍ଷା ଗବେଷଣା ଓ
ପ୍ରଶିକ୍ଷଣ ପରିଷଦ ଓଡ଼ିଶା, ଭୁବନେଶ୍ୱର

ପୁସ୍ତକ ବିଷୟରେ

ଗଣିତ, ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନଙ୍କୁ କେବଳ ମୌଳିକ ଗାଣିତିକ କୌଶଳ ବିକାଶ କରିବାର ସାହାଯ୍ୟ କରେନାହିଁ, ବରଂ ତାର୍କିକ ଯୁକ୍ତି, ସୃଜନଶୀଳ ସମସ୍ୟା ସମାଧାନ ଏବଂ ସ୍ପଷ୍ଟ ଓ ସଂକ୍ଷିପ୍ତ ଭାବ ବିନିମୟ (ମୌଖିକ ଓ ଲିଖିତ ଉଭୟ) କ୍ଷମତା ମଧ୍ୟ ବୃଦ୍ଧି କରିଥାଏ । ବିଦ୍ୟାଳୟ ପାଠ୍ୟକ୍ରମରେ ଥିବା ଅନ୍ୟାନ୍ୟ ବିଷୟଗୁଡ଼ିକ ଯଥା ବିଜ୍ଞାନ ଏବଂ ସାମାଜିକ ବିଜ୍ଞାନ, ଏପରିକି କଳା, ଶାରୀରିକ ଶିକ୍ଷା ଏବଂ ଧନ୍ଦାମୂଳକ ଶିକ୍ଷାର ଧାରଣାଗୁଡ଼ିକ ବୁଝିବାରେ ମଧ୍ୟ ଗାଣିତିକ ଜ୍ଞାନ ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ଭୂମିକା ଗ୍ରହଣ କରେ; ଗଣିତ ଶିକ୍ଷା ସିଦ୍ଧାନ୍ତ ଓ ନିଷ୍ପତ୍ତି ନେବାରେ ସାମର୍ଥ୍ୟ ବିକାଶ କରାଇଥାଏ । ଫଳପ୍ରଦ ଅର୍ଥପୂର୍ଣ୍ଣ ଗଣତାନ୍ତ୍ରିକ ଏବଂ ଅର୍ଥନୈତିକ ଅଂଶଗ୍ରହଣ ନିମନ୍ତେ ସଂଖ୍ୟା ଓ ପରିମାଣାତ୍ମକ ଯୁକ୍ତି ଆବଶ୍ୟକ ହୋଇଥାଏ; ତେଣୁ ବିଦ୍ୟାଳୟ ଶିକ୍ଷାର ସାମଗ୍ରିକ ଲକ୍ଷ୍ୟ ହାସଲ କରିବାରେ ଗଣିତ ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ଭୂମିକା ନିଭାଇଥାଏ ।

ମଧ୍ୟସ୍ତରରେ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷା ଏକ ବହୁତ ବଡ଼ ଆହ୍ୱାନ । ତେଣୁ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀଙ୍କ ଗଣିତ ଧାରଣା ଆଧାରିତ ଅଭିଜ୍ଞତା ଓ ପରିବେଶର ନିକଟତର କରାଇବା ଭଳି ଦ୍ୱୈତ ଭୂମିକା ନିର୍ବାହ କରେ; ଅର୍ନ୍ତଜ୍ଞାନ ବିକାଶ କରିବା ସହିତ ଶୃଙ୍ଖଳାବଦ୍ଧ ଭାବନା ବଜାୟ ରଖିବା ଏବଂ ଗୁରୁତ୍ୱାରୋପ କରିବା ଦିଗରେ ଏହା ମୁଖ୍ୟ ଭୂମିକା ଗ୍ରହଣ କରେ; ଏହା ଜଟିଳ ଓ ତାର୍କିକ ଚିନ୍ତନକୁ ବିକାଶ କରିବା ସହିତ କଳାତ୍ମକ, ସୃଜନାତ୍ମକ ଏବଂ ସୌନ୍ଦର୍ଯ୍ୟ ବୋଧକୁ ମଧ୍ୟ ବିକଶିତ କରିଥାଏ; ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନଙ୍କୁ ନିଜସ୍ୱ ନୂତନ ଧାରଣାକୁ ଅନ୍ୱେଷଣ କରିବା ସହିତ ବିଶ୍ୱସ୍ତରୀୟ ସର୍ବୋତ୍କୃଷ୍ଟ ଜଣାଶୁଣା ପଦ୍ଧତିଗୁଡ଼ିକର ଶିକ୍ଷାଦାନ ପାଇଁ ପ୍ରସ୍ତୁତ ସୁଯୋଗ ପ୍ରଦାନ କରେ ।

ଏହି ପାଠ୍ୟପୁସ୍ତକ, ଗଣିତ ଶିକ୍ଷାର ଲକ୍ଷ୍ୟ ହାସଲ କରିବା ଏବଂ ସମସ୍ୟା ସମାଧାନ ଦିଗରେ ପ୍ରୟାସ କରିବା; ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀ ମାନଙ୍କର ଅର୍ନ୍ତଜ୍ଞାନ ଏବଂ କଠୋରତା ଉଭୟକୁ ବିକଶିତ କରିବାରେ ସାହାଯ୍ୟ କରିବାପାଇଁ ଅନୌପଚାରିକ ଏବଂ ଆନୁଷ୍ଠାନିକ ସଂଜ୍ଞା ଓ ପ୍ରକ୍ରିୟା ମଧ୍ୟରେ ବୈଚାରିକ ସନ୍ତୁଳନ ରକ୍ଷା କରବାକୁ ଲେଖକମାନେ ଚେଷ୍ଟା କରିଛନ୍ତି । ପାଠ୍ୟପୁସ୍ତକରେ ସକ୍ରିୟ ଏବଂ ଅଭିଜ୍ଞତାମୂଳକ ଶିକ୍ଷାକୁ ପ୍ରୋତ୍ସାହନ ଦେବାପାଇଁ ଶ୍ରେଣୀଗୃହରେ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀ-ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀ ଏବଂ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀ-ଶିକ୍ଷକ ମଧ୍ୟରେ ପ୍ରାରମ୍ଭିକ ଆଲୋଚନା ଓ ପ୍ରକ୍ରିୟା ପାଇଁ ପର୍ଯ୍ୟାପ୍ତ ସୁଯୋଗ ରହିଛି । ନିରନ୍ତର ଅନୁସନ୍ଧାନକୁ ପ୍ରୋତ୍ସାହିତ କରିବାପାଇଁ ପାଠ୍ୟପୁସ୍ତକରେ ଅନେକ ପ୍ରଶ୍ନ, ଗୋଲକଧନ୍ଦା ଏବଂ ଅଭ୍ୟାସକାର୍ଯ୍ୟର ବ୍ୟବସ୍ଥା କରାଯାଇଛି । ଶ୍ରେଣୀକକ୍ଷରେ ଆଲୋଚନାକୁ ପ୍ରୋତ୍ସାହିତ କରିବାପାଇଁ ଅନେକ ମୁକ୍ତ ଉତ୍ତରମୂଳକ ପ୍ରଶ୍ନ ରଖାଯାଇଛି ।

ପ୍ରଥମ ଅଧ୍ୟାୟ (1) : "ବର୍ଗ ଓ ଘନ"ରେ ବର୍ଗସଂଖ୍ୟା ଓ ଘନସଂଖ୍ୟା ଭଳି ବିଶେଷ ପ୍ରକାରର ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କ ସହିତ ପରିଚିତ କରାଯାଇଛି, ଯାହା ରୋଚକ ଅନୁସନ୍ଧାନ ଓ ପରିସ୍ଥିତି ମାଧ୍ୟମରେ ଉପସ୍ଥାପନ କରାଯାଇଛି ।

ଦ୍ୱିତୀୟ ଅଧ୍ୟାୟ (2) : "ଘାତର ଖେଳ"ରେ ବଡ଼ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟାକୁ କିପରି କ୍ଷୁଦ୍ର ଓ ତର୍କ ସମ୍ମତ ରୂପେ ସ୍ପଷ୍ଟ ଭାବରେ ଲେଖାଯାଇପାରିବ ଓ ପଢ଼ାଯାଇପାରିବ, ତାହା ଆଲୋଚନା କରାଯାଇଛି ।

ତୃତୀୟ ଅଧ୍ୟାୟ (3) : "ସଂଖ୍ୟାର କାହାଣୀ"ରେ ପୃଥିବୀର ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରାନ୍ତରେ ସଂଖ୍ୟାର ଧାରଣା ଓ ସଂଖ୍ୟାର ପରିପ୍ରକାଶ କିପରି ସମୟାନୁକ୍ରମେ ବିବର୍ତ୍ତିତ ହୋଇଛି ତାହା ଦିଆଯାଇଛି । ଏଥିରେ ଆଧୁନିକ ସଂଖ୍ୟାପଦ୍ଧତି କିପରି ଫଳପ୍ରଦ ଭାବେ ସୃଷ୍ଟି ହେଲା ତାହା ବର୍ଣ୍ଣନା କରାଯାଇଛି ।

ଚତୁର୍ଥ ଅଧ୍ୟାୟ (4) : "ଚତୁର୍ଭୁଜ"ରେ ଅତି ମଜାଳିଆ ଢଙ୍ଗରେ ଚାରିବାହୁ ବିଶିଷ୍ଟ ଚିତ୍ର ଓ ତତ୍ ଆଧାରିତ ସମସ୍ୟା ସମ୍ପର୍କରେ ଆଲୋଚନା କରାଯାଇଛି ।

ପଞ୍ଚମ ଅଧ୍ୟାୟ (5) : "ସଂଖ୍ୟା ଖେଳ"ରେ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କର ଧର୍ମ ସମ୍ପର୍କରେ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନେ ଅଧ୍ୟୟନ କରିବାପାଇଁ ଉଭୟ ଚିତ୍ରିତ ଉପସ୍ଥାପନ ଓ ଗାଣିତିକ ଯୁକ୍ତିର ସମନ୍ୱୟ କରିବାପାଇଁ ଅନେକ ଶିକ୍ଷଣ କାର୍ଯ୍ୟ ପ୍ରଦାନ କରାଯାଇଛି ।

ଷଷ୍ଠ ଅଧ୍ୟାୟ (6) : "ବାଣ୍ଟିଲେ ବଢ଼େ"ରେ ବୀଜଗଣିତ ସହ ସଂପର୍କିତ ଦିଗ ଏବଂ ବିଶେଷକରି ବଣ୍ଟନ ନିୟମ ସମ୍ପର୍କରେ ବିସ୍ତୃତ ବର୍ଣ୍ଣନା କରାଯାଇଛି ।

ସପ୍ତମ ଅଧ୍ୟାୟ (7) : "ସମାନୁପାତିକ ଯୁକ୍ତି-1"ରେ ଦୈନନ୍ଦିନ ଜୀବନ ପରିସ୍ଥିତି ବ୍ୟବହାର କରି ଦୁଇଟି ପରିମାଣ ମଧ୍ୟରେ ତୁଳନା କରିବାର ଏକ ନୂତନ ଉପାୟକୁ ଖୋଜିବା ବିଷୟ ଆଲୋଚନା କରାଯାଇଛି ।

ଏହି ସମସ୍ତ ଅଧ୍ୟାୟରେ କଳା, ଇତିହାସ ଏବଂ ବିଜ୍ଞାନ ସମେତ ଅନ୍ୟାନ୍ୟ ପାଠ୍ୟବିଷୟ ସହିତ ସମନ୍ୱୟ ଉପରେ ଗୁରୁତ୍ୱ ଦେବାକୁ ପ୍ରୟାସ କରାଯାଇଛି ।

ଷଷ୍ଠ ଏବଂ ସପ୍ତମଶ୍ରେଣୀ ଭଳି ଏଥିରେ ଗଳ୍ପକଥନ ଏବଂ ଶିକ୍ଷଣ କାର୍ଯ୍ୟ କରି ଶିଖିବାକୁ ସମନ୍ୱିତ କରାଯାଇ ଶିକ୍ଷଣ ଅଭିଜ୍ଞତା ସୃଷ୍ଟି କରିବା ଉପରେ ଗୁରୁତ୍ୱ ଦିଆଯାଇଛି, ଯାହା ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀଙ୍କର କୌତୂହଳ ଓ ଗଣିତ ପ୍ରତି ଭଲ ପାଇବାକୁ ଆଗକୁ ବଢ଼ାଇବ । ଏହା ଆଶା କରାଯାଏ ଶିକ୍ଷକ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନଙ୍କୁ ଆଲୋଚନା କରିବା, ଖେଳିବା, ପରସ୍ପର ସହ ମିଶି କାମ କରିବା, ବିଭିନ୍ନ ଧାରଣା ପାଇଁ ଯୁକ୍ତିସଙ୍ଗତ ତର୍କ ଉପସ୍ଥାପନ କରିବା, ଯୁକ୍ତି ଉପସ୍ଥାପନ ସମୟରେ ଥିବା ତ୍ରୁଟି ଚିହ୍ନଟ କରିବାକୁ ସୁଯୋଗ ଦେବେ; ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନେ କାର୍ଯ୍ୟ ଶେଷରେ କିଛି ପ୍ରମାଣ କରିବାର ଆକର୍ଷଣ ତାହା ବୁଝିବାର ସାମର୍ଥ୍ୟ ବିକାଶ କରିବା ଏବଂ ଅନ୍ତର୍ନିହିତ ଧାରଣାଗୁଡ଼ିକ ବିଷୟରେ ଆତ୍ମବିଶ୍ୱାସୀ ହେବାପାଇଁ ଏହା ଆବଶ୍ୟକ । ଗଣିତ ଶ୍ରେଣୀ କେବଳ କଳନବିଧି (Algorithm)ର ଯାନ୍ତ୍ରିକ ପ୍ରୟୋଗ ବୋଲି ଆଶା କରିବା ଉଚିତ ନୁହେଁ, ବରଂ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନଙ୍କୁ ସମସ୍ୟା ସମାଧାନ ପାଇଁ ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ଉପାୟ ଖୋଜିବାକୁ ଉତ୍ସାହିତ କରିବା ବିଧେୟ ।

ଜାତୀୟ ଶିକ୍ଷାନୀତି (NEP) 2020 ଅନୁଯାୟୀ ଧନ୍ଦା, ଖେଳ, କାହାଣୀ ଏବଂ ଆଲୋଚନାମୂଳକ ଅଭ୍ୟାସ ମାଧ୍ୟମରେ ଗଣନାକାରୀ ଚିନ୍ତନକୁ ମଧ୍ୟ ଧୀରେ ଧୀରେ ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ କରାଯାଇଛି । ବିଭିନ୍ନ ଧାରଣା ପାଇଁ ପ୍ରସଙ୍ଗ ବାଛିବାବେଳେ ଭାରତୀୟ ଜ୍ଞାନ ଆଧାରକୁ ମଧ୍ୟ ଗୁରୁତ୍ୱ ଦିଆଯାଇଛି । ଭାରତର ସମୃଦ୍ଧ ଗାଣିତିକ ଐତିହ୍ୟ ଏବଂ ଗଣିତ ପ୍ରତି ଏହାର ବୈଶ୍ୱିକ ଅବଦାନ ବିଷୟରେ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନଙ୍କୁ ସଚେତନ କରିବାପାଇଁ ଏକ ସମସ୍ୟା ସମାଧାନ ପଦ୍ଧତିର ଅଂଶ ଭାବରେ ଭାରତୀୟ ଗଣିତଜ୍ଞଙ୍କ ଅବଦାନକୁ ଏଥିରେ ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ କରାଯାଇଛି ।

ଏହି ପାଠ୍ୟପୁସ୍ତକରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ଧାରଣା ଏବଂ ସମସ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ଦୈନନ୍ଦିନ ଜୀବନର ପରିସ୍ଥିତି ସହିତ ଜଡ଼ିତ; ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନେ ପରିଚିତ ଥିବା ପ୍ରସଙ୍ଗ ଓ ସାମଗ୍ରୀ ବ୍ୟବହାର କରିବାକୁ ପ୍ରୟାସ କରାଯାଇଛି,

ପାଠ୍ୟପୁସ୍ତକର ଶେଷଭାଗରେ ଶିକ୍ଷଣ ସାମଗ୍ରୀ ଫର୍ଦ୍ଦ ଦିଆଯାଇଛି, ଯାହାକୁ ଶ୍ରେଣୀଗୃହରେ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଇପାରିବ; ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ ଓ ଶିକ୍ଷଣ କାର୍ଯ୍ୟଗୁଡ଼ିକ ପ୍ରାୟତଃ ସହପାଠୀ ଦଳଗତ କାର୍ଯ୍ୟ ଏବଂ ପାରସ୍ପରିକ ଆଲୋଚନାକୁ ପ୍ରୋତ୍ସାହିତ କରିବ । ତଥାପି, ଏହି ପାଠ୍ୟପୁସ୍ତକ ଶ୍ରେଣୀଗୃହରେ ବିଭିନ୍ନ ଗୋଷ୍ଠୀର ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀଙ୍କ ଶିକ୍ଷଣ ଆବଶ୍ୟକତାକୁ ପରିପୂରଣ କରିବାପାଇଁ ଉଦ୍ଦିଷ୍ଟ ।

ଆମେ ପ୍ରାରମ୍ଭିକ ଅଧ୍ୟାୟଗୁଡ଼ିକରେ ଶିଖିଥିବା ଧାରଣାଗୁଡ଼ିକୁ ପରବର୍ତ୍ତୀ ଅଧ୍ୟାୟର ଧାରଣା ସହିତ ସଂପୃକ୍ତ କରାଯିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କରାଯାଇଛି । ଏହା ଗଣିତର ଧାରଣା ମଧ୍ୟରେ ଅନ୍ତଃସମ୍ପର୍କ ଓ ଏକତ୍ୱ ଆଣିବାକୁ ଉଦ୍ଦିଷ୍ଟ; ଆମେ ଆଶା କରୁଛୁ ଯେ ଶିକ୍ଷକମାନେ ଏହି ଧାରଣାଗୁଡ଼ିକୁ ଏକ ଘୂର୍ଣ୍ଣନଶୀଳ ଉପାୟରେ ସମୀକ୍ଷା କରିପାରିବେ, ଯଦ୍ୱାରା ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନେ ଗଣିତର ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ଧାରଣାଗତ ଗଠନକୁ ପସନ୍ଦ କରିପାରିବେ । ଆମେ ଆହୁରି ମଧ୍ୟ ଆଶା କରୁଛୁ ଯେ ଶିକ୍ଷକମାନେ ବର୍ଗ ଏବଂ ଘନ, ଘାତ, ସଂଖ୍ୟାର ସୃଷ୍ଟି ଏବଂ ଅନ୍ୟାନ୍ୟ ଧାରଣା ଉପରେ ଅଧିକ ଧ୍ୟାନ ଦେଇପାରିବେ, ଯେଉଁଗୁଡ଼ିକ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନଙ୍କ ପାଇଁ ନୂଆ । ଏହି ଧାରଣାଗୁଡ଼ିକ ପରବର୍ତ୍ତୀ ଅଧ୍ୟୟନ ପାଇଁ ଆଧାର ଭାବେ କାର୍ଯ୍ୟ କରିବ ।

ପରିଶେଷରେ ଏହା କୁହାଯାଇପାରେ ଯେ, ଏହା କେବଳ ଏକ ପାଠ୍ୟପୁସ୍ତକ ନୁହେଁ, ବରଂ ତା'ଠାରୁ ଅଧିକ କିଛି ହେବାପାଇଁ ଲକ୍ଷ୍ୟ ରଖିଛି; ଏହା ଗାଣିତିକ ଉଦ୍ଭାବନ ଓ ଅନୁସନ୍ଧାନ ଦୁନିଆକୁ ଯିବାପାଇଁ ଏକ ପାସପୋର୍ଟ । ଶ୍ରେଣୀଗୃହରେ ହେଉ କି ଘରେ ହେଉ, ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନେ ନିଜର ଗଣିତ ଶିକ୍ଷା ଅଭିଯାନ ଆରମ୍ଭ କରି ବିଭିନ୍ନ ଘଟଣାବଳୀରେ ଗଣିତର ସୌନ୍ଦର୍ଯ୍ୟବୋଧ ଓ ଗଣିତର ପ୍ରାସଙ୍ଗିକତାକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରିବାପାଇଁ ସେମାନଙ୍କୁ ପ୍ରସ୍ତୁତ କରିବା ଏହି ପୁସ୍ତକର ମୁଖ୍ୟ ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ । ଏକ ସକ୍ରିୟ ଅଂଶଗ୍ରହଣ ପନ୍ଥା ଓ ଅଷ୍ଟମ ଶ୍ରେଣୀ ଗାଣିତିକ ଧାରଣାଗୁଡ଼ିକର ବିସ୍ତୃତ ଆଲୋଚନା ଦ୍ୱାରା ଏହି ପାଠ୍ୟପୁସ୍ତକ ମାଧ୍ୟମରେ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନଙ୍କର ମନକୁ ଆକର୍ଷିତ କରିବ ଓ ସେମାନଙ୍କୁ ଗାଣିତିକ ଆବିଷ୍କାରର ଜୀବନବ୍ୟାପୀ ଯାତ୍ରାରେ ସାମିଲ କରିବାର ଲକ୍ଷ୍ୟ ରଖିଛି ।

ମୁଁ ଏହି ପାଠ୍ୟପୁସ୍ତକର ସମସ୍ତ ଲେଖକଙ୍କ ସହିତ ରାଜ୍ୟର ଗଣିତ ଶିକ୍ଷକ, ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀ ଏବଂ ଉତ୍ସାହୀ ମାନଙ୍କୁ ସେମାନଙ୍କର ମୂଲ୍ୟବାନ ଅବଦାନ ପାଇଁ ଧନ୍ୟବାଦ ଜଣାଉଛି ।

ଆମେ ପାଠ୍ୟପୁସ୍ତକ ସମ୍ପର୍କରେ ଆପଣଙ୍କ ମତାମତ, ପ୍ରସ୍ତାବ ଏବଂ ପରାମର୍ଶ ପାଇଁ ଅପେକ୍ଷା କରିଛୁ ଏବଂ ଆଶା କରୁଛୁ ଯେ ଆପଣ ଶିକ୍ଷାଦାନ ଏବଂ ଶିକ୍ଷଣ ସମୟରେ ପ୍ରସ୍ତୁତ କରିଥିବା ଆନନ୍ଦଦାୟକ ତଥା ମଜାଳିଆ ଅଭ୍ୟାସକାର୍ଯ୍ୟ ଓ ଶିକ୍ଷଣକାର୍ଯ୍ୟଗୁଡ଼ିକ ଆମ ପାଖକୁ ପଠାଇବେ, ଯେଉଁଗୁଡ଼ିକ ପରବର୍ତ୍ତୀ ସଂସ୍କରଣରେ ସ୍ଥାନିତ ହେବ ।

ବନ୍ଦେ ଉତ୍କଳ ଜନନୀ

ବନ୍ଦେ ଉତ୍କଳ ଜନନୀ
ଚାରୁହାସମୟୀ ଚାରୁ ଭାଷମୟୀ,
ଜନନୀ, ଜନନୀ, ଜନନୀ ।
ପୂତ-ପୟୋଧି-ବିଧୌତ-ଶରୀରା,
ତାଳତମାଳ-ସୁଶୋଭିତ-ତୀରା,
ଶୁଭ୍ରତଟିନୀକୂଳ-ଶୀକର-ସମୀରା
ଜନନୀ, ଜନନୀ, ଜନନୀ ।।

ଘନ ବନଭୂମି ରାଜିତ ଅଙ୍ଗେ,
ନୀଳ ଭୂଧରମାଳା ସାଜେ ତରଙ୍ଗେ,
କଳ କଳ ମୁଖରିତ ଚାରୁ ବିହଙ୍ଗେ
ଜନନୀ, ଜନନୀ, ଜନନୀ ।।

ସୁନ୍ଦରଶାଳି-ସୁଶୋଭିତ-କ୍ଷେତ୍ରା,
ଜ୍ଞାନବିଜ୍ଞାନ-ପ୍ରଦର୍ଶିତ-ନେତ୍ରା,
ଯୋଗୀଋଷିଗଣ-ଉଟଜ-ପବିତ୍ରା
ଜନନୀ, ଜନନୀ, ଜନନୀ ।।

ସୁନ୍ଦର ମନ୍ଦିର ମଣ୍ଡିତ-ଦେଶା,
ଚାରୁକଳାବଳି-ଶୋଭିତ-ବେଶା,
ପୁଣ୍ୟ ତୀର୍ଥଚୟ-ପୂର୍ଣ୍ଣ-ପ୍ରଦେଶା
ଜନନୀ, ଜନନୀ, ଜନନୀ ।।

ଉତ୍କଳ ସୁରବର-ଦର୍ପିତ-ଗେହା,
ଅରିକୁଳ-ଶୋଣିତ-ଚର୍ଚ୍ଚିତ-ଦେହା,
ବିଶ୍ୱଭୂମଣ୍ଡଳ-କୃତବର-ସ୍ନେହା
ଜନନୀ, ଜନନୀ, ଜନନୀ ।।

କବିକୁଳମୌଳି ସୁନନ୍ଦନ-ବନ୍ଦ୍ୟା,
ଭୁବନବିଘୋଷିତ-କୀର୍ତ୍ତିଅନିନ୍ଦ୍ୟା,
ଧନ୍ୟେ, ପୁଣ୍ୟେ, ଚିରଶରଣ୍ୟେ
ଜନନୀ, ଜନନୀ, ଜନନୀ ।।

(କାନ୍ତକବି ଲକ୍ଷ୍ମୀକାନ୍ତ ମହାପାତ୍ର)

ସିଲାବସ୍ ଓ ପାଠ୍ୟପୁସ୍ତକ ସମୀକ୍ଷା ପାଇଁ କୋର୍ କମିଟି

୧.	କମିଶନର ତଥା ଶାସନ ସଚିବ, ବିଦ୍ୟାଳୟ ଓ ଗଣଶିକ୍ଷା ବିଭାଗ	ଅଧ୍ୟକ୍ଷ
୨.	ରାଜ୍ୟ ପ୍ରକଳ୍ପ ନିର୍ଦ୍ଦେଶକ, ଓଡ଼ିଶା ବିଦ୍ୟାଳୟ ଶିକ୍ଷା କାର୍ଯ୍ୟକ୍ରମ ପ୍ରାଧିକରଣ	ସଦସ୍ୟ
୩.	ନିର୍ଦ୍ଦେଶକ, ଉଚ୍ଚ ମାଧ୍ୟମିକ ଶିକ୍ଷା	ସଦସ୍ୟ
୪.	ନିର୍ଦ୍ଦେଶକ, ମାଧ୍ୟମିକ ଶିକ୍ଷା	ସଦସ୍ୟ
୫.	ନିର୍ଦ୍ଦେଶକ, ପ୍ରାଥମିକ ଶିକ୍ଷା	ସଦସ୍ୟ
୬.	ସଭାପତି, ମାଧ୍ୟମିକ ଶିକ୍ଷା ପରିଷଦ	ସଦସ୍ୟ
୭.	ଅଧ୍ୟକ୍ଷ, ଉଚ୍ଚ ମାଧ୍ୟମିକ ଶିକ୍ଷା ପରିଷଦ	ସଦସ୍ୟ
୮.	ନିର୍ଦ୍ଦେଶକ, ପାଠ୍ୟ ପୁସ୍ତକ ଉତ୍ପାଦନ ଓ ବିକ୍ରୟ ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଳୟ	ସଦସ୍ୟ
୯.	ନିର୍ଦ୍ଦେଶକ, ବୈଷୟିକ ଶିକ୍ଷା ଓ ପ୍ରଶିକ୍ଷଣ ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଳୟ	ସଦସ୍ୟ
୧୦.	ନିର୍ଦ୍ଦେଶକ, ଓଡ଼ିଶା ଭାଷା ପ୍ରତିଷ୍ଠାନ	ସଦସ୍ୟ
୧୧.	ନିର୍ଦ୍ଦେଶକ, ସମାଜ କଲ୍ୟାଣ, ମହିଳା ଓ ଶିଶୁ ବିକାଶ ବିଭାଗ, ଓଡ଼ିଶା	ସଦସ୍ୟ
୧୨.	ଏନ୍ ସି ଇ ଆର ଟି ପ୍ରତିନିଧି	ସଦସ୍ୟ
୧୩.	ଅଧ୍ୟକ୍ଷ, ଆଞ୍ଚଳିକ ଶିକ୍ଷା ପ୍ରତିଷ୍ଠାନ, ଭୁବନେଶ୍ୱର	ସଦସ୍ୟ
୧୪.	ପ୍ରଫେସର ନିତ୍ୟାନନ୍ଦ ପ୍ରଧାନ, ଅବସରପ୍ରାପ୍ତ ଅଧ୍ୟକ୍ଷ, ଆଞ୍ଚଳିକ ଶିକ୍ଷା ପ୍ରତିଷ୍ଠାନ, ଭୋପାଳ ଏବଂ ଅଧ୍ୟକ୍ଷ, ଓ ସି ଏଫ, ଓଡ଼ିଶା	ସଦସ୍ୟ
୧୫.	ଡକ୍ଟର ଗୋପାଳ ପ୍ରସାଦ ମହାପାତ୍ର, ଅବସରପ୍ରାପ୍ତ ପ୍ରାଧ୍ୟାପକ, ସଂସ୍କୃତ ବିଭାଗ	ସଦସ୍ୟ
୧୬.	ଡକ୍ଟର କିଶୋର ଚନ୍ଦ୍ର ମହାନ୍ତି, ଅବସରପ୍ରାପ୍ତ ଶିକ୍ଷାବିତ୍ (ବିଜ୍ଞାନ)	ସଦସ୍ୟ
୧୭.	ଡକ୍ଟର ବିନୟ ପଟ୍ଟନାୟକ, ମୁଖ୍ୟ ପରାମର୍ଶଦାତା, ଏନ ଏସ୍ ଟି ସି କାର୍ଯ୍ୟକ୍ରମ, ଏନ୍. ସି. ଇ. ଆର. ଟି	ସଦସ୍ୟ
୧୮.	ଡକ୍ଟର ସୁଶାନ୍ତ କୁମାର ଦାସ, ପୂର୍ବତନ ସଭାପତି, ମାଧ୍ୟମିକ ଶିକ୍ଷା ପରିଷଦ, ଓଡ଼ିଶା	ସଦସ୍ୟ
୧୯.	ଡକ୍ଟର ଲଳିତ କୁମାର ଲେଙ୍କା, ଅବସରପ୍ରାପ୍ତ ପ୍ରାଧ୍ୟାପକ, ଓଡ଼ିଆ ବିଭାଗ, ଏକାମ୍ର କଲେଜ, ଭୁବନେଶ୍ୱର	ସଦସ୍ୟ
୨୦.	ଡକ୍ଟର ସରୋଜଲକ୍ଷ୍ମୀ ସିଂ, ଅଧ୍ୟକ୍ଷ, ରମାଦେବୀ ଉଚ୍ଚ ମାଧ୍ୟମିକ ବିଦ୍ୟାଳୟ, ଭୁବନେଶ୍ୱର	ସଦସ୍ୟ
୨୧.	ଡକ୍ଟର ଖଗେଶ୍ୱର ଦାସ, ଇଂରାଜୀ ବିଶେଷଜ୍ଞ, ଅଧ୍ୟକ୍ଷ, ପଦ୍ମପୁର କଲେଜ, ବରଗଡ଼	ସଦସ୍ୟ
୨୨.	ଡକ୍ଟର ବଳରାମ ସାହୁ, ପ୍ରଫେସର ମାଇକ୍ରୋବାଇଓଲୋଜି, ସୋଆ ବିଶ୍ୱବିଦ୍ୟାଳୟ, ଓଡ଼ିଶା କୃଷି ଓ ବୈଷୟିକ ବିଶ୍ୱବିଦ୍ୟାଳୟ, ଭୁବନେଶ୍ୱର	ସଦସ୍ୟ
୨୩.	ଡକ୍ଟର ଗୌରାଙ୍ଗ ମହାନ୍ତି, ପଦାର୍ଥ ବିଜ୍ଞାନ ବିଶେଷଜ୍ଞ, ଅବସରପ୍ରାପ୍ତ ଅଧ୍ୟକ୍ଷ, ଖଲ୍ଲିକୋଟ ସ୍ୱୟଂଶାସିତ କଲେଜ, ବ୍ରହ୍ମପୁର, ଗଞ୍ଜାମ	ସଦସ୍ୟ
୨୪.	ନିର୍ଦ୍ଦେଶକ, ଶିକ୍ଷକ ଶିକ୍ଷା ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଳୟ ଏବଂ ରାଜ୍ୟ ଶିକ୍ଷା ଗବେଷଣା ଓ ପ୍ରଶିକ୍ଷଣ ପରିଷଦ, ଓଡ଼ିଶା	ସଦସ୍ୟ ସଚିବ

ଭାରତର ସମ୍ବିଧାନ

ପ୍ରସ୍ତାବନା

ଆମ୍ଭେ ଭାରତବାସୀ ଭାରତକୁ ଏକ ସାର୍ବଭୌମ, ସମାଜବାଦୀ, ଧର୍ମନିରପେକ୍ଷ, ଗଣତାନ୍ତ୍ରିକ ସାଧାରଣତନ୍ତ୍ର ରୂପେ ଗଠନ କରିବା ପାଇଁ ଦୃଢ଼ ସଂକଳ୍ପ ନେଇ ଓ ଏହାର ନାଗରିକଙ୍କୁ

- ସାମାଜିକ, ଅର୍ଥନୈତିକ ଓ ରାଜନୈତିକ ନ୍ୟାୟ;
- ଚିନ୍ତା, ଅଭିବ୍ୟକ୍ତି, ପ୍ରତ୍ୟୟ, ଧର୍ମୀୟ ବିଶ୍ୱାସ ଏବଂ ଉପାସନାର ସ୍ୱତନ୍ତ୍ରତା;
- ସ୍ଥିତି ଓ ସୁବିଧା ସୁଯୋଗର ସମାନତାର ସୁରକ୍ଷା ପ୍ରଦାନ କରିବାକୁ ତଥା;
- ବ୍ୟକ୍ତି ମର୍ଯ୍ୟାଦା ଏବଂ ରାଷ୍ଟ୍ରର ଐକ୍ୟ ଓ ସଂହତି ନିଶ୍ଚିତ କରି ସେମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ଭ୍ରାତୃଭାବ ଉତ୍ସାହିତ କରିବାକୁ

ଏହି 1949 ମସିହା ନଭେମ୍ବର 26 ତାରିଖ ଦିନ ଆମର ସଂବିଧାନ ପ୍ରଣୟନ ସଭାରେ ଏତଦ୍ୱାରା ଏହି ସଂବିଧାନକୁ ଗ୍ରହଣ ଓ ପ୍ରଣୟନ କରୁଅଛୁ ଏବଂ ଆମ ନିଜକୁ ଅର୍ପଣ କରୁଅଛୁ ।

ସୂଚୀପତ୍ର

ରମାନାଥ ମହାନ୍ତି

1911-1998

ଓଡ଼ିଶାରେ ଗଣିତ ବିଷୟର ଶିକ୍ଷାଦାନ ଓ ଗବେଷଣା କ୍ଷେତ୍ରରେ ଶ୍ରୀ ରମାନାଥ ମହାନ୍ତିଙ୍କ ଅବଦାନ ଅଣସ୍ୱୀକାର୍ଯ୍ୟ । ଜଣେ ଉଚ୍ଚକୋଟୀର ଗବେଷକ ଭାବେ ଆନ୍ତର୍ଜାତୀୟ ସ୍ତରରେ ସେ ପରିଚିତ । ପ୍ରଥମ ଓଡ଼ିଆ ଭାବେ ଲଣ୍ଡନ ବିଶ୍ୱବିଦ୍ୟାଳୟରୁ ଗଣିତରେ ଡକ୍ଟରେଟ ଡିଗ୍ରୀ ହାସଲ କରିଥିଲେ ଡ଼. ମହାନ୍ତି । ରେଭେନ୍ସା କଲେଜରେ ଗଣିତ ବିଭାଗର ଅଧ୍ୟାପକ, ପ୍ରଫେସର ଓ ପରେ ଉତ୍କଳ ବିଶ୍ୱବିଦ୍ୟାଳୟର କୁଳପତି ଭାବେ ଦାୟିତ୍ୱ ନିର୍ବାହ କରିଥିଲେ । Fourier Series & Summability ତତ୍ତ୍ୱ ଉପରେ ଉଚ୍ଚକୋଟୀର ଗବେଷଣା ଲବ୍ଧ ତଥ୍ୟ ତାଙ୍କର ଅନନ୍ୟ ସୃଷ୍ଟି ଓ ଏହି ତଥ୍ୟଗୁଡ଼ିକର ସାବଲୀଳ ଓ ତାତ୍ପର୍ଯ୍ୟପୂର୍ଣ୍ଣ ଉପସ୍ଥାପନା ତାଙ୍କୁ କାଳଜୟୀ କରିପାରିଛି । ତାଙ୍କ ଗବେଷଣାଗୁଡ଼ିକ ଆନ୍ତର୍ଜାତିକ ସ୍ତରରେ ସ୍ୱିକୃତୀ ଓ ମର୍ଯ୍ୟାଦାପ୍ରାପ୍ତ । ଓଡ଼ିଶାରେ ଗଣିତ ଗବେଷଣା ପାଇଁ ଅନୁକୂଳ ବାତାବରଣ ସୃଷ୍ଟି କରିବାରେ ଡ. ମହାନ୍ତି ଚିରସ୍ମରଣୀୟ ହୋଇ ରହିବେ । ସେ ଓଡ଼ିଶା ଗଣିତ ସଂସଦର ପ୍ରତିଷ୍ଠାତା ସଭାପତି ଥିଲେ ।

ଜଣେ ଅନନ୍ୟ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷାବିତ୍ ଡ. ରମାନାଥ ମହାନ୍ତିଙ୍କୁ ଗଣିତରେ ପ୍ରଶ୍ନ ପଚାରିଲେ ସେ ସମସ୍ତ ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ଦିଅନ୍ତି ନାହିଁ, ବରଂ ପ୍ରଶ୍ନ ଉପରେ ବିଭିନ୍ନ ଦୃଷ୍ଟିକୋଣରୁ ଆଲୋଚନା କରନ୍ତି ଓ ମୂଳ ଭିତ୍ତିଭୂମିକୁ ଆଲୋଚନା କରିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କରନ୍ତି । ସମୟ ସାପେକ୍ଷ ହେଲେ ବି ଏହା ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନଙ୍କ ମନରେ ଜ୍ଞାନର ମୂଳଦୁଆ ସୃଷ୍ଟି କରିଥାଏ । ଏହି ଗୁଣାବଳୀ ସମସ୍ତ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷକଙ୍କୁ ପ୍ରେରଣା ଯୋଗାଇବ ।

ଗୋକୁଳାନନ୍ଦ ଦାସ

1938-2025

ଓଡ଼ିଶାର ଖ୍ୟାତି ସମ୍ପନ୍ନ ଗଣିତଜ୍ଞ ତଥା ଉତ୍କଳ ବିଶ୍ୱବିଦ୍ୟାଳୟର ପୂର୍ବତନ କୁଳପତି ଶ୍ରୀ ଗୋକୁଳାନନ୍ଦ ଦାସ ଓଡ଼ିଶାର ଗଣିତ ଶିକ୍ଷା ଓ ଗବେଷଣାକୁ ବ୍ୟାପକ କରିବା ପାଇଁ ସମର୍ପିତ ଥିଲେ ।

ପ୍ରାଥମିକ ସ୍ତରରୁ ଆରମ୍ଭ କରି ବିଶ୍ୱବିଦ୍ୟାଳୟ ସ୍ତର ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଗଣିତ ପାଠ୍ୟକ୍ରମକୁ ସଂଗଠିତ କରିବାରେ ତାଙ୍କର ଅବଦାନ ସବୁଦିନପାଇଁ ମନେ ରହିବ । 'ଗଣିତ ଓ ପ୍ରୟୋଗ' ପ୍ରତିଷ୍ଠାନର ସେ ଥିଲେ ପ୍ରତିଷ୍ଠାତା ସଦସ୍ୟ ଓ ଚେୟାରମ୍ୟାନ ।

ପ୍ରଫେସର ଗୋକୁଳାନନ୍ଦ ଦାସଙ୍କର ଅନେକ ଗବେଷଣାତ୍ମକ ସନ୍ଦର୍ଭ ଜାତୀୟ ଓ ଆନ୍ତର୍ଜାତୀୟ ପତ୍ରିକାରେ ପ୍ରକାଶିତ । କିନ୍ତୁ, ତାଙ୍କ ରଚିତ 'ଶୂନ' ଓ "Zero The spiritual Number" ଦୁଇଟି ଗଣିତ ଦୁନିଆକୁ ତାଙ୍କର ସର୍ବଶ୍ରେଷ୍ଠ ଅବଦାନ । ଏହି ପୁସ୍ତକ ଦ୍ୱୟରେ ସର୍ବଜନବିଦିତ ଓ ସବୁଠାରୁ ପ୍ରଭାବଶାଳୀ ସଂଖ୍ୟା ଶୂନ (୦)ର ଉତ୍ପତ୍ତି କେତେ ରହସ୍ୟମୟ, ଚିତ୍ତାକର୍ଷକ, ବ୍ୟାପକ, ତାତ୍ତ୍ୱିକ, ମହାନ ଓ ଏହା ଭାରତବର୍ଷର ପ୍ରାଚୀନ ସାଂସ୍କୃତିକ ପୃଷ୍ଠଭୂମିରୁ କିପରି ସଂଗଠିତ ହୋଇଛି ତାହା ବର୍ଣ୍ଣିତ ।

1 ବର୍ଗ ଓ ଘନ
(A SQUARE AND A CUBE)

ରାଣୀ ରତ୍ନମଞ୍ଜରୀ ତାଙ୍କ ମୂଲ୍ୟବାନ ରତ୍ନପଥରର ଉତ୍ତରାଧିକାରୀ କିଏ ହେବ ଜଣାଇବା ପାଇଁ ଏକ ଗୋଲକଧନ୍ଦା ମାଧ୍ୟମରେ ଚୟନ କରିବାକୁ ଇଚ୍ଛାପତ୍ର ଲେଖିଥିଲେ । ତାଙ୍କ ପୁଅ "ଖୋଇସ୍‌ନାମ" ଏବଂ ତାଙ୍କର 99 ଜଣ ସଂପର୍କୀୟଙ୍କୁ ଇଚ୍ଛାପତ୍ରଟି ପାଠ କରିବାକୁ ନିମନ୍ତ୍ରଣ କରାଯାଇଥିଲା । ସେ ତାଙ୍କର ସମସ୍ତ ରତ୍ନ ତାଙ୍କ ପୁଅକୁ ଦେବାକୁ ଚାହୁଁଥିଲେ, କିନ୍ତୁ ସେ ଜାଣିଥିଲେ ଯେ ଯଦି ସେ ଏପରି କରନ୍ତି, ତେବେ ତାଙ୍କର ସମସ୍ତ ସମ୍ପର୍କୀୟ "ଖୋଇସ୍‌ନାମ"କୁ ସବୁଦିନ ପାଇଁ ହଇରାଣ କରିବେ । ସେ ଭାବିଥିଲେ ଗୋଲକଧନ୍ଦାକୁ ସମାଧାନ କରିବାର ସମସ୍ତ କୌଶଳ ତାଙ୍କ ପୁଅକୁ ଶିଖାଇଛନ୍ତି । ସେ ତାଙ୍କର ଇଚ୍ଛାପତ୍ରରେ ନିମ୍ନଲିଖିତ ସଂକ୍ଷିପ୍ତ ବିବରଣୀ ଲେଖିଯାଇଥିଲେ –

"ମୁଁ ଗୋଟିଏ ଗୋଲକଧନ୍ଦା ପ୍ରସ୍ତୁତ କରିଛି । ଯଦି ସମସ୍ତ 100 ଜଣ ଏକା ସମୟରେ ଏହାର ଉତ୍ତର ଦିଅନ୍ତି, ତେବେ ଆପଣମାନେ ରତ୍ନଗୁଡ଼ିକୁ ସମାନ ଭାବରେ ବାଣ୍ଟି ନେବେ । କିନ୍ତୁ ଯଦି ଆପଣ ପ୍ରଥମେ ସମସ୍ୟାଟିର ସମାଧାନ କରନ୍ତି, ତେବେ ଆପଣ ସମସ୍ତ ରତ୍ନର ଉତ୍ତରାଧିକାରୀ ହୋଇପାରିବେ ।"

ମନ୍ତ୍ରୀ ମହାଶୟ, ଖୋଇସ୍‌ନାମ ଏବଂ ତାଙ୍କର 99 ଜଣ ସମ୍ପର୍କୀୟଙ୍କୁ ପ୍ରାସାଦର ଗୋଟିଏ ଗୁପ୍ତ କୋଠରିକୁ ନେଇଗଲେ ଯେଉଁଥିରେ 100ଟି ଲକର ଥିଲା ।

ମନ୍ତ୍ରୀ ବୁଝାଇଲେ – "ପ୍ରତ୍ୟେକ ବ୍ୟକ୍ତିଙ୍କୁ 1 ରୁ 100 ମଧ୍ୟରେ ଏକ ସଂଖ୍ୟା ଦିଆଯାଇଛି ।

- ପ୍ରଥମ ବ୍ୟକ୍ତି ପ୍ରତ୍ୟେକ ଲକର ଖୋଲନ୍ତି ।
- ଦ୍ୱିତୀୟ ବ୍ୟକ୍ତି ପ୍ରତ୍ୟେକ ଦ୍ୱିତୀୟ ଲକରକୁ ଖୋଲା ଥିଲେ ବନ୍ଦ କରନ୍ତି ବା ବନ୍ଦ ଥିଲେ ଖୋଲନ୍ତି ।
- ତୃତୀୟ ବ୍ୟକ୍ତି ପ୍ରତ୍ୟେକ ତୃତୀୟ ଲକରକୁ ଖୋଲାଥିଲେ ବନ୍ଦ କରନ୍ତି ବା ବନ୍ଦ ଥିଲେ ଖୋଲନ୍ତି (ତୃତୀୟ, ଷଷ୍ଠ, ନବମ... ଏହି କ୍ରମରେ)
- ଚତୁର୍ଥ ବ୍ୟକ୍ତି ପ୍ରତ୍ୟେକ ଚତୁର୍ଥ ଲକର ଖୋଲାଥିଲେ ବନ୍ଦ କରନ୍ତି ବା ବନ୍ଦ ଥିଲେ ଖୋଲନ୍ତି (ଚତୁର୍ଥ, ଅଷ୍ଟମ, ଦ୍ୱାଦଶ... ଏହି କ୍ରମରେ) ।

ଏହି ପ୍ରକ୍ରିୟା ସମସ୍ତ 100 ଜଣଙ୍କ ପାଳି ଆସିବା ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଚାଲିବ । ଶେଷରେ କେବଳ କିଛି ଲକର ଖୋଲା ରହିବ । ଖୋଲିଥିବା ଲକରଗୁଡ଼ିକରୁ ହିଁ ସୁରକ୍ଷିତ ଥିବା ରତ୍ନପଥରର କୋଡ୍ (code) ଜଣାପଡ଼ିବ ।"

? ପ୍ରକ୍ରିୟା ଆରମ୍ଭ ହେବା ପୂର୍ବରୁ ଖୋଇସ୍‌ନାମ ଜାଣିପାରିଥିଲେ ଯେ ଶେଷରେ କେଉଁ ଲକରଗୁଡ଼ିକ ଖୋଲା ରହିବ । ସେ କିପରି ଜାଣିପାରିଲେ ?

ସୂଚନା: ପ୍ରତ୍ୟେକ ଲକର କେତେ ଥର ଖୋଲା ବା ବନ୍ଦ ହୋଇଛି, ତୁମେ ଖୋଜି ବାହାର କର ।

ଯଦି କୌଣସି ଲକରକୁ ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟକ ଥର ଖୋଲାଯାଏ ବା ବନ୍ଦ କରାଯାଏ, ତେବେ ତାହା ଖୋଲା ରହିବ । ଅନ୍ୟଥା, ଏହା ବନ୍ଦ ରହିବ । ଏକ ଲକରକୁ ବନ୍ଦ ବା ଖୋଲାଯିବାର ସଂଖ୍ୟା ଲକର ନମ୍ବରର ଗୁଣନୀୟକର ସଂଖ୍ୟା ସହିତ ସମାନ । ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ, ଲକର 6 ପାଇଁ, ପ୍ରଥମ ବ୍ୟକ୍ତି ଏହାକୁ ଖୋଲନ୍ତି, ଦ୍ୱିତୀୟ ବ୍ୟକ୍ତି ଏହାକୁ ବନ୍ଦ କରନ୍ତି, ତୃତୀୟ ବ୍ୟକ୍ତି ଏହାକୁ ଖୋଲନ୍ତି ଏବଂ ଷଷ୍ଠ ବ୍ୟକ୍ତି ଏହାକୁ ବନ୍ଦ କରନ୍ତି । 1, 2, 3, ଓ 6 ପ୍ରତ୍ୟେକ 6 ର ଗୋଟିଏ ଲେଖାଏଁ ଗୁଣନୀୟକ । ଯଦି ଗୁଣନୀୟକ ସଂଖ୍ୟା ଯୁଗ୍ମ, ତେବେ ଲକରକୁ ଏକ ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟକ ଲୋକଙ୍କ ଦ୍ୱାରା ଖୋଲା ବା ବନ୍ଦ କରି ହେବ ଏବଂ ଶେଷରେ ଏହା ବନ୍ଦ ରହିବ ।

ମନେରଖ, ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟାର ପ୍ରତ୍ୟେକ ଗୁଣନୀୟକର ଏକ "ସହଭାଗୀ ଗୁଣନୀୟକ" ଥାଏ, ଯେଉଁ ଦୁଇଟିର ଗୁଣଫଳ ସଂଖ୍ୟାଟି ସହିତ ସମାନ ହୋଇଥାଏ । ଏଠାରେ ଗୋଟିଏ ସହଭାଗୀ ଗୁଣନୀୟକ ଯୋଡ଼ି ହେଲା 1 ଓ 6, ସେହିପରି ଅନ୍ୟ ଏକ ଯୋଡ଼ି ହେଉଛି 2 ଓ 3 ।

6:
1×6
2×3
ଗୁଣନୀୟକଗୁଡ଼ିକ ହେଲେ 1, 2,3 ଏବଂ 6.

? ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଖ୍ୟାର ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟକ ଗୁଣନୀୟକ ଥାଏ କି ?

1:
1×1
ଏକମାତ୍ର ଗୁଣନୀୟକ ହେଉଛି 1.

4:
1×4
2×2
ଗୁଣନୀୟକଗୁଡ଼ିକ ହେଲେ 1, 2 ଏବଂ 4.

9:
1×9
3×3
ଗୁଣନୀୟକଗୁଡ଼ିକ ହେଲେ 1, 3 ଏବଂ 9.

କେତେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଆମେ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରିବା ଯେ, 2×2 ଭଳି ଯୋଡ଼ିରେ ଥିବା ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ସମାନ ।

? ଉପରୋକ୍ତ ତଥ୍ୟକୁ ଆଧାର କରି ତୁମେ ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟକ ଗୁଣନୀୟକ ଥିବା ଅଧିକ କିଛି ସଂଖ୍ୟା ପାଇବ କି ?

ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ, 36ରେ ଏକ ଗୁଣନୀୟକ ଯୋଡ଼ି 6×6 ଅଛି, ଯେଉଁଠାରେ ଉଭୟ ସଂଖ୍ୟା 6 ଅଟେ । ଏହି ସଂଖ୍ୟାର ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟକ ଗୁଣନୀୟକ ଅଛି କି ? ଯଦି 6 ବ୍ୟତୀତ 3 ରେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଗୁଣନୀୟକର ଏକ ଭିନ୍ନ ସହଭାଗୀ ଗୁଣନୀୟକ ଅଛି, ତେବେ ଆମେ ନିଶ୍ଚିତ ହୋଇପାରିବା ଯେ 36ରେ ଏକ ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟକ ଗୁଣନୀୟକ ଅଛି । ଏହାର ସତ୍ୟତାକୁ ପରୀକ୍ଷା କର ।

ଅତଏବ, ନିମ୍ନଲିଖିତ ସମସ୍ତ ସଂଖ୍ୟାର ଏକ ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟକ ଗୁଣନୀୟକ ଅଛି: $1 \times 1, 2 \times 2, 3 \times 3, 4 \times 4, \ldots$

କୌଣସି ସଂଖ୍ୟାକୁ ସେହି ସଂଖ୍ୟାଦ୍ୱାରା ଗୁଣିଲେ, ଗୁଣଫଳକୁ ଉକ୍ତ ସଂଖ୍ୟାର **ବର୍ଗ** ବା ଏକ **"ବର୍ଗସଂଖ୍ୟା"** କୁହାଯାଏ । କେବଳ ବର୍ଗସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକର ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟକ ଗୁଣନୀୟକ ଥାଏ, କାରଣ ସେମାନଙ୍କର ପ୍ରତ୍ୟେକର ଏକ ଗୁଣନୀୟକ ଥାଏ, ଯାହାର ବର୍ଗ ସେହି ସଂଖ୍ୟା ସହ ସମାନ ହୋଇଥାଏ । ତେଣୁ, ଯେଉଁ ଲକରର ସଂଖ୍ୟା ଏକ ବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟା, ତାହା ଖୋଲା ରହିବ ।

? ଖୋଲାଥିବା ଲକର୍ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ଲେଖ ।

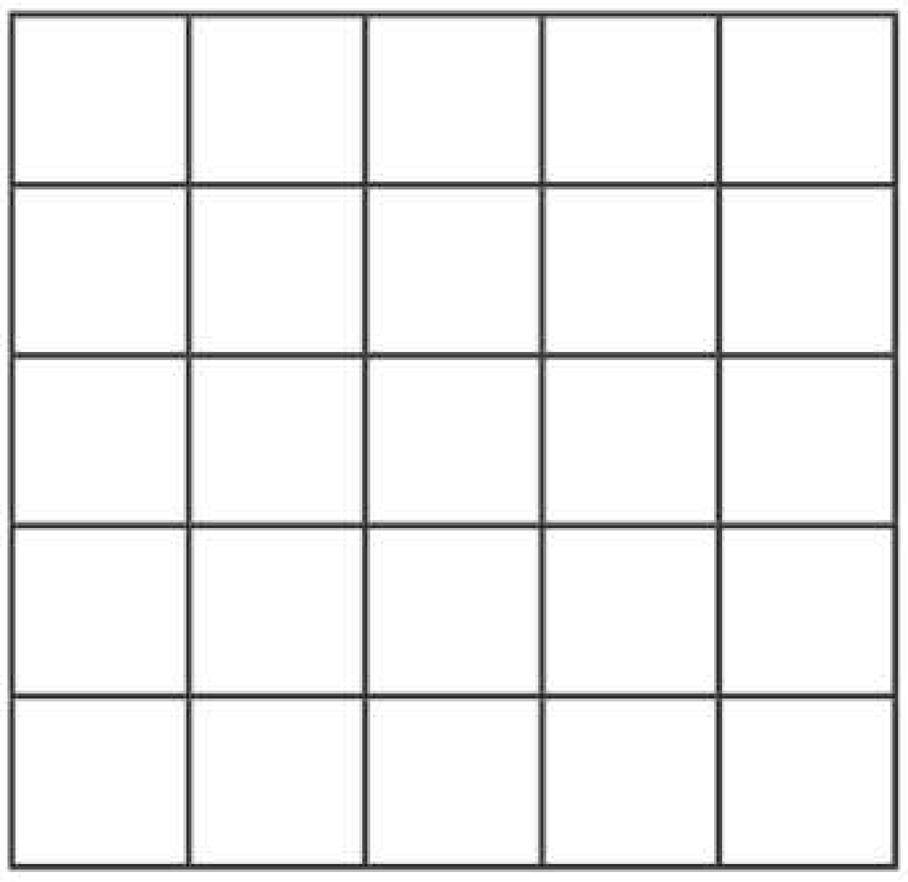
ଖୋଇସ୍‌ନାମ୍ ସଙ୍ଗେସଙ୍ଗେ ଏହି 10 ଟି ଲକରରୁ ଶବ୍ଦ ସୂଚନା ସଂଗ୍ରହ କଲେ ଓ ବୁଝିପାରିଲେ।
ଠିକ୍ ଦୁଇଥର ଛୁଆଁ ଯାଇଥିବା ପ୍ରଥମ ପାଞ୍ଚୋଟି ଲକର୍ ସଂଖ୍ୟାର ନାମ କୁହ।

? କେଉଁଗୁଡ଼ିକ ଏହି ପାଞ୍ଚୋଟି ଲକର୍ ?
ଯେଉଁ ଲକରଗୁଡ଼ିକ କେବଳ ଦୁଇଥର ଖୋଲା ବା ବନ୍ଦ ହୋଇଛି ତାହା ହେଉଛି ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟା, କାରଣ ପ୍ରତ୍ୟେକ ମୌଳିକର ଗୁଣନୀୟକ ହେଉଛି 1 ଓ ସେହି ସଂଖ୍ୟା ନିଜେ । ତେଣୁ କୋଡ଼ ହେଉଛି 2-3-5-7-11 ।

1.1 ବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟା (Square Numbers)

1, 4, 9, 16, ... ଭଳି ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ କାହିଁକି ବର୍ଗସଂଖ୍ୟା କୁହାଯାଏ ? ଆମେ ଜାଣୁ ଯେ, ଏକ ବର୍ଗରେ(ଏକ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ) ଥିବା ମୋଟ ବର୍ଗ ଏକକର ସଂଖ୍ୟା ଏହାର ବାହୁଦ୍ୱୟର ଗୁଣଫଳ ଅଟେ । ନିମ୍ନ ସାରଣୀରେ ବିଭିନ୍ନ ବାହୁ ବିଶିଷ୍ଟ ବର୍ଗର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ଦିଆଯାଇଅଛି ।

ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ (ଏକକରେ)	କ୍ଷେତ୍ରଫଳ (ବର୍ଗ ଏକକରେ)
1	$1 \times 1 = 1$ ବର୍ଗ ଏକକ
2	$2 \times 2 = 4$ ବର୍ଗ ଏକକ
3	$3 \times 3 = 9$ ବର୍ଗ ଏକକ
4	$4 \times 4 = 16$ ବର୍ଗ ଏକକ
5	$5 \times 5 = 25$ ବର୍ଗ ଏକକ
6	$6 \times 6 = 36$ ବର୍ଗ ଏକକ



ଆମେ ବର୍ଗ ପାଇଁ ନିମ୍ନଲିଖିତ ସୂଚନା ବ୍ୟବହାର କରିଥାଉ

$$1 \times 1 = 1^2 = 1$$
$$2 \times 2 = 2^2 = 4$$
$$3 \times 3 = 3^2 = 9$$
$$4 \times 4 = 4^2 = 16$$
$$5 \times 5 = 5^2 = 25$$

ସାଧାରଣତଃ, କୌଣସି ସଂଖ୍ୟା 'n' ପାଇଁ ଆମେ $n \times n = n^2$ ଲେଖିଥାଉ, ଏହାକୁ **"n ର ବର୍ଗ"** ଭାବରେ ପଢ଼ିଥାଉ ।

ଆମେ କ'ଣ $\frac{3}{5}$ କିମ୍ବା 2.5 ଏକକ ବାହୁ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ବର୍ଗ ପାଇପାରିବା କି ?

ହଁ, ଏ କ୍ଷେତ୍ରରେ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ – $(\frac{3}{5})^2 = (\frac{3}{5}) \times (\frac{3}{5}) = \frac{9}{25}$ ବର୍ଗ ଏକକ ଏବଂ

$(2.5)^2 = (2.5) \times (2.5) = 6.25$ ବର୍ଗ ଏକକ

ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକର ବର୍ଗକୁ **ପୂର୍ଣ୍ଣବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟା** କୁହାଯାଏ । 1, 4, 9, 16, 25, ... ହେଉଛନ୍ତି ପୂର୍ଣ୍ଣବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟାର ଉଦାହରଣ ।

ପୂର୍ଣ୍ଣବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟା ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ସଂରଚନା ଓ ଧର୍ମ (Patterns and Properties of perfect squares)

ପ୍ରଥମ 30 ଟି ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟାର ବର୍ଗ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରି ନିମ୍ନ ସାରଣୀଟିକୁ ପୂରଣ କର ।

$1^2 = 1$	$11^2 = 121$	$21^2 = 441$
$2^2 = 4$	$12^2 =$	$22^2 =$
$3^2 = 9$	$13^2 =$	
$4^2 = 16$	$14^2 =$	
$5^2 = 25$	$15^2 =$	
$6^2 =$	$16^2 =$	
$7^2 =$	$17^2 =$	
$8^2 =$	$18^2 =$	
$9^2 =$	$19^2 =$	
$10^2 =$	$20^2 =$	

ଗାଣିତିକ୍ କଥାବାର୍ତ୍ତା

? ତୁମେ ଏଠାରେ କେଉଁ ପ୍ରକାରର ସଂରଚନା ଲକ୍ଷ୍ୟ କରୁଅଛ ? ଅନ୍ୟମାନଙ୍କ ସହିତ ଆଲୋଚନା କର ଓ ଅନୁଧାରଣ (conjecture) କର ।

ଉପରୋକ୍ତ ସାରଣୀର ଥିବା ବର୍ଗଗୁଡ଼ିକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର । ଏହି ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକର ଏକକ ସ୍ଥାନରେ କେଉଁସବୁ ଅଙ୍କ ଅଛି ? ଏହି ସମସ୍ତ ସଂଖ୍ୟାର ଏକକ ସ୍ଥାନରେ ଥିବା ଅଙ୍କ 0, 1, 4, 5, 6 କିମ୍ବା 9 ହୋଇଥାଏ । 2, 3, 7 କିମ୍ବା 8 କାହାର ବି ଏକକ ସ୍ଥାନର ଅଙ୍କ ହୋଇନଥାଏ ।

ଗାଣିତିକ୍ କଥାବାର୍ତ୍ତା

? ଏକକ ସ୍ଥାନର 0, 1, 4, 5, 6 କିମ୍ବା 9 ଥିଲେ, ପ୍ରତ୍ୟେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ ସଂଖ୍ୟାଟି ପୂର୍ଣ୍ଣବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟା ହୋଇଥାଏ କି ?

16 ଏବଂ 36 ଉଭୟ ବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟା, ଯାହାର ଏକକ ସ୍ଥାନରେ 6 ଅଛି । କିନ୍ତୁ ଏକକ ସ୍ଥାନରେ 6 ଥାଇ 26 ଏକ ବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟା ନୁହେଁ । ତେଣୁ କେବଳ ଏକକ ସ୍ଥାନର ଅଙ୍କକୁ ଦେଖି ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟା ବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟା କି ନୁହେଁ, କୁହାଯାଇପାରିବ ନାହିଁ । କିନ୍ତୁ ଏକକ ସ୍ଥାନର ଅଙ୍କରୁ ଆମେ ଏହା ଜାଣିପାରିବା ଯେତେବେଳେ ସଂଖ୍ୟାଟି ବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟା ନୁହେଁ । ଯଦି ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟା 2, 3, 7 କିମ୍ବା 8 ରେ ଶେଷ ହୁଏ, ତେବେ ଆମେ ନିଶ୍ଚିତଭାବେ କହିପାରିବା ଯେ ଏହା ଏକ ବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟା ନୁହେଁ ।

? 5 ଟି ସଂଖ୍ୟା ଲେଖ, ଯାହାର ଏକକ ଅଙ୍କକୁ ଦେଖି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିପାରିବ ଯେ ସେମାନେ ବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟା ନୁହନ୍ତି ।

$1^2, 9^2, 11^2, 19^2, 21^2$ ଏବଂ 29^2 ଇତ୍ୟାଦି ବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକର ପ୍ରତ୍ୟେକଙ୍କର ଏକକ ସ୍ଥାନରେ 1 ଅଛି । ଏକକ

ସ୍ଥାନରେ 1 ଥାଇ ପରବର୍ତ୍ତୀ ଦୁଇଟି ବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟା ଲେଖ । ମନେରଖ; ଯଦି ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟାର ଏକକ ସ୍ଥାନରେ 1 କିମ୍ବା 9 ଥାଏ, ତେବେ ତାହାର ବର୍ଗସଂଖ୍ୟାର ଏକକ ଘର 1 ହୋଇଥାଏ ।

? ଆସ 6ରେ ଶେଷ ହେଉଥିବା ବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ବିଚାର କରିବା; $16 = 4^2$, $36 = 6^2$, $196 = 14^2$, $256 = 16^2$, $576 = 24^2$ ଏବଂ $676 = 26^2$ ।

ନିମ୍ନଲିଖିତ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁଗୁଡ଼ିକର ଏକକ ସ୍ଥାନରେ 6 ରହିବ ?

(i) 38^2 (ii) 34^2 (iii) 46^2 (iv) 56^2 (v) 74^2 (vi) 82^2

? ପୂର୍ବରୁ ତୁମେ ପୂରଣ କରିଥିବା ସାରଣୀରୁ ସଂଖ୍ୟା ଏବଂ ସେମାନଙ୍କର ବର୍ଗଗୁଡ଼ିକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରି ଏହିପରି ଅଧିକ ସଂରଚନା ଖୋଜ । ନିମ୍ନଲିଖିତ ସଂଖ୍ୟା ଓ ସେମାନଙ୍କର ବର୍ଗଗୁଡ଼ିକୁ ବିଚାର କର ।

ଆମର ଗୋଟିଏ ଶୂନ ଅଛି

$10^2 = 100$
$20^2 = 400$
$40^2 = 1600$

କିନ୍ତୁ, ଆମର ଦୁଇଟି ଶୂନ ଅଛି

ଆମର ଦୁଇଟି ଶୂନ ଅଛି

$100^2 = 10000$
$200^2 = 40000$
$700^2 = 490000$
$900^2 = 810000$

କିନ୍ତୁ, ଆମର ଚାରୋଟି ଶୂନ ଅଛି

? ଯଦି ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟାର ଶେଷରେ 3ଟି ଶୂନ ଥାଏ, ତେବେ ତା'ର ବର୍ଗର ଶେଷରେ କେତୋଟି ଶୂନ ରହିବ ?

? ଏକ ସଂଖ୍ୟାର ଶେଷରେ ଥିବା ଶୂନମାନଙ୍କର ସଂଖ୍ୟା ଏବଂ ତାହାର ବର୍ଗର ଶେଷରେ ଥିବା ଶୂନମାନଙ୍କର ସଂଖ୍ୟା ବିଷୟରେ ତୁମେ କ'ଣ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରୁଛ ? ଏପରି ସବୁବେଳେ ହୋଇଥାଏ କି ? ଆମେ କହିପାରିବା କି ବର୍ଗଗୁଡ଼ିକର ଶେଷରେ କେବଳ ଏକ ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟକ ଶୂନ ରହିବ ?

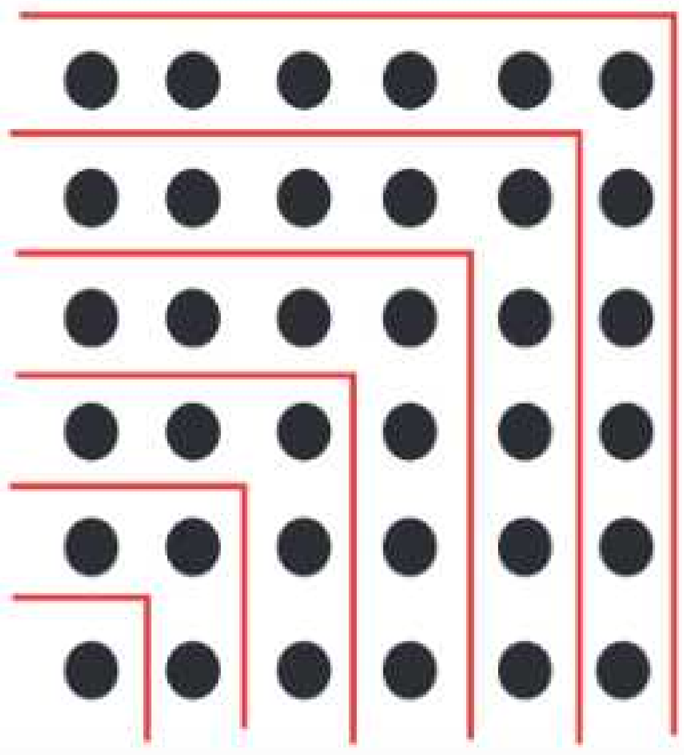
? ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟା ଓ ତା'ର ବର୍ଗ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ସଂପର୍କ ବିଷୟରେ ତୁମେ କ'ଣ କହିପାରିବ ?

ପୂର୍ଣ୍ଣ ବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟା ଏବଂ ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା (Perfect squares and odd numbers)

ଆସ, କ୍ରମିକ ବର୍ଗସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରେ ରହିଥିବା ପାର୍ଥକ୍ୟଗୁଡ଼ିକୁ ଖୋଜିବା । ତୁମେ କ'ଣ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରୁଛ ?

$4 - 1 = 3$ $9 - 4 = 5$ $16 - 9 = 7$ $25 - 16 = 9$

$1 = 1$
$1 + 3 = 4$
$1 + 3 + 5 = 9$
$1 + 3 + 5 + 7 = 16$
$1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 25$
$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 = 36.$

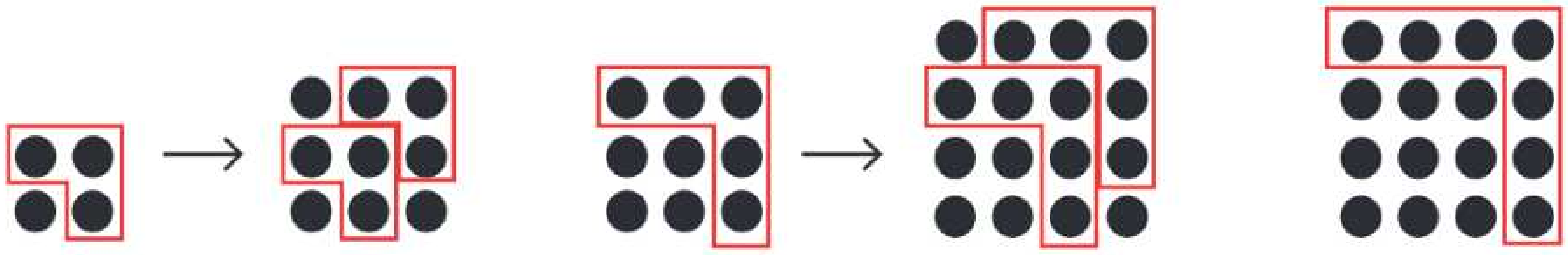


ପରବର୍ତ୍ତୀ କିଛି ବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟା ପାଇଁ ଏହି କ୍ରମ ରହୁଛି କି, ଲକ୍ଷ୍ୟ କର ।

ଏଥିରୁ ଆମେ ଜାଣିଲେ ଯେ, 1 ରୁ ଆରମ୍ଭ କରି କ୍ରମିକ ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗଫଳରୁ କ୍ରମିକ ବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟା ମିଳିଥାଏ, ଚିତ୍ରକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର ।

ଏହି କ୍ରମ ସଂପର୍କରେ ତୁମେ ପୂର୍ବ ଶ୍ରେଣୀରେ ଧାରଣା ପାଇଥିଲ, ମନେ ଅଛି କି ?

ତଳେ ଦିଆଯାଇଥିବା ଚିତ୍ରଗୁଡ଼ିକୁ ଦେଖ । ପ୍ରତ୍ୟେକ ଚିତ୍ରର ଓଲଟା L ଓ ତା'ର ପରବର୍ତ୍ତୀ ଚିତ୍ରର ଓଲଟା L କିପରି ପରବର୍ତ୍ତୀ ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ଦିଏ ?



$1+3$ $\quad 1+3+(3+2)$ $\quad 1+3+5$ $\quad 1+3+5+(5+2)$ $\quad 1+3+5+7$

ଆମେ ଦେଖିଲେ ଯେ, ପ୍ରଥମ n ସଂଖ୍ୟକ ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗଫଳ n^2 ଅଟେ । ଓଲଟାଇ କହିଲେ, ପ୍ରତ୍ୟେକ ବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟା 1ରୁ ଆରମ୍ଭ ହୋଇଥିବା କ୍ରମିକ ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକର ଯୋଗଫଳ ଅଟେ ।

ଗଣିତରେ ଅନେକ ସମୟରେ ଯୁକ୍ତି ଓ ତର୍କକୁ କୌଣସି ଶବ୍ଦର ବ୍ୟବହାର ନ କରି ଉପସ୍ଥାପନା କରିହୁଏ । ଏଥିପାଇଁ ଚିତ୍ରିତ ଉପସ୍ଥାପନାରେ ପ୍ରମାଣ ହିଁ ଯଥେଷ୍ଟ ହୋଇଥାଏ ।

ଆହୁରି ମଧ୍ୟ, ଆମେ କ୍ରମିକ ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାକୁ ବିୟୋଗ କରି ଏକ ସଂଖ୍ୟା ପୂର୍ଣ୍ଣ ବର୍ଗ କି ନୁହେଁ ତାହା ଜାଣିପାରିବା । ସଂଖ୍ୟା 25ରୁ କ୍ରମାଗତ ଭାବରେ 1, 3, 5... ବିୟୋଗ କରିବା (0 କିମ୍ବା ତାହା ଠାରୁ କମ୍ ହେବା ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ) ।

$25-1=24 \qquad 24-3=21 \qquad 21-5=16 \qquad 16-7=9 \qquad 9-9=0$

ଅର୍ଥାତ୍, $25=1+3+5+7+9$ ଏବଂ ଏହା ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣବର୍ଗ ଅଟେ । ଯେହେତୁ ଆମେ ପ୍ରଥମ ପାଞ୍ଚୋଟି ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ବିୟୋଗ କଲୁ ତେଣୁ $25=5^2$ ।

? ଏହି ସଂରଚନା ଆଧାରରେ 36^2 ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର; $35^2=1225$ ।

ପ୍ରଶ୍ନରୁ ଆମେ ଜାଣୁଛୁ ଯେ, 1225 ହେଉଛି ପ୍ରଥମ 35 ଟି ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗଫଳ । 36^2 ର ମୂଲ୍ୟ ଜାଣିବା ପାଇଁ ଆମକୁ 1225ରେ 36 ତମ ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଯୋଗ କରିବାକୁ ପଡ଼ିବ ।

? ତୁମେ 36 ତମ ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା କିପରି ପାଇବ ?

ପ୍ରଥମ ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ହେଉଛି 1, ଦ୍ୱିତୀୟ ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ହେଉଛି 3, ତୃତୀୟ ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ହେଉଛି 5, ..., ଷଷ୍ଠ ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା 11 ଏବଂ ଏହି କ୍ରମକୁ ଆଗକୁ ବଢ଼ାଯିବ ।

? n ତମ ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା କେତେ ହେବ ?

n ତମ ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ହେଉଛି $2n-1$ । ତେଣୁ 36 ତମ ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ହେଉଛି 71 । 1225 ରେ 71 ଯୋଗ କଲେ, 1296 ପାଇବା, ଯାହା ହେଉଛି 36^2 ।

ବର୍ତ୍ତମାନ, ଏପରି ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟା ନେବା ଯାହା ଗୋଟିଏ ବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟା ହୋଇନଥିବ । ମନେ କରାଯାଉ 38; ଏବଂ ଏଥିରୁ 1 ରୁ ଆରମ୍ଭ କରି କ୍ରମାଗତ ଭାବେ ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାକୁ ବିୟୋଗ କରିବା ।

$38-1=37,\ 37-3=34,\ 34-5=29\ \ 29-7=22,\ 22-9=13,\ 13-11=2 \quad 2-13=-11$

ଏଥିରୁ ଆମେ ଜାଣିଲେ, 38 କୁ 1 ରୁ ଆରମ୍ଭ କରି କ୍ରମିକ ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କର ଯୋଗଫଳ ଭାବେ ପ୍ରକାଶ କରିପାରିବା ନାହିଁ । ଏଣୁ, ଆମେ କହିପାରିବା ଯେ, ଯଦି ଗୋଟିଏ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟାକୁ 1 ରୁ ଆରମ୍ଭ କରି କ୍ରମିକ ଅଯୁଗ୍ମ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗଫଳ ଭାବରେ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଇପାରିବ ନାହିଁ, ତେବେ ତାହ ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣବର୍ଗ ନୁହେଁ । ଗୋଟିଏ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣ ବର୍ଗ କି ନୁହେଁ ତାହା ଜାଣିବା ପାଇଁ ଆମେ ଏହି ଫଳାଫଳକୁ ବ୍ୟବହାର କରିପାରିବା ।

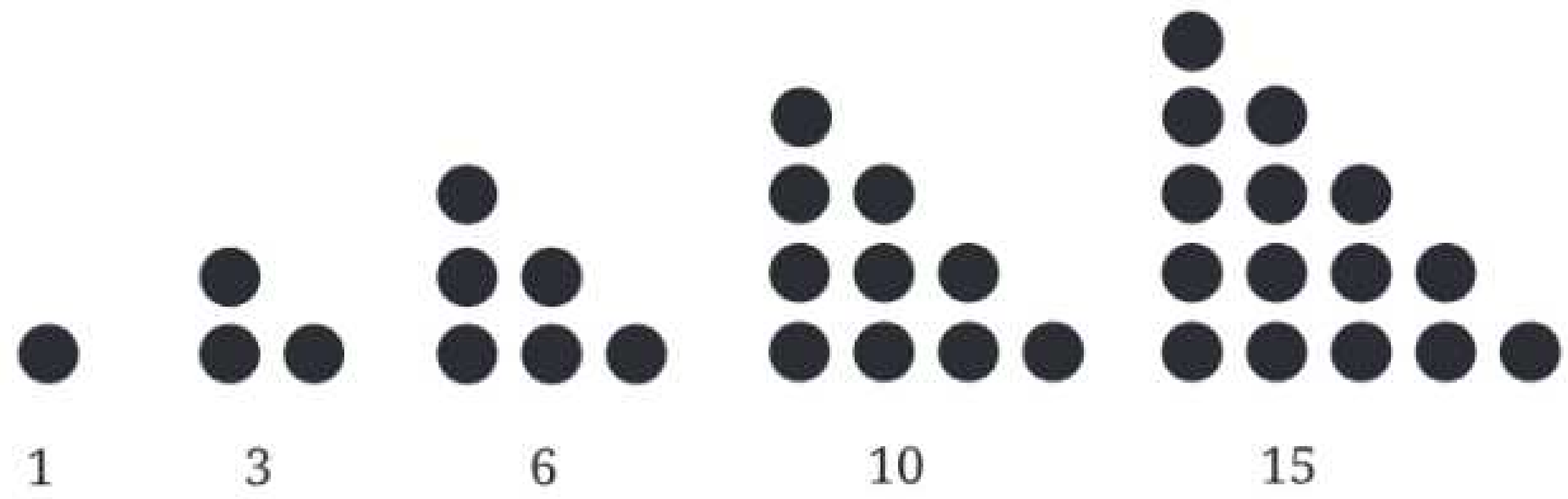
? ଦୁଇଟି କ୍ରମିକ ପୂର୍ଣ୍ଣବର୍ଗ ମଧ୍ୟରେ କେତୋଟି ସଂଖ୍ୟା ଥାଏ, ଆସ ଖୋଜିବା । ତୁମେ ଏହାର କିଛି ସଂରଚନା ଲକ୍ଷ୍ୟ କରିପାରୁଛ କି ?

? 1 ରୁ 100 ମଧ୍ୟରେ କେତୋଟି ବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟା ଅଛି ? 101 ରୁ 200 ମଧ୍ୟରେ କେତୋଟି ଅଛି ? ତୁମେ ପୂର୍ବରୁ ପୂରଣ କରିଥିବା ବର୍ଗଗୁଡ଼ିକର ସାରଣୀ ବ୍ୟବହାର କରି ପ୍ରତ୍ୟେକ 100ର ସଂଭାଗରେ କେତୋଟି ବର୍ଗସଂଖ୍ୟା ଅଛି ଗଣି ଲେଖ । 1000ରୁ କମ୍ ସବୁଠାରୁ ବଡ଼ ବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟାଟି କିଏ ?

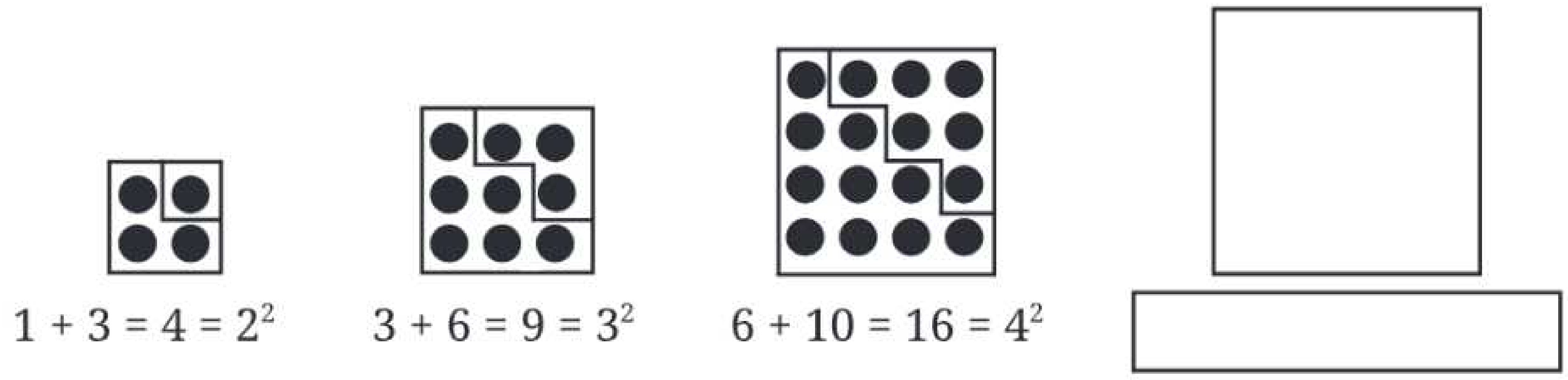
1-100	101-200	201-300	301-400	401-500
______	______	______	______	______
501-600	601-700	701-800	801-900	901-1000
______	______	______	______	______

ପୂର୍ଣ୍ଣ ବର୍ଗ ଓ ତ୍ରିଭୂଜାକାର ସଂଖ୍ୟା (Perfect Squares and Triangular Numbers)

ତୁମର ତ୍ରିଭୁଜାକାର ସଂଖ୍ୟା ମନେ ଅଛି କି ?



? ତୁମେ ତ୍ରିଭୁଜାକାର ସଂଖ୍ୟା ଏବଂ ବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ କିଛି ସଂପର୍କ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରିପାରୁଛ କି ? ଏହି ସଂରଚନାକୁ ଆଗକୁ ବଢ଼ାଅ ଓ ପରବର୍ତ୍ତୀ ସଂଖ୍ୟା କେତେ ହେବ ଚିତ୍ରରେ ଦର୍ଶାଅ ।



ବର୍ଗମୂଳ (Square Roots)

? ଗୋଟିଏ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 49 ବର୍ଗ ସେ.ମି. । ଏହାର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ କେତେ ?

ଆମେ ଜାଣିଛୁ $7 \times 7 = 49$, କିମ୍ବା, $7^2 = 49$.

ତେଣୁ 49 ବର୍ଗ ସେ.ମି. କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 7 ସେ.ମି. । ଆମେ 7 କୁ 49ର **ବର୍ଗମୂଳ** କହୁ ।

ସାଧାରଣ ଭାବେ, ଯଦି $y = x^2$ ହୁଏ, ତେବେ x ହେଉଛି yର **ବର୍ଗମୂଳ** ।

? 64 ର ବର୍ଗମୂଳ କେତେ ? ଆମେ ଜାଣିଛୁ, $8 \times 8 = 64$, ତେଣୁ 8 ହେଉଛି 64ର ବର୍ଗମୂଳ । ତେବେ $(-8) \times (-8) = ?$ ଏହା ମଧ୍ୟ 64 ।

$8^2 = 64$, ଓ $(-8)^2 = 64$ ତେଣୁ 64ର ବର୍ଗମୂଳଗୁଡ଼ିକ ହେଉଛି $+8$ ଏବଂ -8 ।

ପ୍ରତ୍ୟେକ ପୂର୍ଣ୍ଣବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟାର ଦୁଇଟି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ବର୍ଗମୂଳ ଅଛି । ଗୋଟିଏ ଧନାତ୍ମକ ଏବଂ ଅନ୍ୟଟି ଋଣାତ୍ମକ । ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟାର ଧନାତ୍ମକ ବର୍ଗମୂଳକୁ $\sqrt{}$ ଚିହ୍ନ ଦ୍ୱାରା ପରିପ୍ରକାଶ କରାଯାଏ ।

ଅତଏବ $\sqrt{64} = +8$ ଓ -8 ତେଣୁ $\sqrt{64} = \pm 8$ ଓ $\sqrt{100} = \pm 10$

ଲକ୍ଷ୍ୟକର ସାଧାରଣଭାବେ ଏପରି ଲେଖିବା $\sqrt{n^2} = \pm n$

ଏହି ଅଧ୍ୟାୟରେ ଆମେ କେବଳ ଧନାତ୍ମକ ବର୍ଗମୂଳକୁ ବିଚାରକୁ ନେବା ।

? ମନେକର, 576 କିମ୍ବା 327 ଭଳି ସଂଖ୍ୟା, ପୂର୍ଣ୍ଣବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟା କି ନୁହେଁ କିପରି ଜାଣିବା ? ଯଦି ଏହା ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟା, ତେବେ ଆମେ ଏହାର ବର୍ଗମୂଳ କିପରି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ?

ଗାଣିତିକ କଥାବାର୍ତ୍ତା

ଆମେ ଜାଣୁ ଯେ, ପୂର୍ଣ୍ଣବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ 1, 4, 9, 6, 5 କିମ୍ବା ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟକ ଶୂନରେ ଶେଷ ହୁଏ । କିନ୍ତୁ, ଏହି ସର୍ତ୍ତକୁ ପୂରଣ କରୁଥିବା ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଖ୍ୟା ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣବର୍ଗ ହେବ ତାହା ନିଶ୍ଚିତ ନୁହେଁ ।

ଆମେ ସ୍ପଷ୍ଟ ଭାବରେ କହିପାରିବା ଯେ, 327 ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟା ନୁହେଁ । ତେବେ 576 ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣବର୍ଗ ନୁହେଁ, ଆମେ ନିଶ୍ଚିତ ହୋଇପାରିବା ନାହିଁ ।

1. ଆମେ ସମସ୍ତ ବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ କ୍ରମରେ ତାଲିକାଭୁକ୍ତ କରିପାରିବା ଏବଂ 576 ସେମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ଅଛି କି ନାହିଁ ତାହା ଜାଣିପାରିବା । ଆମେ ଜାଣିଛୁ, $20^2 = 400$ । ଆମେ 21, 22, 23... ର ବର୍ଗ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା, ଯେ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଆମେ 576 ଠାରୁ ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟା ପାଇନାହାନ୍ତି ।

   $20^2 = 400$ $21^2 = 441$ $22^2 = 484$ $23^2 = 529$ $24^2 = 576$

   ମାତ୍ର ଏହି ପ୍ରକ୍ରିୟା ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟା ପାଇଁ ପ୍ରଯୁଜ୍ୟ ହେବ ନାହିଁ ।

2. ମନେ ପକାଅ 1 ରୁ ଆରମ୍ଭ କରି କ୍ରମିକ ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କର ଯୋଗଫଳ ଭାବେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟାକୁ ପ୍ରକାଶ କରିପାରିବା ।

ମନେକର, $\sqrt{81}$

$81 - 1 = 80$ $80 - 3 = 77$ $77 - 5 = 72$ $72 - 7 = 65$ $65 - 9 = 56$
$56 - 11 = 45$ $45 - 13 = 32$ $32 - 15 = 17$ $17 - 17 = 0$

81ରୁ ଆମେ 1ରୁ ଆରମ୍ଭ କରି କ୍ରମାଗତ ଭାବେ 9 ଥର ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ବିୟୋଗ କରିବା ପରେ ଆମେ 0 ପାଇଲୁ ।

ତେଣୁ, $\sqrt{81} = 9$

ଆମେ ଏହି ପ୍ରଣାଳୀରେ 729 ର ବର୍ଗମୂଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିପାରିବା କି ? ହଁ, କିନ୍ତୁ ଏହା ସମୟସାପେକ୍ଷ ହେବ ।

3. ଆମେ ଜାଣୁ ଯେ, ଗୋଟିଏ ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟାକୁ ତା' ନିଜ ସହିତ ଗୁଣନ କଲେ ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣ ବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟା ମିଳିଥାଏ । ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଏହାର ମୌଳିକ ଗୁଣନୀୟକମାନଙ୍କର ଗୁଣଫଳ ଭାବରେ ପ୍ରକାଶ କଲେ, ଏହା ପୂର୍ଣ୍ଣବର୍ଗ କି ନୁହେଁ, ଜାଣିବା ସହଜ ହେବ କି ?

ହଁ, ଯଦି ଆମେ ସଂଖ୍ୟାଟିର ମୌଳିକ ଗୁଣନୀୟକଗୁଡ଼ିକୁ ସମାନ ଦୁଇ ଭାଗରେ ଭାଗ କରିଦେବା, ତେବେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଭାଗର ମୌଳିକ ଗୁଣନୀୟକମାନଙ୍କର ଗୁଣଫଳ ହିଁ, ସଂଖ୍ୟାଟିର ବର୍ଗମୂଳ ହୋଇଥାଏ ।

? 324 ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣ ବର୍ଗ କି ?

$324 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$

ଏହାକୁ ଆମେ ନିମ୍ନମତେ ଭାଗ ଭାଗ କରିପାରିବା

$324 = (2 \times 3 \times 3) \times (2 \times 3 \times 3) = (2 \times 3 \times 3)^2 = 18^2$

ଆମେ ମୌଳିକ ଗୁଣନୀୟକଗୁଡ଼ିକୁ ଯୋଡ଼ିରେ ମଧ୍ୟ ଲେଖିପାରିବା । ଅର୍ଥାତ୍

$324 = (2 \times 2) \times (3 \times 3) \times (3 \times 3)$

ଏଥିରୁ ଜଣାପଡୁଛି 324 ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣ ବର୍ଗ । ଅର୍ଥାତ୍,

$324 = (2 \times 3 \times 3)^2 = 18^2$

ତେଣୁ $\sqrt{324} = 18$

? 156 ଗୋଟିଏ ପୂର୍ଣ୍ଣବର୍ଗ କି ?

156 କୁ ମୌଳିକ ଗୁଣନୀୟକମାନଙ୍କର ଗୁଣଫଳରେ ପ୍ରକାଶ କଲେ, ଆମେ ପାଇବା, $156 = 2 \times 2 \times 3 \times 13$

ଆମେ ଏହି ଗୁଣନୀୟକଗୁଡ଼ିକୁ ଯୋଡ଼ିରେ ପ୍ରକାଶ କରିପାରିବା ନାହିଁ । ତେଣୁ, 156 ଗୋଟିଏ ପୂର୍ଣ୍ଣବର୍ଗ ନୁହେଁ ।

? ମୌଳିକ ଗୁଣନୀୟକ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରି 1156 ଏବଂ 2800 ପୂର୍ଣ୍ଣବର୍ଗ କି ନୁହେଁ ପରୀକ୍ଷା କର ।

ବଡ଼ବଡ଼ ପୂର୍ଣ୍ଣବର୍ଗସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକର ବର୍ଗମୂଳ ପାଇବା ପାଇଁ ଆମେ ଜାଣିଥିବା ନିକଟତମ ପୂର୍ଣ୍ଣବର୍ଗରୁ ଆରମ୍ଭ କରି ଉତ୍ତର ପାଇପାରିବା ।

ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ, $\sqrt{1936}$ ର ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ ପାଇଁ ଆମେ ନିମ୍ନୋକ୍ତ ଯୁକ୍ତି ଉପସ୍ଥାପନ କରିପାରିବା :

(i) $1600\ (40^2)$ ଓ $2500\ (50^2)$ ମଧ୍ୟରେ $\sqrt{1936}$ ଅଛି, ତେଣୁ $40 < \sqrt{1936} < 50$

(ii) 1936 ର ଶେଷ ଅଙ୍କ 6 । ତେଣୁ ବର୍ଗମୂଳର ଶେଷ ଅଙ୍କ 4 କିମ୍ବା 6 ହେବ । ଏହା 44 କିମ୍ବା 46 ହୋଇପାରେ ।

(iii) ଯଦି ଆମେ 45^2 ର ମୂଲ୍ୟ ଜାଣିବା, ତେବେ ଆମେ ଏହାକୁ $40 - 50$ ସଂଭାଗରେ ରଖିବା, ଯାହା ମଧ୍ୟ $40 - 45$ ବା $45 - 50$ ର ସଂଭାଗ ହୋଇପାରେ ।

ଆମେ ଲେଖିପାରିବା $45^2 = (40 + 5)(40 + 5)$

$= 40^2 + 2 \times 40 \times 5 + 5^2 = 1600 + 400 + 25 = 2025$

(iv) $2025 > 1936$, ତେଣୁ $40 < \sqrt{1936} < 45$

(v) ଏଥିରୁ ଆମେ ଜାଣିପାରିବା, $\sqrt{1936} = 44$

ତଳେ ଦିଆଯାଇଥିବା ପରିସ୍ଥିତିକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର –

ସୋନୁ ଓ ବିଜୁ ଏକ ଖେଳ ଖେଳନ୍ତି । ଜଣେ ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟା କହିଲେ ଅନ୍ୟ ଜଣେ ତା'ର ବର୍ଗମୂଳ କହି ଉତ୍ତର ଦିଏ । ସୋନୁ 25 କହି ଖେଳ ଆରମ୍ଭ କଲା ଓ ବିଜୁ ସାଙ୍ଗେ ସାଙ୍ଗେ ଉତ୍ତର 5 ଦେଲା । ତା'ପରେ ବିଜୁ କହିଲା 81, ସୋନୁ ଉତ୍ତର ଦେଲା 9 । ସୋନୁ 250 କହିବା ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଖେଳ ଚାଲିଥିଲା । 250 ଗୋଟିଏ ପୂର୍ଣ୍ଣବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟା ନ ହୋଇଥିବାରୁ ବିଜୁ ଏହାର ଉତ୍ତର ଦେଇପାରିଲା ନାହିଁ । ସୋନୁ ବିଜୁକୁ 250 ର ବର୍ଗମୂଳର ନିକଟତମ ସଂଖ୍ୟା କିଏ ପଚାରିଲା ।

ଏଥିପାଇଁ ବିଜୁକୁ 250 ର ବର୍ଗମୂଳ କେତେ ହେବ, ତାହା ଆକଳନ କରିବାକୁ ପଡ଼ିବ ।

ଆମେ ଜାଣିଛୁ ଯେ, $100 < 250 < 400$ ଏବଂ $\sqrt{100} = 10$ ଓ $\sqrt{400} = 20$ ତେଣୁ $10 < \sqrt{250} < 20$

ତଥାପି ଆମେ ସେହି ସଂଖ୍ୟାର ନିକଟତର ହୋଇନାହୁଁ, ଯାହାର ବର୍ଗ 250 ଆମେ ଜାଣୁ ଯେ $15^2 = 225$ ଏବଂ $16^2 = 256$

ଏଣୁ $15 < \sqrt{250} < 16$ । ଯେହେତୁ 225 ତୁଳନାରେ 250 ର ଅଧିକ ନିକଟତର ହେଉଛି 256, ତେଣୁ $\sqrt{250}$ ର ମୂଲ୍ୟ ପ୍ରାୟ 16, ଯଦିଓ ଏହା 16 ଠାରୁ ସାମାନ୍ୟ କମ୍ ।

ଆସ, ଆଉ ଗୋଟିଏ ସମସ୍ୟାକୁ ନେଇ ଆଲୋଚନା କରିବା, ଯେଉଁଥିରେ ଆମକୁ ବର୍ଗମୂଳକୁ ଆକଳନ କରିବାକୁ ପଡ଼ିବ ।

ଅଖିଳ ପାଖରେ 125 ବର୍ଗ ସେ.ମି. କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ବିଶିଷ୍ଟ ଖଣ୍ଡିଏ ବର୍ଗାକୃତି କପଡ଼ା ଅଛି । ଏଥିରୁ 15 ସେ.ମି. ଦୈର୍ଘ୍ୟର ବର୍ଗାକୃତି କପଡ଼ା କଟାଯାଇପାରିବ କି ? ଯଦି ନୁହେଁ, ସେ ଜାଣିବାକୁ ଚାହାନ୍ତି ଯେ, ଏହି କପଡ଼ା ଖଣ୍ଡରୁ କେଉଁ ସର୍ବାଧିକ ଆକୃତିର ରୁମାଲ କାଟିହେବ ଯାହାର ପାର୍ଶ୍ୱର ଲମ୍ବ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ହେଉଥିବ ।

125 ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟା ନୁହେଁ । ନିକଟତମ ପୂର୍ଣ୍ଣବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ହେଲେ $11^2 = 121$ ଓ $12^2 = 144$ । ତେଣୁ ଏହି କପଡ଼ାରୁ ଅତି ବେଶୀରେ 11 ସେ.ମି. ଦୈର୍ଘ୍ୟର ବର୍ଗାକୃତି ରୁମାଲଟିଏ ପ୍ରସ୍ତୁତ କରାଯାଇପାରିବ ।

? ନିଜେ କରି ଦେଖ

1. ନିମ୍ନଲିଖିତ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁଗୁଡ଼ିକ ପୂର୍ଣ୍ଣବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟା ନୁହେଁ ?

   (i) 2032 (ii) 2048 (iii) 1027 (iv) 1089

2. 64^2, 108^2, 292^2, ଓ 36^2 ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁଟିର ଶେଷ ଅଙ୍କ 4 ହେବ ?

3. $125^2 = 15625$, ତେବେ 126^2ର ମାନ କେତେ ହେବ ?

   (i) $15625 + 126$ (ii) $15625 + 26^2$ (iii) $15625 + 253$

   (iv) $15625 + 251$ (v) $15625 + 51^2$

4. 441 ବର୍ଗମିଟର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ବିଶିଷ୍ଟ ଗୋଟିଏ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ କେତେ ?

5. 4, 9 ଓ 10 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ କ୍ଷୁଦ୍ରତମ ବର୍ଗସଂଖ୍ୟାଟି କେତେ ?

6. କେଉଁ କ୍ଷୁଦ୍ରତମ ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା 9408 କୁ ଗୁଣନ କଲେ, ଗୁଣଫଳ ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟା ହେବ ? ଗୁଣଫଳର ବର୍ଗମୂଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

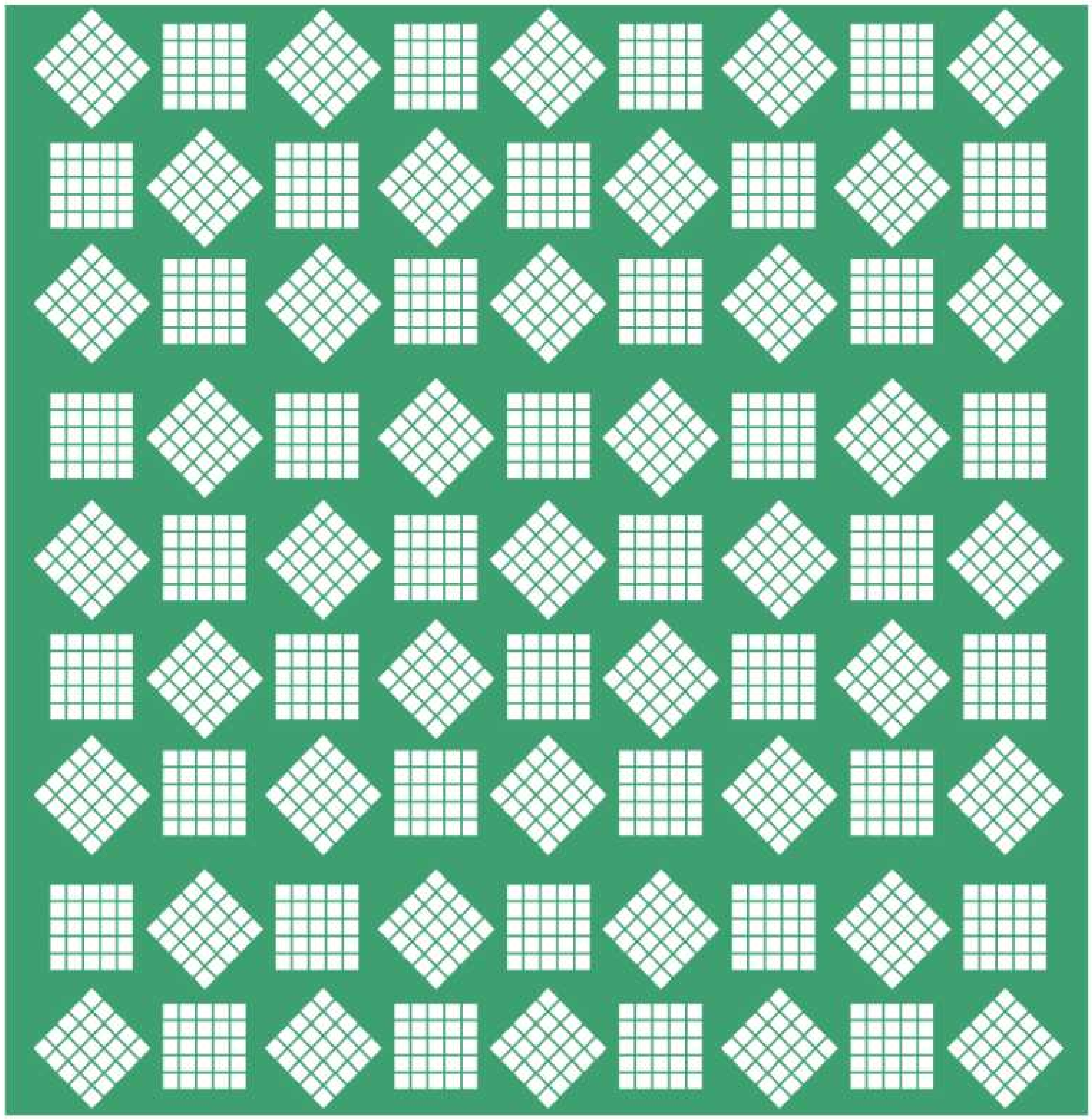
7. ନିମ୍ନଲିଖିତ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକର ବର୍ଗମଧ୍ୟରେ କେତୋଟି ସଂଖ୍ୟା ରହିବ ?

   (i) 16 ଓ 17 (ii) 99 ଓ 100

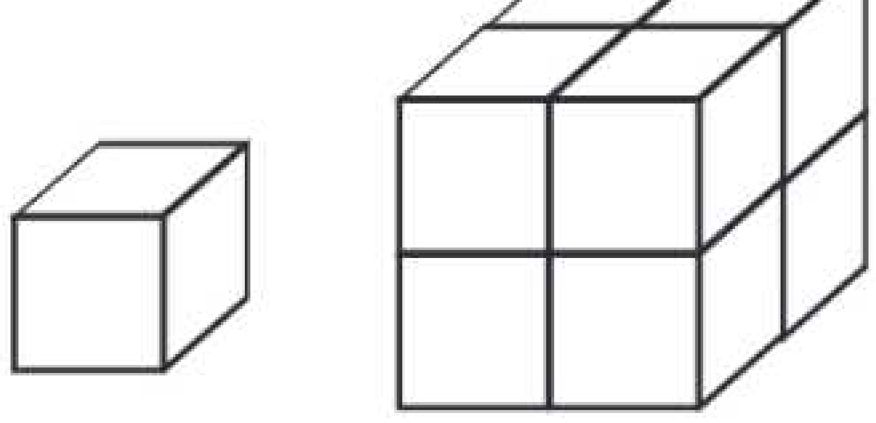
8. ନିମ୍ନଲିଖିତ ସଂରଚନାରେ ଖାଲିଥିବା ସ୍ଥାନରେ ଠିକ୍ ସଂଖ୍ୟା ଲେଖି ପୂରଣ କର ।

$$1^2 + 2^2 + 2^2 = 3^2$$
$$2^2 + 3^2 + 6^2 = 7^2$$
$$3^2 + 4^2 + 12^2 = 13^2$$
$$4^2 + 5^2 + 20^2 = (\_\_)^2$$
$$9^2 + 10^2 + (\_\_)^2 = (\_\_)^2$$

9. ତଳେ ଦିଆଯାଇଥିବା ଚିତ୍ରରେ କେତୋଟି ଛୋଟ ବର୍ଗ ଚିତ୍ର ଅଛି ? ଉକ୍ତ ସଂଖ୍ୟାର ମୌଳିକ ଗୁଣନୀୟକଗୁଡ଼ିକୁ ଲେଖ ।



1.2 ଘନସଂଖ୍ୟା (Cubic Numbers)



ଜ୍ୟାମିତି ପାଠରେ ତୁମେ ଘନ **(Cube)** ଶବ୍ଦଟି ପୂର୍ବରୁ ଜାଣିଛ । ସମଘନ ହେଉଛି ଏକ ଘନବସ୍ତୁ, ଯାହାର ସମସ୍ତ ପାର୍ଶ୍ୱ ସମକୋଣରେ ମିଶିଥାଏ ଏବଂ ସମାନ ।

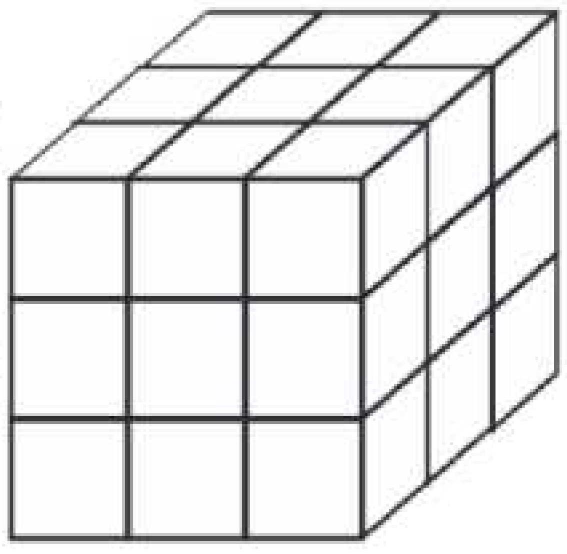
? 1 ସେ.ମି. ବାହୁ ବିଶିଷ୍ଟ କେତୋଟି ସମଘନକୁ ନେଲେ 3 ସେ.ମି. ବାହୁ ବିଶିଷ୍ଟ ଗୋଟିଏ ସମଘନ ପ୍ରସ୍ତୁତ ହୋଇପାରିବ ?

ଆସ, 1, 8, 27, ... ଭଳି ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ନେଇ ବିଚାର କରିବା । ଏହି ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ **ପୂର୍ଣ୍ଣ ଘନ ସଂଖ୍ୟା** କୁହାଯାଏ । କାହିଁକି ଏପରି କୁହାଯାଏ କହିପାରିବ କି ? ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଖା ପାଇବା ପାଇଁ ଆମେ ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟାକୁ ତିନିଥର ଗୁଣନ କରିଥାଉ, ଯେପରି–

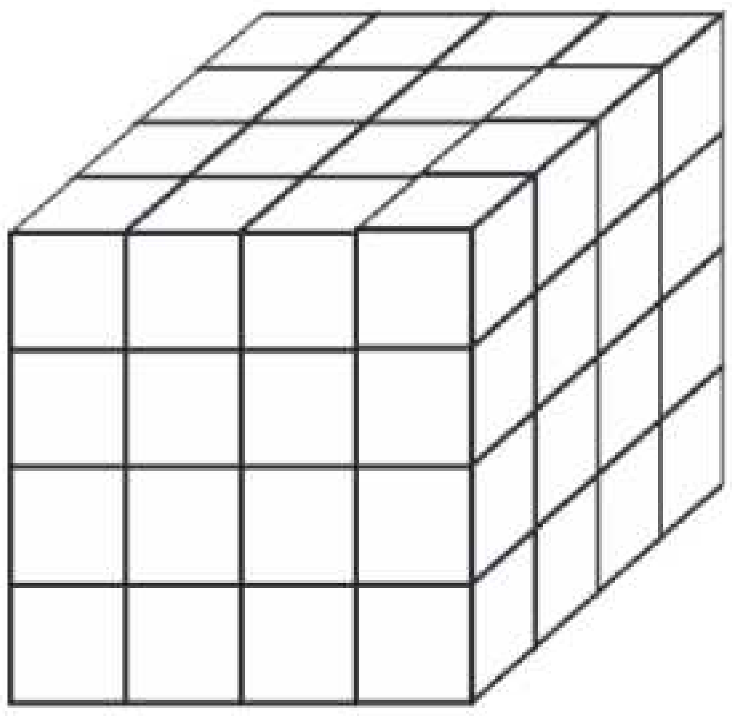
$$1 = 1 \times 1 \times 1$$
$$8 = 2 \times 2 \times 2$$
$$27 = 3 \times 3 \times 3$$

? 9 ଏକ ଘନ ସଂଖ୍ୟା ହେବ କି ?

ଆମେ ଜାଣିଛେ, $2 \times 2 \times 2 = 8$ ଏବଂ $3 \times 3 \times 3 = 27$ । ଏଥିରୁ ଜଣାପଡୁଛି, 9 ଗୋଟିଏ ଘନ ସଂଖ୍ୟା ନୁହେଁ ବା 10 ଠାରୁ 26 ମଧ୍ୟରେ କୌଣସି ଘନ ସଂଖ୍ୟା ନାହିଁ।



? 4 ଏକକ ଦୈର୍ଘ୍ୟ ବିଶିଷ୍ଟ ଗୋଟିଏ ସମଘନରେ କେତୋଟି ଏକକ ସମଘନ ରହିବ, ତୁମେ କହିପାରିବ କି ?



ଏଥିରେ 64 ଟି 1 ଘନ ଏକକ ବିଶିଷ୍ଟ ସମଘନ ଅଛି । ତୁମେ (ଏକକ ସମଘନ) ଭଲଭାବେ ଲକ୍ଷ୍ୟ କଲେ ଜାଣିପାରିବ, ଏହାର ପ୍ରତ୍ୟେକ ସ୍ତରରେ (4×4)ଟି ଏକକ ସମଘନ ଅଛି । ଅଥାତ୍ ପ୍ରତ୍ୟେକ ସ୍ତରରେ (4×4) ବା 16 ଟି ଏକକ ସମଘନ ଅଛି । ଏହିପରି 4 ଟି ସ୍ତର ଅଛି, ଅର୍ଥାତ୍ ମୋଟ ଏକକ ସମଘନ ସଂଖ୍ୟା $4 \times 4 \times 4 = 64$ ହେବ ।

ଯେହେତୁ $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$, ତେଣୁ 125 ଗୋଟିଏ ଘନ ସଂଖ୍ୟା ଅଟେ ।

ତେଣୁ ଆମେ ଜାଣିଲେ, n ଏକ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ହେଲେ, $n \times n \times n = n^3$ ମଧ୍ୟ ଏକ **ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ଏବଂ ଏହାକୁ (n^3କୁ) ଏକ ଘନସଂଖ୍ୟା ବୋଲି କୁହାଯାଏ ।**

? ନିମ୍ନ ସାରଣୀଟିକୁ ପୂରଣ କର ।

$1^3 = 1$	$11^3 = 1331$
$2^3 = 8$	$12^3 =$
$3^3 = 27$	$13^3 = 2197$
$4^3 = 64$	$14^3 = 2744$
$5^3 = 125$	$15^3 =$
$6^3 =$	$16^3 =$
$7^3 =$	$17^3 = 4913$
$8^3 =$	$18^3 = 5832$
$9^3 =$	$19^3 = 6859$
$10^3 =$	$20^3 =$

? ଉପରୋକ୍ତ ସାରଣୀରୁ କେଉଁ ସଂରଚନା ଲକ୍ଷ୍ୟ କରୁଛ ?

? ଆମେ ଜାଣୁ ଯେ, ଯେ କୌଣସି ପୂର୍ଣ୍ଣବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟାର ଶେଷ ଅଙ୍କ (ଏକକ ଅଙ୍କ) 0, 1, 4, 5, 6, 9 ହିଁ ହୋଇପାରିବ ।

ଗାଣିତିକ୍ କଥାବାର୍ତ୍ତା

କୌଣସି ଘନସଂଖ୍ୟାର ଶେଷ ଅଙ୍କ (ଏକକ ଅଙ୍କ) କେତେ ହୋଇପାରେ ?

? ବର୍ଗସଂଖ୍ୟା ପରି, ତୁମେ 1 ଅଙ୍କ, 2 ଅଙ୍କ ଏବଂ 3 ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ କେତୋଟି ଘନ ସଂଖ୍ୟା ଅଛି କହିପାରିବ କି ?

? ଗୋଟିଏ ଘନସଂଖ୍ୟାର ଶେଷ ଅଙ୍କ ଦୁଇଟି ଶୂନ (୦୦) ହୋଇପାରିବ କି ? ବୁଝାଅ ।

ଆମେ ଯେପରି ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା/ଦଶମିକର ବର୍ଗ ନେଇପାରିବା:- $(\frac{4}{6})^2$, $(13.08)^2$ ଓ $(-6)^2$,

ଠିକ୍ ସେହିପରି ଆମେ ମଧ୍ୟ ଏହି ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକର ଘନ ସଂଖ୍ୟା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିପାରିବା:- $(\frac{4}{6})^3$, $(13.08)^3$ ଓ $(-6)^3$

$$(\frac{4}{6})^3 = (\frac{4}{6}) \times (\frac{4}{6}) \times (\frac{4}{6}) = (\frac{64}{216})$$
$$(13.08)^3 = 13.08 \times 13.08 \times 13.08 = 2237.810112$$
$$(-6)^3 = -6 \times -6 \times -6 = -216.$$

ଟ୍ୟାକ୍ସି କ୍ୟାବ୍ ସଂଖ୍ୟା (Taxicab Numbers)

ଖ୍ୟାତନାମା ଗଣିତଜ୍ଞ ଶ୍ରୀନିବାସ ରାମାନୁଜନ କେମ୍ବ୍ରିଜ୍ ବିଶ୍ୱବିଦ୍ୟାଳୟରେ ଜି.ଏଚ. ହାର୍ଡ଼ିଙ୍କ ସହିତ କାମ କରୁଥିଲେ । ଥରେ ରାମାନୁଜନ ଅସୁସ୍ଥ ହୋଇ ଡାକ୍ତରଖାନାରେ ଥିବାବେଳେ ହାର୍ଡ଼ି ତାଙ୍କୁ ଭେଟିବାକୁ ଆସିଥିଲେ । ହାର୍ଡ଼ି ଆସିଥିବା ଟାକ୍ସି କ୍ୟାବ୍‌ର ଗାଡ଼ି ନମ୍ବର 1729 କୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରି, ହାର୍ଡ଼ି ମତ ଦେଇଥିଲେ, ଏହା ଗୋଟିଏ ନିରସ ସଂଖ୍ୟା ଏବଂ ଆଶା କରନ୍ତି ଏହା କୌଣସି ଖରାପ ସଙ୍କେତର ସୂଚକ ନୁହେଁ । ଏହାର ଉତ୍ତରରେ ରାମାନୁଜନ କହିଥିଲେ, "ନାଁ, ହାର୍ଡ଼ି, ଏହା ଗୋଟିଏ ଆକର୍ଷଣୀୟ ସଂଖ୍ୟା । ଏହା ସେହି ସର୍ବନିମ୍ନ ସଂଖ୍ୟା ଯାହାକୁ ଦୁଇଟି ଘନର ଯୋଗଫଳ ଭାବେ ଦୁଇ ଭିନ୍ନ ଉପାୟରେ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଇପାରିବ ।

$$1729 = 1^3 + 12^3$$
$$= 9^3 + 10^3$$

ଏହି ଘଟଣାପରଠାରୁ 1729 **ହାର୍ଡ଼ି–ରାମାନୁଜନ ସଂଖ୍ୟା** ଭାବରେ ପରିଚିତ ହୋଇଥିଲା ଏବଂ ଯେଉଁ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ଦୁଇଟି ଭିନ୍ନ ଉପାୟରେ ଦୁଇଟି ଘନର ଯୋଗଫଳ ଭାବେ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଇପାରିବ, ସେଗୁଡ଼ିକୁ **ଟାକ୍ସିକ୍ୟାବ୍ ସଂଖ୍ୟା** କୁହାଗଲା ।

? 1729 ର ଦୁଇଟି ପରବର୍ତ୍ତୀ ଟାକ୍ସିକ୍ୟାବ୍ ସଂଖ୍ୟା ହେଲେ 4104 ଓ 13832 । ଏହି ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟାକୁ କେଉଁ ଦୁଇ ଉପାୟରେ ଦୁଇଟି ଘନର ଯୋଗଫଳ ଭାବେ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଇପାରିବ, ଚେଷ୍ଟା କର । ଚେଷ୍ଟା କର

ରାମାନୁଜନ ଏହା ଜାଣିଲେ କିପରି ? ସାରା ଜୀବନ ସେ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଭଲ ପାଉଥିଲେ ଓ ସଂଖ୍ୟା ସହିତ ଖେଳୁଥିଲେ । କେମ୍ବ୍ରିଜ୍‌ରେ ରାମାନୁଜନ କାର୍ଯ୍ୟ କରୁଥିବା ସମୟରେ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କୁ ନେଇ ଗଭୀର ସଂରଚନା କରିବାର ଦକ୍ଷତାକୁ ତାଙ୍କର ସହକର୍ମୀମାନେ ପ୍ରଶଂସା କରୁଥିଲେ, ଯାହା ଅନ୍ୟମାନଙ୍କ ପାଇଁ ଅସ୍ୱାଭାବିକ ମନେ ହେଉଥିଲା । ତାଙ୍କର ସହକର୍ମୀ ଜନ ଲିଟିଲ୍‌ଉଡ୍ ଥରେ କହିଥିଲେ, "ପ୍ରତ୍ୟେକ ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ତାଙ୍କର (ରାମାନୁଜନଙ୍କର) ବ୍ୟକ୍ତିଗତ ବନ୍ଧୁ ଥିଲେ ।"

ପୂର୍ଣ୍ଣ ଘନ ସଂଖ୍ୟା ଓ କ୍ରମିକ ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା
(Perfect Cubes and Concecutive Odd Numbers)

ତଳେ ଦିଆଯାଇଥିବା ସଂରଚନାକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କଲେ ଜାଣିପାରିବ, କ୍ରମିକ ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କର ଘନ ସଂଖ୍ୟା ସହିତ କିପରି ସଂପର୍କିତ ?

$$1 = 1 = 1^3$$
$$3 + 5 = 8 = 2^3$$
$$7 + 9 + 11 = 27 = 3^3$$
$$13 + 15 + 17 + 19 = 64 = 4^3$$
$$21 + 23 + 25 + 27 + 29 = 125 = 5^3$$
$$31 + 33 + 35 + 37 + 39 + 41 = 216 = 6^3$$

ଏହି କ୍ରମରେ ଆମେ କ୍ରମରେ ପାଉଥିବା ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ :

$$91 + 93 + 95 + 97 + 99 + 101 + 103 + 105 + 107 + 109$$

? ଯୋଗ ନ କରି ତୁମେ ଏହି ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କର ଯୋଗଫଳ କେତେ କହିପାରିବ କି ?

ଘନମୂଳ (Cube Roots)

ଆମେ ଜାଣିଛେ, $8 = 2^3$

ଆମେ 2 କୁ 8 ର ଘନମୂଳ କହୁ ଏବଂ ଏହାକୁ $\sqrt[3]{8}$ ଭାବେ ସୂଚାଇଥାଉ ।

ସାଧାରଣଭାବେ, ଯଦି $y = x^3$ ହୁଏ, ତେବେ ‘x’ କୁ ‘y’ର ଘନମୂଳ କୁହାଯାଏ । ଏହାକୁ $x = \sqrt[3]{y}$ ଭାବେ ଲେଖାଯାଏ ।

ତେଣୁ $\sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{2^3} = 2$

ଠିକ୍ ସେହିପରି, $\sqrt[3]{27} = \sqrt[3]{3^3} = 3$ ଏବଂ $\sqrt[3]{1000} = \sqrt[3]{10^3} = 10$

ସାଧାରଣ ଭାବେ, $\sqrt[3]{n^3} = n$

ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟା ଘନ କି ନୁହେଁ, ଆମେ କିପରି ଜାଣିବା ?

ବର୍ଗସଂଖ୍ୟା ଭଳି ମୌଳିକ ଗୁଣନୀୟକର ଉତ୍ପାଦକୀକରଣକୁ ବ୍ୟବହାର କରି ଜାଣିବା ।

? 3375 ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣ ଘନ ସଂଖ୍ୟା କି ନୁହେଁ ପରୀକ୍ଷା କରି ଦେଖିବା ।

$3375 = 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 5$

ଆମେ ଏହି ଗୁଣନୀୟକଗୁଡ଼ିକୁ ତିନିଟି ସମାନ ଭାଗ କରିପାରିବା କି ? ଏଠାରେ 3375 ପାଇଁ ଆମେ ତିନୋଟି (3×5) ନେଇପାରିବା । ତେଣୁ,

$3375 = (3 \times 5) \times (3 \times 5) \times (3 \times 5) = (3 \times 5)^3 = 15^3$

ଅନ୍ୟ ଏକ ଉପାୟରେ ମଧ୍ୟ ଏହାକୁ ଆମେ ଲେଖିପାରିବା,

$3375 = (3 \times 3 \times 3) \times (5 \times 5 \times 5) = 3^3 \times 5^3$

ଅର୍ଥାତ୍, $\sqrt[3]{3375} = 15$

? 500 ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣ ଘନ ସଂଖ୍ୟା କି ?

$500 = 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5$ । ଏଠାରେ ଗୁଣନୀୟକଗୁଡ଼ିକୁ ତିନୋଟି ସମାନ ଭାଗ କରାଯାଇପାରିବ ନାହିଁ । ତେଣୁ, 500 ଗୋଟିଏ ପୂର୍ଣ୍ଣ ଘନ ସଂଖ୍ୟା ନୁହେଁ ।

ସଂଖ୍ୟାର ମୌଳିକ ଉତ୍ପାଦୀକରଣ	ଘନସଂଖ୍ୟାର ମୌଳିକ ଉତ୍ପାଦୀକରଣ
$4 = 2 \times 2$	$4^3 = 64 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^3 \times 2^3$
$6 = 2 \times 3$	$6^3 = 216 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 = 2^3 \times 3^3$
$15 = 3 \times 5$	$15^3 = 3375 = 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 5 = 3^3 \times 5^3$
$12 = 2 \times 2 \times 3$	$12^3 = 1728 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3$ $= 2^3 \times 2^3 \times 3^3$

ଲକ୍ଷ୍ୟକର, କୌଣସି ସଂଖ୍ୟାର ପ୍ରତ୍ୟେକଟି ମୌଳିକ ଗୁଣନୀୟକ ସେହି ଘନସଂଖ୍ୟାରେ ତିନି ଥର ରହୁଛି ।

? ଏହି ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକର ଘନମୂଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(i) $\sqrt[3]{64} =$ (ii) $\sqrt[3]{512} =$ (iii) $\sqrt[3]{729} =$

କ୍ରମିକ ପାର୍ଥକ୍ୟ (Successive Differences)

ଆମେ ଜାଣିଛେ, କ୍ରମିକ ପୂର୍ଣ୍ଣବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ପାର୍ଥକ୍ୟ ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାର ଏକ କ୍ରମ ସୃଷ୍ଟି କରିଥାଏ । ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ଚିତ୍ରକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର, ଯେଉଁଥିରେ କ୍ରମିକ ପୂର୍ଣ୍ଣବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ପାର୍ଥକ୍ୟକୁ ଦର୍ଶାଯାଇଅଛି । ଦୁଇଟି ପର୍ଯ୍ୟାୟ ପରେ, ସମସ୍ତ ପାର୍ଥକ୍ୟ ସମାନ ଅଟେ ।

ପୂର୍ଣ୍ଣବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟା

1 4 9 16 25 36 ...

ପର୍ଯ୍ୟାୟ 1 **3 5 7 9 11 ...**

ପର୍ଯ୍ୟାୟ 2 **2 2 2 2 ...**

? ପୂର୍ଣ୍ଣ ଘନସଂଖ୍ୟା ପାଇଁ, ପର୍ଯ୍ୟାୟଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରେ କ୍ରମିକ ପାର୍ଥକ୍ୟ ଗଣନା କର, ଯେ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ କୌଣସି ପର୍ଯ୍ୟାୟର ସମସ୍ତ ପାର୍ଥକ୍ୟ (ତଫାତ୍) ସମାନ ହେଉଥିବ । ତୁମେ କ'ଣ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରୁଛ ?

ପୂର୍ଣ୍ଣ ଘନ ସଂଖ୍ୟା

1 8 27 64 125 216 ...

1.3 ଇତିହାସ ପୃଷ୍ଠାରୁ

ପୂର୍ଣ୍ଣବର୍ଗ ଓ ଘନସଂଖ୍ୟାର ପ୍ରଥମ ଜଣାଶୁଣା ବା ପରିଚିତ ତାଲିକା ଖ୍ରୀଷ୍ଟପୂର୍ବ 1700ରେ ବାବିଲୋନୀୟମାନଙ୍କ ଦ୍ୱାରା ସଂକଳନ କରାଯାଇଥିଲା । ମାଟିଫଳକରେ ଉପଲବ୍ଧ ଏହି ତାଲିକାଗୁଡ଼ିକୁ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଇ ଶୀଘ୍ର ବର୍ଗମୂଳ ଓ ଘନମୂଳ ବାହାର କରାଯାଇପାରୁଥିଲା । ଏହାକୁ ଜମି ମାପ, ଗୃହନିର୍ମାଣ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ନକ୍ସା ପ୍ରସ୍ତୁତି ଓ ଅନ୍ୟାନ୍ୟ କ୍ଷେତ୍ରରେ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଉଥିଲା, ଯେଉଁଥିରେ ଜ୍ୟାମିତକ ହିସାବର ଆବଶ୍ୟକତା ଥିଲା ।

ପ୍ରାଚୀନ ସଂସ୍କୃତ ଗ୍ରନ୍ଥରେ *'ବର୍ଗ'* ଶବ୍ଦ ଉଭୟ ବର୍ଗଚିତ୍ର କିମ୍ବା ଏହାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ତଥା ଦ୍ୱିତୀୟ ଘାତ ପାଇଁ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଉଥିଲା । *'ଘନ'* ଶବ୍ଦ ଉଭୟ ସମଘନ ଆକୃତିର ବସ୍ତୁ ଏବଂ ତିନୋଟି ସମାନ ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣଫଳ ପାଇଁ ବ୍ୟବହୃତ ହେଉଥିଲା । ସେହପରି ଚତୁର୍ଥ ଘାତକୁ "ବର୍ଗ-ବର୍ଗ" କୁହାଯାଉଥିଲା । ଅନ୍ୟୁନ ଖ୍ରୀଷ୍ଟପୂର୍ବ ତୃତୀୟ ଶତାବ୍ଦୀରୁ ଏହି ଶବ୍ଦଗୁଡ଼ିକ ଭାରତରେ ବ୍ୟବହୃତ ହୋଇ ଆସୁଥିଲା ।

ଆର୍ଯ୍ୟଭଟ୍ଟ (499 ଖ୍ରୀଷ୍ଟାବ୍ଦ)ଙ୍କ ଅନୁସାରେ :

ଚାରୋଟି ସମାନ ବାହୁବିଶିଷ୍ଟ ବର୍ଗଚିତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳକୁ ସୂଚାଉଥିବା ସଂଖ୍ୟାକୁ *ବର୍ଗ* କୁହାଯାଏ । ଦୁଇଟି ସମାନ ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣଫଳକୁ ମଧ୍ୟ *ବର୍ଗ* କୁହାଯାଏ । ଅର୍ଥାତ୍, ବର୍ଗ ଶବ୍ଦର ଉତ୍ପତ୍ତି ଏକ ବର୍ଗ ଆକୃତିର ଚିତ୍ରିତ ପରିପ୍ରକାଶରୁ ଆସିଅଛି । 'ମୂଳ(ଏକ ଉଦ୍ଭିଦର ମୂଳ) ଶବ୍ଦଟି ଗାଣିତିକ ପ୍ରକ୍ରିୟା $\sqrt{}$ (ବର୍ଗମୂଳ, ଘନମୂଳ ଇତ୍ୟାଦି) ପାଇଁ କାହିଁକି ବ୍ୟବହୃତ ହେଲା ।

କାରଣ ପ୍ରାଚୀନ ଭାରତରେ ସଂସ୍କୃତ ଶବ୍ଦ 'ମୂଳ', ଯାହାର ଅର୍ଥ ଏକ ଉଦ୍ଭିଦର ମୂଳ, ଆଧାର, କାରଣ, ଉତ୍ପତ୍ତି ଇତ୍ୟାଦି, ଗାଣିତିକ ପ୍ରକ୍ରିୟାରେ ମୂଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ ପାଇଁ ବ୍ୟବହୃତ ହେଉଥିଲା ।

ସଂସ୍କୃତ ଭାଷାରେ, 'ବର୍ଗ-ମୂଳ' (ବର୍ଗର ଆଧାର, କାରଣ, ଉତ୍ପତ୍ତି) Square root ପାଇଁ ଓ 'ଘନ-ମୂଳ' cube root ପାଇଁ ବ୍ୟବହୃତ ହେଉଥିଲା । 'ମୂଳ'ର ଗାଣିତିକ ଧାରଣା ପାଇଁ ଏହାର ବ୍ୟବହାର ପରବର୍ତ୍ତୀ ସମୟରେ ଆରବୀ ଓ ଲାଟିନ୍ ଭାଷାରେ ଉଦ୍ଭିଦର ମୂଳପାଇଁ ଉଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଶବ୍ଦଗୁଡ଼ିକ ଯଥାକ୍ରମେ 'ଜିଧ୍ର' (Jidhr) ଏବଂ 'ରାଡିକ୍ସ' (radix) ମାଧ୍ୟମରେ ଅନୁକରଣ କରାଯାଇଥିଲା । 'ମୂଳ' ଶବ୍ଦ ଅତିକମ୍‌ରେ ଖ୍ରୀଷ୍ଟପୂର୍ବ ପ୍ରଥମ ଶତାବ୍ଦୀରୁ ଭାରତରେ ବ୍ୟବହୃତ ହୋଇଆସୁଅଛି । ବ୍ୟବହୃତ ଅନ୍ୟ ଏକ ଶବ୍ଦ 'ପାଦ' (ପାଦ, ଆଧାର, କାରଣ, ଉତ୍ପତ୍ତି)ର ମଧ୍ୟ ବ୍ୟବହାର ହେଉଥିଲା । ବ୍ରହ୍ମଗୁପ୍ତ (628 ଖ୍ରୀଷ୍ଟାବ୍ଦ) ବର୍ଣ୍ଣନା କରିଥିଲେ ଯେ, "ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟା, ଏହାର କୃତି (ବର୍ଗ)ର ପାଦ (ମୂଳ) ଅଟେ ।

? ନିଜେ କରି ଦେଖ ।

1. 27000 ଓ 10678ର ଘନମୂଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।
2. କେଉଁ ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା 1323 କୁ ଗୁଣନକଲେ, ଗୁଣଫଳ ଗୋଟିଏ ଘନସଂଖ୍ୟା ହେବ ।
3. ଭୁଲ୍ ($\times$) କି ଠିକ୍ ($\checkmark$), କାରଣ ସହ ଦର୍ଶାଅ ।
   (i) ଯେ କୌଣସି ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାର ଘନ ଏକ ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ।
   (ii) ଏପରି କୌଣସି ପୂର୍ଣ୍ଣ ଘନ ସଂଖ୍ୟା ନାହିଁ, ଯାହାର ଶେଷ ଅଙ୍କ 8 ହେବ ।
   (iii) ଗୋଟିଏ ଦୁଇ ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟାର ଘନ, ତିନି ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା ହୋଇପାରେ ।
   (iv) ଗୋଟିଏ ଦୁଇ ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟାର ଘନ ସାତ କିମ୍ବା ଅଧିକ ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ହୋଇପାରେ ।
   (v) ଘନ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକର ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟକ ଗୁଣନୀୟକ ଥାଏ ।
4. ମନେକର 1331 ଗୋଟିଏ ପୂର୍ଣ୍ଣଘନ ସଂଖ୍ୟା । ଉତ୍ପାଦକ ନିର୍ଣ୍ଣୟ ନକରି ତୁମେ ଏହାର ଘନମୂଳ ଅନୁମାନ କରିପାରିବ କି ? ସେହିପରି 4913, 12167 ଓ 32768ର ଘନମୂଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

5. ନିମ୍ନଲିଖିତ ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁଟି ସବୁଠାରୁ ବଡ଼ ? କାରଣ ଉପସ୍ଥାପନ କର ।

(i) $67^3 - 66^3$ (ii) $43^3 - 42^3$ (iii) $67^2 - 66^2$ (iv) $43^2 - 42^2$

ଆମେ କ'ଣ ଶିଖିଲେ

- କୌଣସି ସଂଖ୍ୟାକୁ ସେହି ସଂଖ୍ୟା ସହିତ ଗୁଣନ କଲେ, ପ୍ରାପ୍ତ ଗୁଣଫଳକୁ ମୂଳସଂଖ୍ୟାର **ବର୍ଗ** କୁହାଯାଏ । ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟାର ବର୍ଗକୁ **ପୂର୍ଣ୍ଣବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟା** କୁହାଯାଏ ।
- ପ୍ରତ୍ୟେକ ପୂର୍ଣ୍ଣବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟାର ଶେଷ ଅଙ୍କ (ଏକକ ସ୍ଥାନର ଅଙ୍କ) 0, 1, 4, 5, 6 କିମ୍ବା 9 ହୋଇଥାଏ । ବର୍ଗଗୁଡ଼ିକର ଶେଷରେ କେବଳ ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟକ ଶୂନ ରହିବ ।
- **ବର୍ଗମୂଳ** ହେଉଛି ବର୍ଗର ବିପରୀତ ପ୍ରକ୍ରିୟା । ପ୍ରତ୍ୟେକ ପୂର୍ଣ୍ଣବର୍ଗର ଦୁଇଟି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ବର୍ଗମୂଳ ଥାଏ । କୌଣସି ସଂଖ୍ୟାର ଧନାତ୍ମକ ବର୍ଗମୂଳକୁ '$\sqrt{}$' ସଂଙ୍କେତ ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ କରାଯାଏ । ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ $\sqrt{9} = 3$ ।
- ଗୋଟିଏ **ସଂଖ୍ୟା**କୁ ନିଜ ସହିତ ତିନିଥର ଗୁଣନ କରିବା ଦ୍ୱାରା ପ୍ରାପ୍ତ ଗୁଣଫଳକୁ ମୂଳସଂଖ୍ୟାର **ଘନଫଳ** କୁହାଯାଏ । ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ, 1, 8, 27,.... ଇତ୍ୟାଦି ଘନସଂଖ୍ୟା ଅଟନ୍ତି ।
- ଗୋଟିଏ ପୂର୍ଣ୍ଣବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟାର ମୌଳିକ ଗୁଣନୀୟକଗୁଡ଼ିକୁ ସମାନ ଦୁଇ ଭାଗରେ ବିଭକ୍ତ କରାଯାଇପାରିବ ।
- ଗୋଟିଏ ପୂର୍ଣ୍ଣଘନ ସଂଖ୍ୟାର ମୌଳିକ ଗୁଣନୀୟକଗୁଡ଼ିକୁ ସମାନ ତିନି ଭାଗରେ ବିଭକ୍ତ କରାଯାଇପାରିବ ।
- '$\sqrt[3]{}$' ସଙ୍କେତ ଘନମୂଳକୁ ସୂଚିତ କରିଥାଏ, ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ, $\sqrt[3]{27} = 3$ ।

ଗୋଲକଧନ୍ଦା ସମୟ !

ବର୍ଗ ଯୋଡ଼ି

ନିମ୍ନଲିଖିତ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର ।

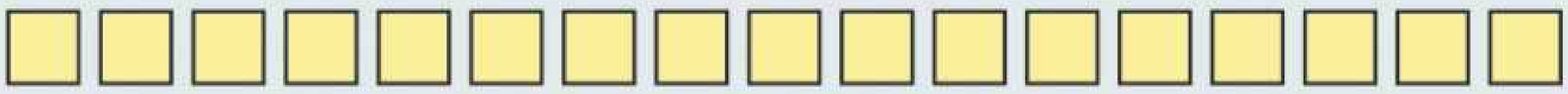
3, 6, 10, 15, 1

ଏହି ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ଏପରି ସଜାଡ଼ି ଲେଖାଯାଇଛି, ଯେମିତି ପ୍ରତ୍ୟେକ ପାଖାପାଖି ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗଫଳ ଗୋଟିଏ ପୂର୍ଣ୍ଣବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟା ହେବ ।

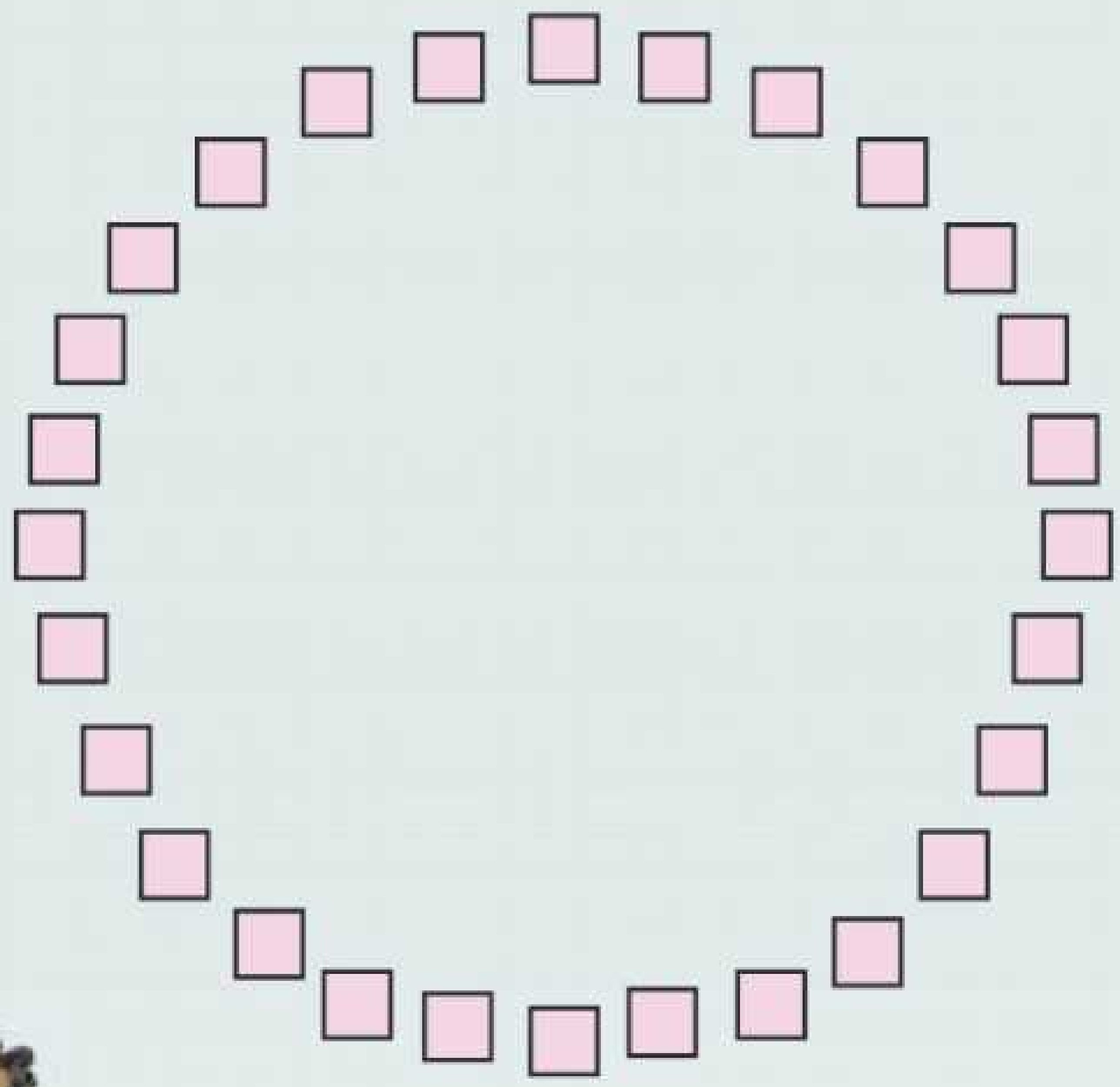
$3+6=9$, $6+10=16$, $10+15=25$, $15+1=16$

ତୁମେ 1 ରୁ 17 ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ସଂଖ୍ୟାକୁ, ପୁନରାବୃତ୍ତି ନ କରି ଏପରି ସଜାଡ଼ି ଲେଖ, ଯେମିତି ପାଖାପାଖି ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗଫଳ ଗୋଟିଏ ପୂର୍ଣ୍ଣବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟା ହେଉଥିବ ।

ଏହି ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ଅନ୍ୟ କିଛି ଉପାୟରେ ସଜାଡ଼ି ଲେଖିପାରିବ କି ? ଯଦି ନା, କାହିଁକି ବୁଝାଅ ।



କୌଣସି ସଂଖ୍ୟାର ପୁନରାବୃତ୍ତି ନକରି ତୁମେ 1 ରୁ 32 ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଏହି କ୍ରମରେ, ବୃତ୍ତାକାରରେ ସଜାଡ଼ି ଲେଖିପାରିବ କି ?



2 ଘାତର ଖେଳ
(POWER PLAY)

2.1 ଘାତଖେଳର ଅଭିଜ୍ଞତା

ଏକ ଅସମ୍ଭବ ପ୍ରୟାସ !

ଖଣ୍ଡିଏ କାଗଜ ଫର୍ଦ୍ଦ ନିଅ । ଏହାକୁ ଗୋଟିଏ ଥର ଭାଙ୍ଗ । ପୁଣି ଏହାକୁ ବାରମ୍ବାର ଭାଙ୍ଗ ।

? ତୁମେ ଏହାକୁ ବାରମ୍ବାର କେତେଥର ଭାଙ୍ଗିପାରିବ ?

ଇତୁ କହିଲା, "ମୁଁ ଶୁଣିଛି ଯେ ଗୋଟିଏ ଫର୍ଦ୍ଦ କାଗଜକୁ ସାତଥରରୁ ଅଧିକ ଥର ଭଙ୍ଗାଯାଇପାରିବ ନାହିଁ ।"

ରକି କହିଲା, "ଯଦି ଆମେ ଖବର କାଗଜ ବା ଟିସୁପେପର ଭଳି ପତଳା କାଗଜ ନେବା, ତାହେଲେ କ'ଣ ହେବ ?"

ଏହି ପ୍ରକ୍ରିୟାକୁ ଭିନ୍ନଭିନ୍ନ ପ୍ରକାର କାଗଜ ନେଇ ଚେଷ୍ଟାକର ଓ କ'ଣ ହେଉଛି ଦେଖ ।

? ଗୋଟିଏ ଫର୍ଦ୍ଦ କାଗଜକୁ ତୁମ ଇଚ୍ଛାନୁସାରେ ଯେତେଥର ଚାହୁଁଛ ସେତେଥର ଭାଙ୍ଗ କରିପାରିବ । 30ଭାଙ୍ଗ କରିବାପରେ ଏହାର ମୋଟେଇ କେତେ ହେବ ? ଅନୁମାନ କର ।

ଆସ, ଆମେ ଦେଖିବା, ଗୋଟିଏ ଫର୍ଦ୍ଦ କାଗଜକୁ 46ଭାଙ୍ଗ କରିବାପରେ ଏହା କେତେ ମୋଟା ହେବ । ଧରିନିଅ ଯେ ଏହି କାଗଜ ଫର୍ଦ୍ଦର ମୋଟେଇ 0.01ସେ.ମି. ଅଟେ ।

? ନିମ୍ନ ସାରଣୀରେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଭାଙ୍ଗପରେ କାଗଜ ମୋଟେଇର ତାଲିକା ଦିଆଯାଇଛି । ଲକ୍ଷ୍ୟକର ଯେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଭାଙ୍ଗପରେ ଏହାର ମୋଟେଇ ଦୁଇଗୁଣ ହେଉଛି ।

ଭାଙ୍ଗ	ମୋଟେଇ	ଭାଙ୍ଗ	ମୋଟେଇ	ଭାଙ୍ଗ	ମୋଟେଇ
1	0.002 ସେ.ମି.	7	0.128 ସେ.ମି.	13	8.192 ସେ.ମି.
2	0.004 ସେ.ମି.	8	0.256 ସେ.ମି.	14	16.384 ସେ.ମି.
3	0.008 ସେ.ମି.	9	0.512 ସେ.ମି.	15	32.768 ସେ.ମି.
4	0.016 ସେ.ମି.	10	1.024 ସେ.ମି.	16	65.536 ସେ.ମି.
5	0.032 ସେ.ମି.	11	2.048 ସେ.ମି.	17	≈131 ସେ.ମି.
6	0.064 ସେ.ମି.	12	4.096 ସେ.ମି.		

(≈ ଚିହ୍ନଟିକୁ ଆମେ 'ପ୍ରାୟତଃ ସମାନ' ବୋଲି ବ୍ୟବହାର କରିଥାଉ ।)

10ମ ଭାଙ୍ଗ ପରେ ମୋଟେଇ ପ୍ରାୟତଃ 1 ସେ.ମି.(1.024 ସେ.ମି) ।

17 ଭାଙ୍ଗ ପରେ, ମୋଟେଇ ପ୍ରାୟ 131 ସେ.ମି. (4 ଫୁଟ୍‌ରୁ ଅଳ୍ପ ଅଧିକ)

? ବର୍ତ୍ତମାନ 30 ଭାଙ୍ଗ ଏବଂ 45 ଭାଙ୍ଗ ପରେ ମୋଟେଇ କେତେ ହେବ ବୋଲି ତୁମେ ଭାବୁଛ ? ଅନୁମାନ କର ।

ଗାଣିତିକ୍ କଥାବାର୍ତ୍ତା

? ନିମ୍ନ ସାରଣୀଟିକୁ ପୂରଣ କର :

ଭାଙ୍ଗ	ମୋଟେଇ	ଭାଙ୍ଗ	ମୋଟେଇ	ଭାଙ୍ଗ	ମୋଟେଇ
18	≈262 ସେ.ମି.	21		24	
19	≈524 ସେ.ମି.	22		25	
20	≈10.4 ମି.	23		26	

26 ଭାଙ୍ଗ ପରେ ମୋଟେଇ ପ୍ରାୟ 670 ମି. ଅଟେ । ବିଶ୍ୱର ସର୍ବୋଚ୍ଚ ପ୍ରାସାଦ ଦୁବାଇର ବୁର୍ଜ ଖଲିଫା 830 ମି. ଉଚ୍ଚ ଅଟେ ।

ଭାଙ୍ଗ	ମୋଟେଇ	ଭାଙ୍ଗ	ମୋଟେଇ
27	≈1.3 କି.ମି.	29	
28		30	

30 ଭାଙ୍ଗ ପରେ କାଗଜର ମୋଟେଇ 10.7 କି.ମି. ହେବ ଯାହାକି ଉଡ଼ାଜାହାଜ ଉଡୁଥିବା ଉଚ୍ଚତା ସହିତ ସମାନ । ମହାସାଗର ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ଗଭୀରତମ ଗଣ୍ଡ 'ମାରିଆନା ଟ୍ରେଞ୍ଚ'ର ଗଭୀରତା 11 କି.ମି. ଅଟେ ।

ଭାଙ୍ଗ	ମୋଟେଇ	ଭାଙ୍ଗ	ମୋଟେଇ	ଭାଙ୍ଗ	ମୋଟେଇ
31		36		41	
32		37		42	
33		38		43	
34		39		44	
35		40		45	

ମାତ୍ର, 46 ଭାଙ୍ଗ ପରେ କାଗଜର ମୋଟେଇ 7,00,000 କି.ମି. ହେବାର ତଥ୍ୟଟି ଅବିଶ୍ୱସନୀୟ ମନେ ହୋଇପାରେ । ଏହା **'ଗୁଣନାତ୍ମକ ବୃଦ୍ଧି'**ର କ୍ଷମତା ଅଟେ । ଏହାକୁ **'ଘାତୀୟ ବୃଦ୍ଧି'** ମଧ୍ୟ କୁହାଯାଏ । ଆସ ଏହି ବୃଦ୍ଧିକୁ ବିଶ୍ଳେଷଣ କରିବା ।

ଆମେ ଦେଖୁଛୁ ଯେ, ପ୍ରତ୍ୟେକ ଭାଙ୍ଗପରେ ମୋଟେଇ ଦୁଇଗୁଣ ହୋଇଥାଏ ।

ଭାଙ୍ଗ 4 ଭାଙ୍ଗ 5	0.016 ସେ.ମି. 0.032 ସେ.ମି.

ଭାଙ୍ଗ 9 ଭାଙ୍ଗ 10	0.512 ସେ.ମି. 1.024 ସେ.ମି.

ଦୁଇଭାଙ୍ଗ ପରେ ମୋଟେଇରେ ହେଉଥିବା ପରିବର୍ତ୍ତନକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟକର । ଏହା କେତେ ପରିମାଣରେ ବୃଦ୍ଧି ପାଉଛି ?

ଭାଙ୍ଗ 4 ଭାଙ୍ଗ 6	0.016 ସେ.ମି. 0.064 ସେ.ମି.

ପ୍ରତ୍ୟେକ 3 ଭାଙ୍ଗ ପରେ ମୋଟେଇ 8 ଗୁଣ ($=2\times2\times2$) ବୃଦ୍ଧି ପାଇଥାଏ । ଏହାର ସତ୍ୟତା ଅନୁଧ୍ୟାନ କର । ସେହିପରି 10 ଭାଙ୍ଗ ପରେ ମୋଟେଇ 1024 ଗୁଣ ବୃଦ୍ଧି ହୋଇଥାଏ । (10ଟି 2ର ଗୁଣଫଳ)ନିମ୍ନ ସାରଣୀରେ ପ୍ରଦର୍ଶିତ ହୋଇଥିବା)

ଭାଙ୍ଗ	ମୋଟେଇ	କେତେଗୁଣ ବୃଦ୍ଧି
0 ରୁ 10	1.024 ସେ.ମି. – 0.001 ସେ.ମି. ≈ 1.023 ସେ.ମି.	1.024 ÷ 0.001 = 1024
10 ରୁ 20	10.485 ମି. – 1.024 ସେ.ମି. ≈ 10.474 ମି.	10.485 ମି. ÷ 1.024 ସେ.ମି. = 1024
20 ରୁ 30	10.737 କି.ମି. – 10.485 ମି. ≈ 10.726 କି.ମି.	10.737 କି.ମି. ÷ 10.485 ମି. = 1024
30 ରୁ 40	10995 କି.ମି. – 10.737 କି.ମି. ≈ 10984.2 କି.ମି.	10995 କି.ମି. ÷ 10.337 କି.ମି. = 1024

2.2. ଘାତାଙ୍କୀୟ ସଂକେତ ଏବଂ ପ୍ରକ୍ରିୟା

କାଗଜର ପ୍ରାରମ୍ଭିକ ମୋଟେଇ 0.001 ସେ.ମି. ଥିଲା ।

ଥରେ ଭାଙ୍ଗିବା ପରେ ଏହାର ମୋଟେଇ $0.001 \times 2 = 0.002$ ସେ.ମି. ହେଲା ।

ଏହାକୁ ଦୁଇଥର ଭାଙ୍ଗିବା ପରେ ଏହାର ମୋଟେଇ ହେଲା–

0.001 ସେ.ମି. $2 \times 2 = 0.004$ ସେ.ମି. ବା 0.001 ସେ.ମି. $\times 2^2 = 0.004$ସେ.ମି. (ସଂକ୍ଷେପରେ)

ଏହାକୁ ତିନିଥର ଭାଙ୍ଗିବାପରେ, ଏହାର ମୋଟେଇ ହେଲା–

0.001 ସେ.ମି. $2 \times 2 \times 2$ ବା 0.001 ସେ.ମି. $\times 2^3 = 0.008$ ସେ.ମି.

ଏହାକୁ ଚାରିଥର ଭାଙ୍ଗିବାପରେ ମୋଟେଇ ହେଲା–

0.001 ସେ.ମି. $2 \times 2 \times 2 \times 2$ ବା 0.001 ସେ.ମି. $\times 2^4 = 0.016$ ସେ.ମି.

ସେହିପରି 7 (ସାତ) ଥର ଭାଙ୍ଗିବା ପରେ ମୋଟେଇ $0.001 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$ ବା 0.001 ସେ.ମି. $\times 2^7 =$ 0.128 ସେ.ମି. ହେବ ।

ଆମେ ଜାଣିଛୁ ଯେ ବର୍ଗସଂଖ୍ୟାକୁ n^2ରୂପରେ ଏବଂ ଘନସଂଖ୍ୟାକୁ n^3 ରୂପରେ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଇପାରିବ ।

$n \times n = n^2$(nର ବର୍ଗ ବା nର ଦ୍ୱିତୀୟ ଘାତ)

$n \times n \times n = n^3$ (nର ଘନ ବା nର ତୃତୀୟ ଘାତ ଭାବରେ ପଢ଼ାଯାଏ)

$n \times n \times n \times n = n^4$ (nର ଘାତ 4 ବା nର ଚତୁର୍ଥ ଘାତ ଭାବରେ ପଢ଼ାଯାଏ)

$n \times n \times n \times n \times n \times n \times n = n^7$ (nର ଘାତ 7 ବା nର ସପ୍ତମ ଘାତ ଭାବରେ ପଢ଼ାଯାଏ) ଏବଂ ଏହିପରି ....

ସାଧାରଣତଃ ଆମେ nକୁ a ଥର ଗୁଣନ କରିବାକୁ n^a ଭାବରେ ଲେଖୁ ।

ଘାତରାଶି, $5^4 = 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 625$

625ର ଘାତାଙ୍କୀୟ ସଂକେତ ହେଉଛି 5^4 । ଏଠାରେ 4 ହେଉଛି **ଘାତାଙ୍କ** ବା **ଘାତ** ଏବଂ 5 ହେଉଛି **ଆଧାର** । 5^4ର ଘାତାଙ୍କ ରୂପକୁ 5ର ଘାତ କୁହାଯାଏ । $5^1, 5^2, 5^3, 5^4$ ଇତ୍ୟାଦି । $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^{10} = 1024$

ପୂର୍ବରୁ ଜାଣିଥିବା 1024 କଥା ମନେ ପକାଅ । ସେଠାରେ ଆମେ ଜାଣିଥିଲେ ଯେ, ପ୍ରତି 10ଥର ଭାଙ୍ଗିବା ପରେ ମୋଟେଇ 1024ଗୁଣ ବୃଦ୍ଧି ପାଏ ।

> 5^4କୁ '5ର ଘାତ 4' ବା '5ର ଚତୁର୍ଥ ଘାତ' ବା '5ର ଘାତ 4' ଭାବରେ ପଢ଼ାଯାଏ ।

? ଏକ କାଗଜ ଫର୍ଦ୍ଦ 10ଥର ଭାଙ୍ଗିବା ପରେ ତାହାର ମୋଟେଇ ପରିପ୍ରକାଶ କିଭଳି ହେବ ? ପ୍ରାରମ୍ଭିକ ମୋଟେଇ v ଅକ୍ଷର ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ କରାଯାଇଛି ।

(i) $10v$ (ii) $10 + v$ (iii) $2 \times 10 \times v$

(iv) 2^{10} (v) $2^{10}v$ (vi) $10^2 v$

ଘାତାଙ୍କୀୟ ସଙ୍କେତର କିଛି ଅଧିକ ଉଦାହରଣ :

$4 \times 4 \times 4 = 4^3 = 64$

$(-4) \times (-4) \times (-4) = (-4)^3 = -64$

ସେହିପରି $a \times a \times a \times b \times b$ କୁ a^3b^2 (a ର ଘନ b ର ବର୍ଗ) ଭାବରେ ପଢ଼ାଯାଇପାରିବ ।

ସେହିପରି $a \times a \times b \times b \times b \times b$ କୁ a^2b^4 (a ର ବର୍ଗ b ର ଚତୁର୍ଥ ଘାତ) ଭାବରେ ପଢ଼ାଯାଇପାରିବ ।

ମନେରଖ, $4 + 4 + 4 = 3 \times 4 = 12$, କିନ୍ତୁ $4 \times 4 \times 4 = 4^3 = 64$

? 32400 ସଂଖ୍ୟାକୁ ଏହାର ମୌଳିକ ଗୁଣନୀୟକରେ ପ୍ରକାଶ କର ଏବଂ ମୌଳିକ ଗୁଣନୀୟକଗୁଡ଼ିକୁ ସେମାନଙ୍କ ଘାତାଙ୍କ ରୂପରେ ଚିହ୍ନଟ କର :

2	32400
2	16200
2	8100
2	4050
5	2025
5	405
3	81
3	27
3	9
3	3
	1

$32400 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$

ଏହାର ଘାତାଙ୍କୀୟ ପରିପ୍ରକାଶଟି ହେବ $32400 = 2^4 \times 5^2 \times 3^4$

? $(-1)^5$ଟି କ'ଣ ? ଏହା ଧନାତ୍ମକ ନା ଋଣାତ୍ମକ ? $(-1)^{56}$ଟି କ'ଣ ?

? $(-2)^4 = 16$ କି ? ଯାଞ୍ଚକର ।

> 0^2, 0^5 ର ମାନ କେତେ ?
> 0^n ର ମାନ କେତେ ?

? **ନିଜେ କରି ଦେଖ ।**

1. ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ପରିପ୍ରକାଶକୁ ଘାତାଙ୍କୀୟ ରୂପରେ ଲେଖ :

(i) $6 \times 6 \times 6 \times 6$ (ii) $y \times y$

(iii) $b \times b \times b \times b$ (iv) $5 \times 5 \times 7 \times 7 \times 7$

(v) $2 \times 2 \times a \times a$ (vi) $a \times a \times a \times c \times c \times c \times c \times d$

2. ନିମ୍ନଲିଖିତ ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଖ୍ୟାକୁ ସେମାନଙ୍କର ମୌଳିକ ଗୁଣନୀୟକଗୁଡ଼ିକର ଘାତର ଗୁଣଫଳ ରୂପରେ ପ୍ରକାଶ କର ।

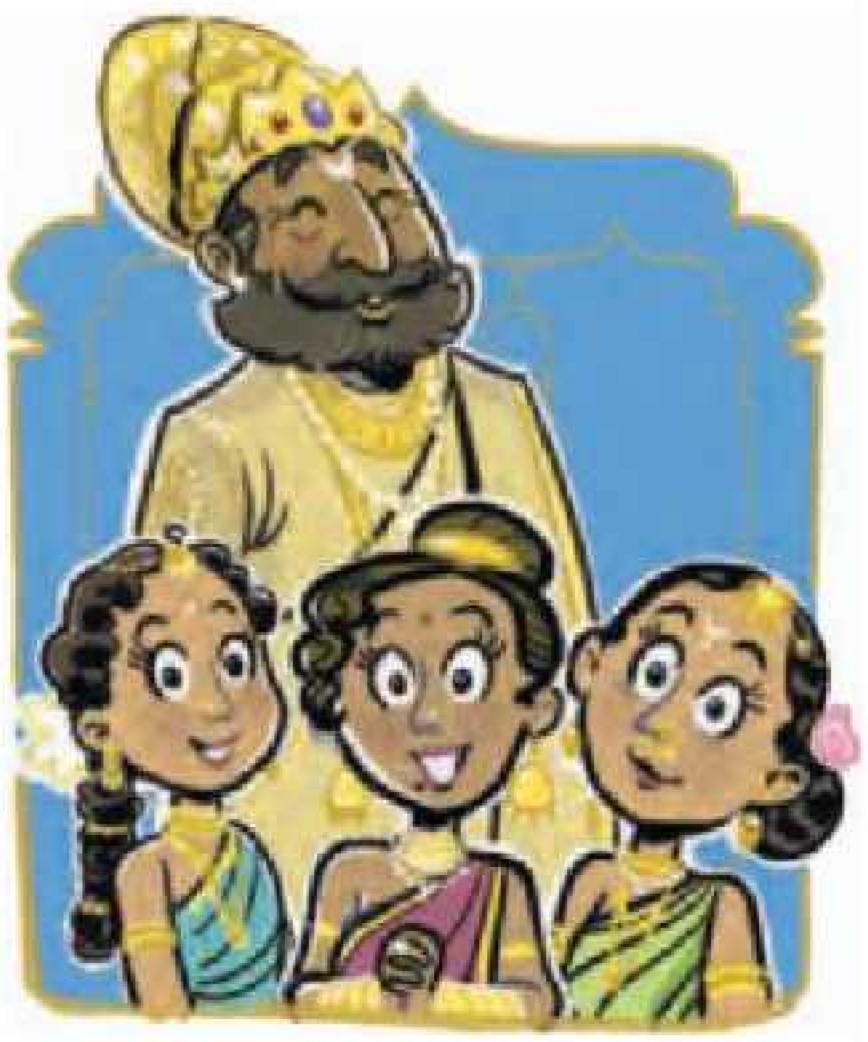
   (i) 648 (ii) 405 (iii) 540 (iv) 3600

3. ନିମ୍ନଲିଖିତ ପ୍ରତ୍ୟେକର ସାଂଖିକ ମାନ ଲେଖ :

   (i) 2×10^3 (ii) $7^2 \times 2^3$ (iii) 3×4^4

   (iv) $(-3)^2 \times (-5)^2$ (v) $3^2 \times 10^4$ (vi) $(-2)^5 \times (-10)^6$

ଝଟକୁଥିବା ପଥର



? ତିନିଜଣ କୌତୁହଳୀ ଆଖି ଥିବା ଝିଅ ଥିଲେ ।

ପ୍ରତ୍ୟେକଙ୍କୁ ତିନୋଟି ବଡ଼ ଆକାରର ଝୁଡ଼ି ମିଳିଲା ।

ପ୍ରତ୍ୟେକ ଝୁଡ଼ିରେ ତିନୋଟି ରୂପା ଚାବି ଥିଲା ।

ପ୍ରତ୍ୟେକ ଚାବି ତିନୋଟି ବଡ଼ କୋଠରିକୁ ସହଜରେ ଖୋଲିଦିଏ ।

ପ୍ରତ୍ୟେକ କୋଠାରୀରେ ଟେବୁଲ୍ ଥିଲା । 1, 2, 3

ପ୍ରତ୍ୟେକ ଟେବୁଲ ଉପରେ ତିନୋଟି ଉଜ୍ଜ୍ୱଳ ହାର ଥିଲା ।

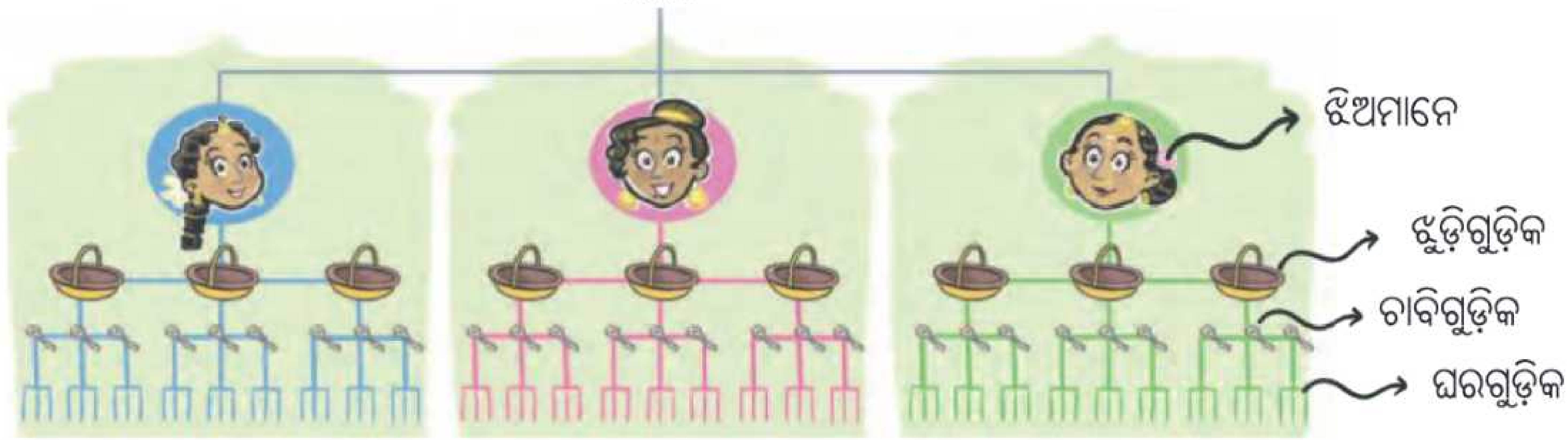
ପ୍ରତ୍ୟେକ ହାରରେ ତିନୋଟି ସୁନ୍ଦର ହୀରା ଥିଲା ।

ତୁମେ ଝଟକୁ ଥିବା ସେହି ପଥରରଗୁଡ଼ିକୁ ଗଣିପାରିବ କି ?

ସୂଚନା : ଝୁଡ଼ି ଓ କୋଠରି ସଂଖ୍ୟା ବାହାର କର ।

? ମୋଟ କେତୋଟି କୋଠରି ଥିଲା ?

ଦିଆଯାଇଥିବା ସୂଚନାକୁ ନିମ୍ନମତେ ଚିତ୍ରରେ ପ୍ରଦର୍ଶିତ କରାଯାଇପାରିବ ।



ଚିତ୍ରରୁ ଆମେ ଦେଖିଲୁ ଯେ କୋଠରି ସଂଖ୍ୟା ହେଉଛି 3^4 । 3 କୁ ବାରମ୍ବାର 3 ଦ୍ୱାରା ଗୁଣନ କରି ଆମେ ଏହାକୁ ଗଣନା କରାଯାଇପାରିବ ।

$$3 \times 3 = 9$$
$$9 \times 3 = 27$$
$$27 \times 3 = 81$$
$$81 \times 3 = 243$$

? ମୋଟ କେତୋଟି ହୀରା ଥିଲା ? ଉପରୋକ୍ତ ଗୁଣଫଳ ବ୍ୟବହାର କରି କେବଳ ଗୋଟିଏ ଗୁଣନ ଦ୍ୱାରା ଆମେ ଏହା ଜାଣିପାରିବା କି ?

ହୀରାର ସଂଖ୍ୟା ହେଉଛି : $3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^7$

ଆମେ ଲେଖିପାରିବା $\quad 3^7 = (3 \times 3 \times 3 \times 3) \times (3 \times 3 \times 3)$

ଆମେ 3^4 ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଗଣନା କରିଥିଲେ । 3^7 ପାଇବା ପାଇଁ ଆମେ କେବଳ 3^4 (=81) କୁ 3^3(=27) ସହିତ ଗୁଣନ କରିପାରିବା ।

$$= 3^4 \times 3^3 \qquad \underbrace{3 \times 3 \times 3 \times 3}_{3^4} \times \underbrace{3 \times 3 \times 3}_{3^3}$$

$$= 81 \times 27 = 2187$$

? 3^7 କୁ $3^2 \times 3^5$ ଭାବରେ ମଧ୍ୟ ଲେଖାଯାଇପାରିବ । ତୁମେ ଏହାର କାରଣ ଦର୍ଶାଇ ପାରିବ କି ?

ଏହାକୁ ସମାନ ଅକ୍ଷର-ସଂଖ୍ୟା ଥିବା ଘାତଗୁଡ଼ିକର ଗୁଣନ ଭାବରେ ସହଜରେ ବିସ୍ତାରିତ କରିପାରିବା ।

? $p^4 \times p^6$ ର ଗୁଣଫଳକୁ ଘାତାଙ୍କୀୟ ରୂପରେ ଲେଖ ?

$$p^4 \times p^6 = (p \times p \times p \times p) \times (p \times p \times p \times p \times p \times p) = p^{10}$$

ଏହାକୁ ଆମେ ସାଧାରଣ ରୂପରେ ନିମ୍ନମତେ ପ୍ରକାଶ କରିପାରିବା ।

$n^a \times n^b = n^{a+b}$, ଯେଉଁଠାରେ a ଓ b ଗଣନସଂଖ୍ୟା ଅଟନ୍ତି ।

? ଏହାକୁ ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣ କରି ନିମ୍ନଲିଖିତ ପରିପ୍ରକାଶଗୁଡ଼ିକୁ ଗଣନା କର ।

(i) 2^9 (ii) 5^7 (iii) 4^6

ଗାଣିତିକ୍ କଥାବାର୍ତ୍ତା

4^6 କୁ ଏହି ଦୁଇଟି ଉପାୟରେ ମୂଲ୍ୟାଙ୍କନ କରାଯାଇପାରିବ ।

$(4 \times 4 \times 4) \times (4 \times 4 \times 4) = 4^3 \times 4^3 = 64 \times 64 = 4096$ $4^3 \times 4^3$ ହେଉଛି 4^3ର ବର୍ଗ ଅର୍ଥାତ୍ $4^3 \times 4^3$ କୁ $(4^3)^2$ ଭାବରେ ମଧ୍ୟ ଲେଖାଯାଇପାରିବ ।	$(4 \times 4) \times (4 \times 4) \times (4 \times 4) = 4^2 \times 4^2 \times 4^2 = 16 \times 16 \times 16 = 4096$ $4^2 \times 4^2 \times 4^2$ ହେଉଛି 4^2ର ଘନ ଅର୍ଥାତ୍ $4^2 \times 4^2 \times 4^2$ କୁ $(4^2)^3$ ଭାବରେ ମଧ୍ୟ ଲେଖାଯାଇପାରିବ ।

ସେହିପରି $\quad 7^4 = (7 \times 7) \times (7 \times 7) = 7^2 \times 7^2 = (7^2)^2$ ଏବଂ

$$2^{10} = (2 \times 2) \times (2 \times 2) \times (2 \times 2) \times (2 \times 2) \times (2 \times 2)$$

$$= 2^2 \times 2^2 \times 2^2 \times 2^2 \times 2^2 = (2^2)^5$$

? 2^{10} ମଧ୍ୟ $(2^5)^2$ ସହିତ ସମାନ କି ? ଏହାକୁ ଏକ ଗୁଣଫଳ ଭାବରେ ଲେଖ ।

$$2^{10} = (2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2) \times (2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2)$$

$$= (2^5) \times (2^5) = (2^5)^2$$

ସାଧାରଣ ଭାବେ $(n^a)^b = (n^b)^a = n^{ab}$ ଯେଉଁଠାରେ a ଓ b ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ଅଟନ୍ତି ।

? ନିମ୍ନଲିଖିତ ପରିପ୍ରକାଶଗୁଡ଼ିକୁ ଅତିକମ୍‌ରେ ଦୁଇଟି ଭିନ୍ନଭିନ୍ନ ଉପାୟରେ ଏକ ଘାତର ଘାତ ଭାବରେ ଲେଖ :

(i) 8^6 (ii) 7^{15} (iii) 9^{14} (iv) 5^8

କୁହୁକ ପୋଖରୀ (Magical Pond)

? ଏକ କୁହୁକ ପୋଖରୀ ମଝିରେ ଗୋଟିଏ ଗୋଲାପୀ ପଦ୍ମଫୁଲ ଅଛି । ଏହି ପୋଖରୀରେ ପ୍ରତିଦିନ ପଦ୍ମଫୁଲର ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱିଗୁଣିତ ହୁଏ । 30 ଦିନ ପରେ ପୋଖରୀଟି ପଦ୍ମଫୁଲରେ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣଭାବେ ଭର୍ତ୍ତି ହୋଇଯାଏ। କେଉଁଦିନ ପୋଖରୀଟି ଅଧାପୂର୍ଣ୍ଣ ଥିଲା ।

ଯଦି ପୋଖରୀଟି 30 ତମ ଦିନରେ ପଦ୍ମଫୁଲରେ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣଭାବେ ଭର୍ତ୍ତି ହୋଇଯାଏ, ତେବେ 29 ତମ ଦିନରେ ଏହାର କେତେ ଅଂଶ ପଦ୍ମଫୁଲରେ ଭର୍ତ୍ତି ହୋଇଥିଲା ।

ଯେହେତୁ ପଦ୍ମଫୁଲର ସଂଖ୍ୟା ପ୍ରତିଦିନ ଦ୍ୱିଗୁଣିତ ହୁଏ, ତେଣୁ ପୋଖରୀଟି 29 ତମ ଦିନରେ ଅଧାଭର୍ତ୍ତି ହୋଇଥିବ ।

? ପଦ୍ମଫୁଲର ସଂଖ୍ୟା (ଘାତାଙ୍କୀୟ ରୂପରେ) ଲେଖ, ଯେତେବେଳେ ପୋଖରୀଟି–

(i) ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ଭର୍ତ୍ତି ହୋଇଥିଲା । (ii) ଅଧା ଭର୍ତ୍ତି ହୋଇଥିଲା ।

? ଆଉ ଏକ ପୋଖରୀ ଅଛି ଯେଉଁଥିରେ ପଦ୍ମଫୁଲର ସଂଖ୍ୟା ପ୍ରତିଦିନ ତିନିଗୁଣ ହୁଏ । ଯେତେବେଳେ ଉଭୟ ପୋଖରୀରେ କୌଣସି ଫୁଲ ନ ଥିଲା, ଶିବାନୀ ଦୁଇଗୁଣ ହେଉଥିବା ପୋଖରୀରେ ଗୋଟିଏ ପଦ୍ମଫୁଲ ରଖିଲେ । 4 ଦିନପରେ ସେ ସେଠାରୁ ସମସ୍ତ ପଦ୍ମଫୁଲ ନେଇ ତିନିଗୁଣ ହେଉଥିବା ପୋଖରୀରେ ରଖିଲେ । ଆଉ 4 ଦିନପରେ ତିନିଗୁଣ ହେଉଥିବା ପେଖାରୀରେ କେତୋଟି ପଦ୍ମଫୁଲ ଥିବ ?

ପ୍ରଥମ 4 ଦିନପରେ, ପଦ୍ମଫୁଲର ସଂଖ୍ୟା ହେଉଛି – $1 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^4$

ପରବର୍ତ୍ତୀ 4 ଦିନପରେ, ପଦ୍ମଫୁଲର ସଂଖ୍ୟା ହେଉଛି – $2^4 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 2^4 \times 3^4$

? ଯଦି ଶିବାନୀ ଫୁଲଗୁଡ଼ିକୁ ପୋଖରୀରେ ରଖିବାର କ୍ରମ ବଦଳାଇଥାନ୍ତେ, ତେବେ କେତୋଟି ପଦ୍ମଫୁଲ ରହିଥାନ୍ତା ?

$$1 \times 3^4 \times 2^4 = (3 \times 3 \times 3 \times 3) \times (2 \times 2 \times 2 \times 2)$$

? ଏହି ଗୁଣଫଳକୁ ଘାତାଙ୍କୀୟ ସଙ୍କେତ m^n ଭାବରେ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଇପାରିବ କି ? ଯେଉଁଠାରେ m ଏବଂ n ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ଅଟନ୍ତି ।

ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ପୁନଃଗୋଷ୍ଠୀଭୁକ୍ତ କରାଗଲେ,

$$= (3 \times 2) \times (3 \times 2) \times (3 \times 2) \times (3 \times 2) = (3 \times 2)^4 = 6^4$$

ସାଧାରଣତଃ $m^a \times m^n = (mn)^a$, ଯେଉଁଠାରେ a ଗୋଟିଏ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ଅଟେ, ଏହି ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣକୁ ବ୍ୟବହାର କରି $2^5 \times 5^5$ ର ମୂଲ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

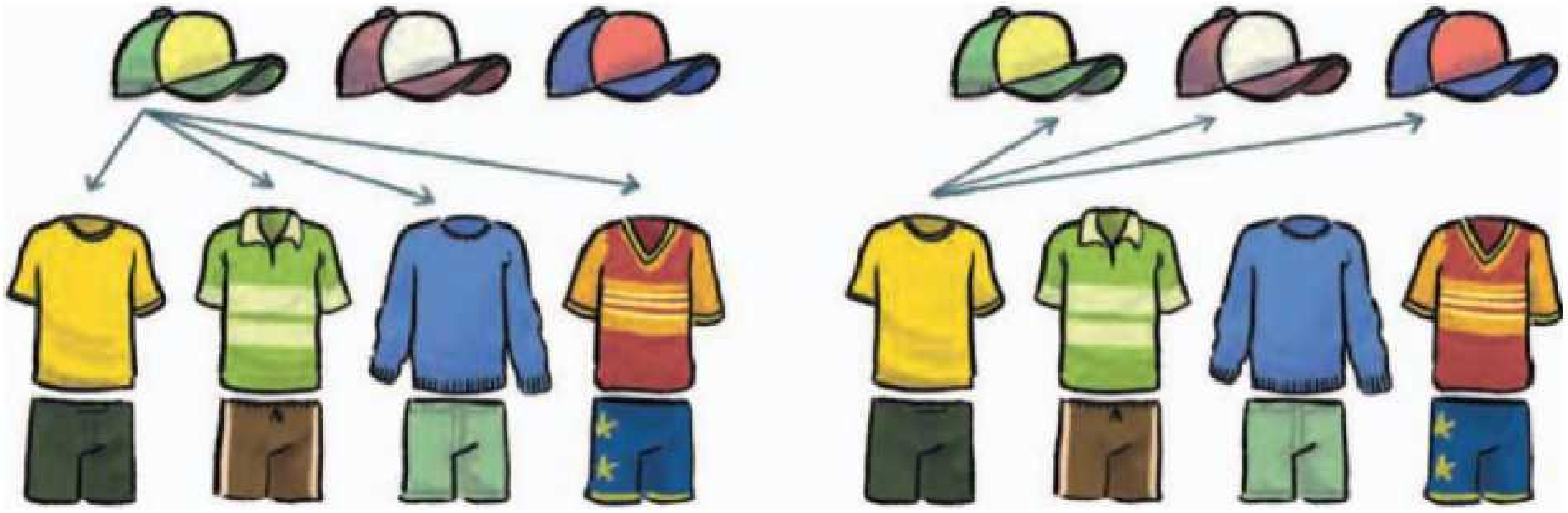
? $\frac{10^4}{5^4}$ କୁ ସରଳ କର ଏବଂ ଏହାକୁ ଘାତାଙ୍କୀୟ ରୂପରେ ଲେଖ ।

ସାଧାରଣ ଭାବେ ଆମେ ଦର୍ଶାଇପାରିବା ଯେ $\frac{m^a}{n^a} = \left(\frac{m}{n}\right)^a$

କେତୋଟି ସମାବେଶ (Combination) :

ଇତୁ ପାଖରେ 4 ଟି ପୋଷାକ ଓ 3 ଟି ଟୋପି ଅଛି । ଇତୁ କେତେ ପ୍ରକାରରେ ପୋଷାକ ଓ ଟୋପିକୁ ମିଶାଇ ପାରିବେ ?

ପ୍ରତ୍ୟେକ ଟୋପିପାଇଁ, ସେ 4ଟି ପୋଷାକ ମଧ୍ୟରୁ ଯେକୌଣସି ଗୋଟିଏ ବାଛିପାରିବେ । ତେଣୁ 3ଟି ଟୋପି ପାଇଁ $4 + 4 + 4 = 4 \times 3 = 12$ ସମାବେଶ ସମ୍ଭବ ଅଟେ । ଆମେ ଏହାକୁ ଅନ୍ୟ ଏକ ଉପାୟରେ ମଧ୍ୟ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରିପାରିବା, ପ୍ରତ୍ୟେକ ପୋଷାକ ପାଇଁ ଇତୁ 3ଟି ଟୋପି ମଧ୍ୟରୁ ଯେକୌଣସି ଗୋଟିଏ ବାଛିପାରିବେ; ତେଣୁ 4 ଟି ପୋଷାକ ପାଇଁ $3 + 3 + 3 + 3 = 3 \times 4 = 12$ ସମାବେଶ ସମ୍ଭବ ।



ରକି ପାଖରେ 7 ଟି ପୋଷାକ, 2 ଟି ଟୋପି ଏବଂ 3 ଯୋଡ଼ା ଜୋତା ଅଛି । ରକି କେତେ ପ୍ରକାରରେ ଏଗୁଡ଼ିକୁ ପିନ୍ଧିପାରିବ ?

ସୂଚନା : ଉପରୋକ୍ତ ଚିତ୍ରପରି ଏକ ଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ କରିବାକୁ ଚେଷ୍ଟାକର ।

ଇତୁ ଏବଂ ରକିଙ୍କୁ ଏକ ପୁରୁଣା ଷ୍ଟାମ୍ପ ଏବଂ ମୁଦ୍ରା ଥିବା ବାକ୍ସ ମିଳିଲା, ଯାହାକୁ କି ତାଙ୍କ ଜେଜେ ସଂଗ୍ରହ କରିଥିଲେ । ଏହାର ଚାବି 5 ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ପାସୱାର୍ଡ଼ ଦ୍ୱାରା ସୁରକ୍ଷିତ ଥିଲା । ଏହାର ପାସୱାର୍ଡ଼ କାହାରିକୁ ଜଣା ନଥିବାରୁ ସେମାନଙ୍କୁ ପ୍ରତ୍ୟେକ ପାସୱାର୍ଡ଼ ଦ୍ୱାରା ଚେଷ୍ଟା କରିବା ବ୍ୟତୀତ ବାକ୍ସକୁ ଖୋଲିବାପାଇଁ ଅନ୍ୟ କୌଣସି ବିକଳ୍ପ ଉପାୟ ନଥିଲା । ଦୁର୍ଭାଗ୍ୟ ଏହି ଯେ, ସବୁ ସମ୍ଭାବ୍ୟ ସମାବେଶ ଥର ଚେଷ୍ଟା କରିବା ପରେ ହିଁ ଶେଷ ପାସୱାର୍ଡ଼ରେ ଲକ୍ ଖୋଲିଲା; ସେମାନେ କେତୋଟି ପାସୱାର୍ଡ଼ ନେଇ ଚେଷ୍ଟା କରିଥିଲେ ?

ଯଦି ତୁମେ ଏକ ସମସ୍ୟା ସମାଧାନ କରିପାରୁନାହଁ, ତେବେ ସମସ୍ୟାର ଏକ ସରଳ ରୂପ ଖୋଜିବାକୁ ଚେଷ୍ଟାକର, ଯାହାକୁ ତୁମେ ସମାଧାନ କରିପାରିବ । ଏହି କୌଶଳ ବହୁ ସମୟରେ କାମରେ ଆସିବ ।

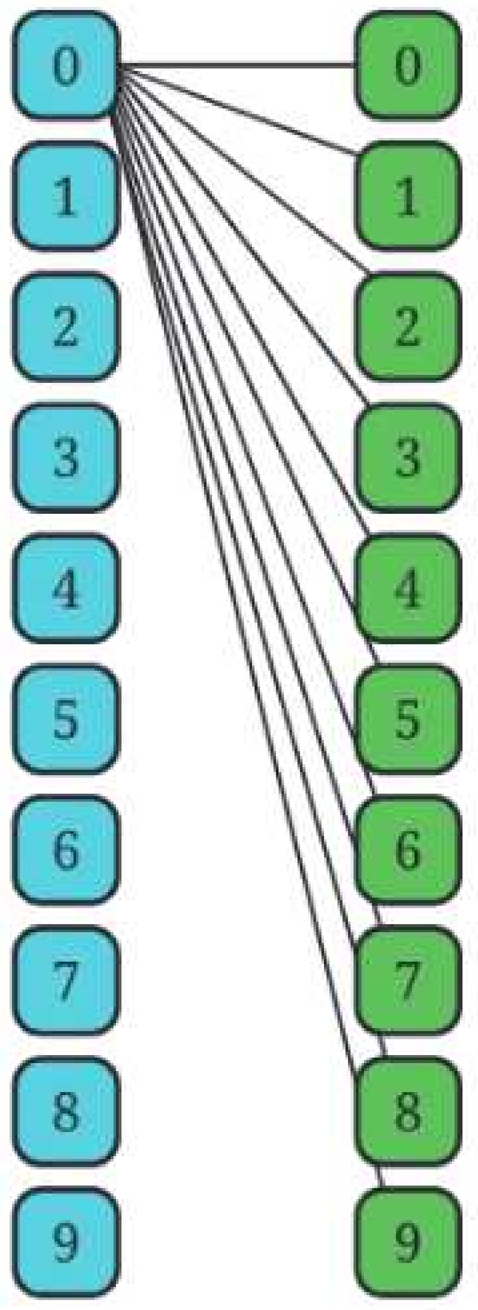
5 ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ତାଲା ବଦଳରେ, ଆସ ଆମେ ମାନିନେବା ଯେ ଆମପାଖରେ 2 ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ତାଲା ଅଛି ଏବଂ ଏଥିପାଇଁ କେତୋଟି ପାସୱାର୍ଡ଼ ସମ୍ଭବ ତାହା ଜାଣିବାକୁ ଆମେ ଚେଷ୍ଟା କରିବା । ପ୍ରଥମ ଅଙ୍କ ପାଇଁ 10 ଟି ବିକଳ୍ପ ଅଛି (ଯଦି 0 ପ୍ରଥମ ଅଙ୍କ, ତେବେ 00, 01, 02, 03, ... 09 ସମ୍ଭବ, ସେହିପରି ଯଦି 1 ପ୍ରଥମ ଅଙ୍କ, ତେବେ 10, 11, 12, 13, ... 19 ସମ୍ଭବ) । ତେଣୁ ଏକ 2 ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ଲକ୍ ପାଇଁ ସମୁଦାୟ ସମାବେଶ ସଂଖ୍ୟା ହେଉଛି $10 \times 10 = 100$ ।

ବର୍ତ୍ତମାନ ମନେକର ଆମ ପାଖରେ ଏକ 3 ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ତାଲା ଅଛି । ପୂର୍ବରୁ ଥିବା 100(2 ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ) ପାସୱାର୍ଡ଼ ମଧ୍ୟରୁ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଥର ତୃତୀୟ ଅଙ୍କ ପାଇଁ $100 \times 10 = 1000$ଟି ସମାବେଶ ଅଛି । ତୁମେ ସେଗୁଡ଼ିକୁ ତାଲିକାଭୁକ୍ତ କରିପାରିବ । 000, 001, 002, ... 997, 998, 999 ।

କେତୋଟି 5 ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ପାସ୍‌ୱାର୍ଡ଼ ସମ୍ଭବ ?

ପ୍ରତ୍ୟେକ ଅଙ୍କର 10 ଟି ପସନ୍ଦ ଅଛି । ତେଣୁ ଏକ 5 ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ତାଲାରେ ଥିବ :

$10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10^5 =$ 1,00,000 ସଂଖ୍ୟକ ପାସ୍‌ୱାର୍ଡ଼ । ତେଣୁ 99,999 ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ 5 ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା ଲେଖାଯାଇ ପାରିବ, ଯଥା : 00000, 00001, 00002, ...00010, 00011, ... 00100, 00101, ... 00999, ..., 30456, ..., 99998, 99999.



ଇତୁ କହିଲା "ପରବର୍ତ୍ତୀ ସମୟରେ ମୁଁ ଏକ ତାଲା କିଣିବି ଯେଉଁଥିରେ A ରୁ Z ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଅକ୍ଷରଥିବା 6 ଟି ସ୍ଲଟ୍ ଥିବ । ମୁଁ ଏହାକୁ ଅଧିକ ନିରାପଦ ବୋଲି ଭାବୁଛି ।

? ଏହିଭଳି ତାଲା ପାଇଁ କେତୋଟି ପାସ୍‌ୱାର୍ଡ଼ ସମ୍ଭବ ?

ଚେଷ୍ଟା କର

? ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରସଙ୍ଗରେ କେତେ ପ୍ରକାରର ସମାବେଶ ସମ୍ଭବ, ସେ ବିଷୟରେ ଚିନ୍ତାକର । ସମାବେଶର କେତେକ ଉଦାହରଣ:

(i) ଭାରତର ସ୍ଥାନଗୁଡ଼ିକର ପିନ୍‌କୋଡ଼– ଯଥା- ଓଡ଼ିଶାର କଟକର ଏକ ସ୍ଥାନର ପିନ୍‌କୋଡ଼ 753010, ମଧ୍ୟପ୍ରଦେଶର ଏକ ସ୍ଥାନର ପିନ୍‌କୋଡ଼-464001........

(ii) ମୋବାଇଲ୍ ନମ୍ବର;– 9861372305, 9937948664

(iii) ଯାନବାହନ ପଞ୍ଜୀକରଣ ନମ୍ବର; ଯଥା– OD02CU4256, OD02DB3705

ଏହି ନମ୍ବର ବା କୋଡ୍ କିପରି ଆବଣ୍ଟନ କରାଯାଏ, ଜାଣିବାକୁ ଚେଷ୍ଟାକର ।

2.3 ଘାତର ଅପର ପାର୍ଶ୍ୱ :

ଧରାଯାଉ ଏକ ରେଖାଖଣ୍ଡର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 16 ଏକକ । ଏହାର ଅଧା ଅଂଶ ଲିଭାଇଦେଲେ ଦୈର୍ଘ୍ୟ ହେବ :

$$2^4 \div 2 = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2}{2} = 2 \times 2 \times 2 = 2^3 = 8 \text{ ଏକକ}$$

ଆଉଥରେ ଅଧା ଲିଭାଇଲେ ଫଳାଫଳ ହେବ :

$$(2^4 \div 2) \div 2 = 2^4 \div 2^2 = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2}{2 \times 2} = 2 \times 2 = 2^2 = 4 \text{ ଏକକ}$$

16 ସେ.ମି.କୁ 3 ଥର ଅଧା ଅଧା କରିଲେ ଫଳାଫଳ ହେବ :

$$2^4 \div 2^3 = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2}{2 \times 2 \times 2} = 2 = 2^1 = 2 \text{ ଏକକ}$$

ଏଥିରୁ ଆମେ ଦେଖୁଛେ ଯେ

$$2^4 \div 2^3 = 2^{4-3} = 2^1.$$

? 2 ର ଘାତ ଆକାରରେ $2^{100} \div 2^{25}$ ର ମାନ କେତେ ହେବ ?

ସାଧାରଣ ଭାବରେ,

$$n^a \div n^b = n^{a-b},$$

ଯେଉଁଠାରେ $n \neq 0$ ଏବଂ a ଓ b ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ଅଟନ୍ତି ଏବଂ $a > b$ ।

? n କାହିଁକି 0 ହୋଇପାରିବ ନାହିଁ ?

? ଘାତାଙ୍କ '0' ଥିବା ପରିସ୍ଥିତି ବିଷୟରେ ଆମେ ଆଲୋଚନା କରିନାହୁଁ ।
ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ = 2^0 କ'ଣ ?
ଆସ ଆମେ 2^0 କୁ ଏପରି ଭାବରେ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରିବା ଯେ ଉପରୋକ୍ତ ସାଧାରଣ ରୂପ ସତ୍ୟ ହେବ ।

$$2^0 = 2^{4-4} = 2^4 \div 2^4 = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2}{2 \times 2 \times 2 \times 2} = 1.$$

ଯେ କୌଣସି ସଂକେତ a ପାଇଁ

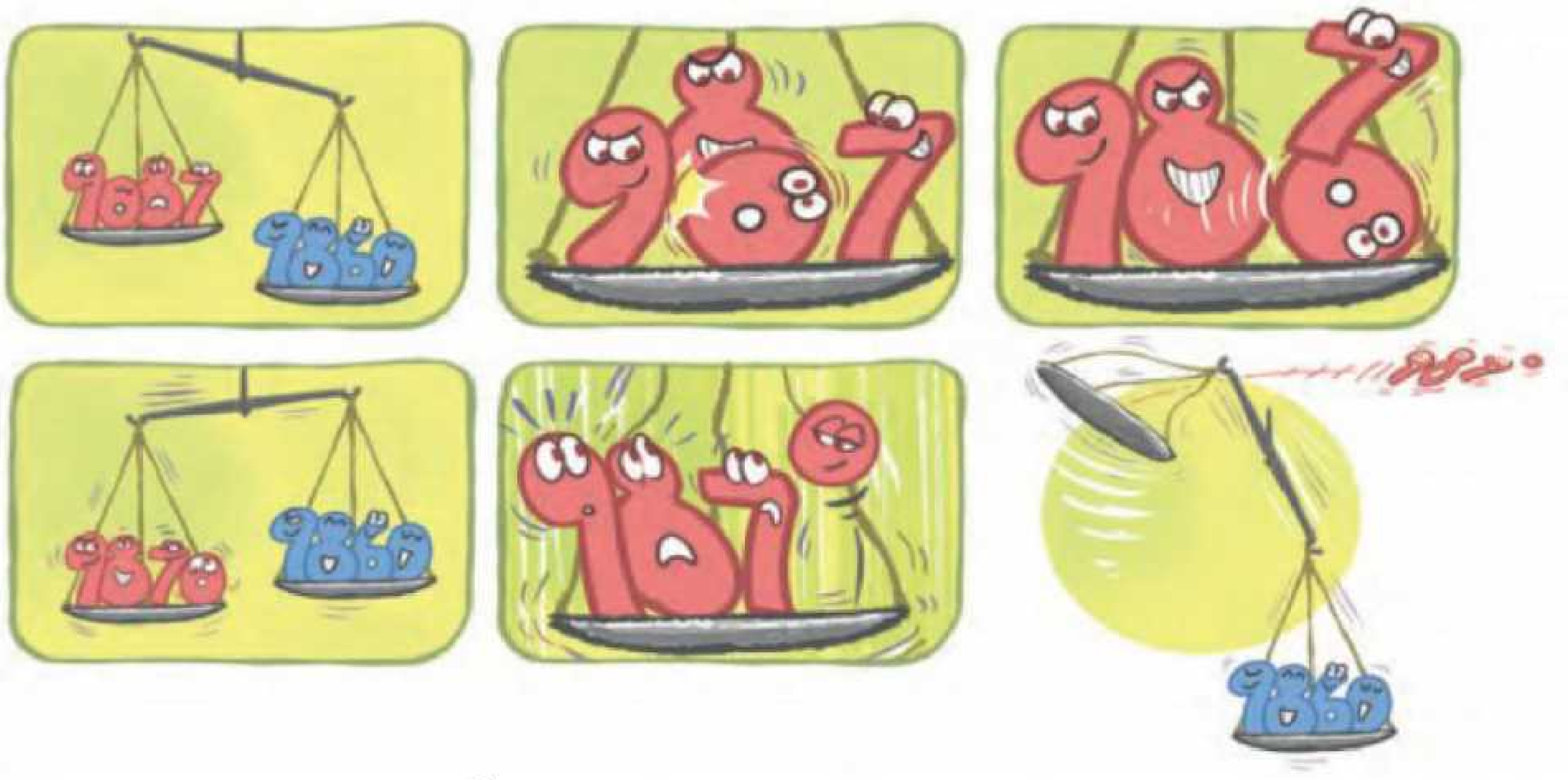
$$2^0 = 2^{a-a} = 2^a \div 2^a = 1.$$

ସାଧାରଣ ଭାବରେ $\quad x^a \div x^a = x^{a-a} = x^0,$

ତେଣୁ $\quad 1 = x^0,$

ଯେଉଁଠାରେ $x \neq 0$ ଏବଂ a ଏକ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ।

ଯେତେବେଳେ ଘାତ ଶୂନ (0) ହୁଏ :



ଯେତେବେଳେ 2^4 ଏକକ ଦୈର୍ଘ୍ୟବିଶିଷ୍ଟ ରେଖାଖଣ୍ଡକୁ 5 ଥର ଅଧା କରାଯାଏ, ସେତେବେଳେ

$$2^4 \div 2^5 = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2}{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2} = \frac{1}{2} \text{ ଏକକ}$$

ସାଧାରଣ ରୂପକୁ ବ୍ୟବହାର କଲେ, ଆମେ ପାଇବା $2^4 \div 2^5 = 2^{(4-5)} = 2^{-1}$.

ତେଣୁ, $2^{-1} = \frac{1}{2}$.

ଯେତେବେଳେ 2^4 ଏକକ ଦୈର୍ଘ୍ୟବିଶିଷ୍ଟ ରେଖାଖଣ୍ଡକୁ 10 ଥର ଅଧା ଅଧା କରାଯାଏ,

ସେତେବେଳେ ଆମେ ପାଇବା $2^4 \div 2^{10} = 2^{(4-10)} = 2^{-6}$ ଏକକ

ଏହାର ବିସ୍ତାର କରାଗଲେ, $2^4 \div 2^{10} = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2}{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2} = \frac{1}{2^6} = \frac{1}{64}$,

ଏହାକୁ 2^{-6} ମଧ୍ୟ ଲେଖାଯାଏ ।

ସେହିଭଳି, $10^{-3} = \frac{1}{10^3}$, $7^{-2} = \frac{1}{7^2}$, ଇତ୍ୟାଦି ।

ଆମେ $10^3 = \frac{1}{10^{-3}}$ ଲେଖିପାରିବା କି ?

ହଁ, ଆମେ ଲେଖିପାରିବା,

$$\frac{1}{10^{-3}} = \frac{1}{1/10^3} = 1 \div \frac{1}{10^3} = 1\times10^3 = 10^3.$$

ସେହିଭଳି, $7^2 = \frac{1}{7^{-2}}$ ଏବଂ $4^a = \frac{1}{4^{-a}}$.

ଏହାର ସାଧାରଣ ରୂପ ହେଲା–

$$n^{-a} = \frac{1}{n^a} \text{ ଏବଂ } n^a = \frac{1}{n^{-a}} \text{ , ଯେଉଁଠାରେ } n \neq 0.$$

ଗାଣିତିକ୍ କଥାବାର୍ତ୍ତା

ଆମେ ଜାଣିଥିବା ନିମ୍ନଲିଖିତ ସାଧାରଣ ରୂପକୁ ଆଲୋଚନା କର :

$n^a \times n^b = n^{a+b}$	$(n^a)^b = (n^b)^a = n^{a\times b}$	$n^a \div n^b = n^{a-b}$

ଏଠାରେ a ଓ b ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ଅଟନ୍ତି । ମାତ୍ର a ଏବଂ b ସ୍ଥାନରେ କୌଣସି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ନେଇପାରିବା କି ?

ଏହାର ସାଧାରଣ ରୂପ ଅପରିବର୍ତ୍ତିତ ରହିବ କି ?

ନିମ୍ନଲିଖିତ ପଦଗୁଡ଼ିକର ସମତୁଲ୍ୟ ରୂପ ଲେଖ :

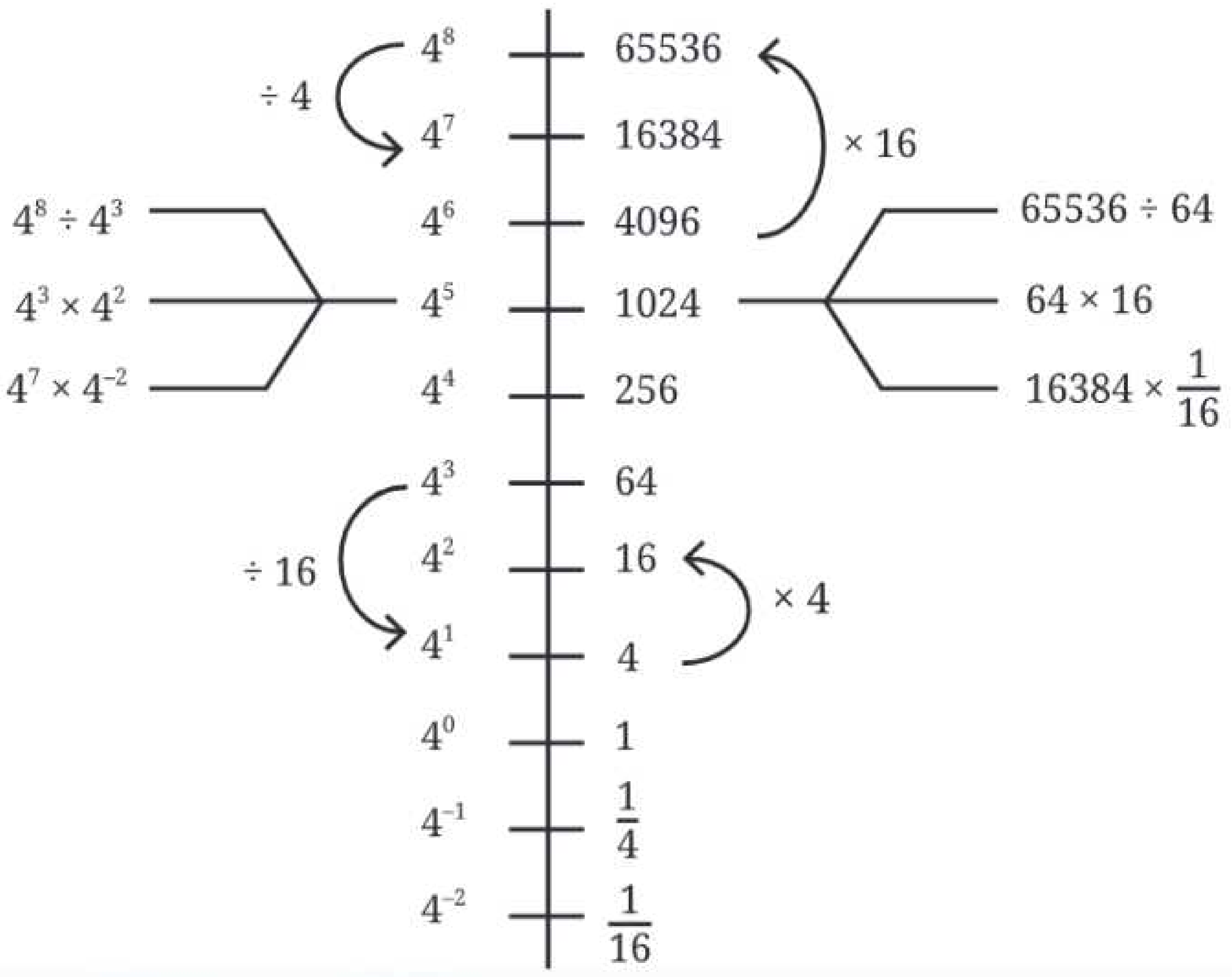
(i) 2^{-4} (ii) 10^{-5} (iii) $(-7)^{-2}$
(iv) $(-5)^{-3}$ (v) 10^{-100}

ସରଳକର ଏବଂ ଉତ୍ତରଗୁଡ଼ିକୁ ଘାତାଙ୍କୀୟ ରୂପରେ ଲେଖ :

(i) $2^{-4} \times 2^7$ (ii) $3^2 \times 3^{-5} \times 3^6$ (iii) $p^3 \times p^{-10}$
(iv) $2^4 \times (-4)^{-2}$ (v) $8^p \times 8^q$

ଘାତ ରେଖା :

ଆସ ଆମେ 4 ର ଘାତଗୁଡ଼ିକୁ ଏକ ରେଖାରେ ସଜାଇବା ।



? ଆମେ 16384($=4^7$) ସଂଖ୍ୟାଟି 1024($=4^5$) ଠାରୁ 16($=4^2$) ଗୁଣ ବଡ଼ ବୋଲି କହିପାରିବା କି ?

ହଁ, ଯେହେତୁ $4^7 \div 4^5 = 4^2$

? 4^{-2} ଠାରୁ 4^2 କେତେଗୁଣ ବଡ଼ ?

? 7 ର ଘାତରେଖା ବ୍ୟବହାର କରି ନିମ୍ନଲିଖିତ ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକର ଉତ୍ତର ଲେଖ ।

7^7	823543
7^6	117649
7^5	16807
7^4	2401
7^3	343
7^2	49
7^1	7
7^0	1
7^{-1}	$\frac{1}{7}$
7^{-2}	$\frac{1}{49}$
7^{-3}	$\frac{1}{343}$
7^{-4}	$\frac{1}{2401}$

$2,401 \times 49 =$

$49^3 =$

$343 \times 2,401 =$

$\frac{16,807}{49} =$

$\frac{7}{343} =$

$\frac{16,807}{8,23,543} =$

$1,17,649 \times \frac{1}{343} =$

$\frac{1}{343} \times \frac{1}{343} =$

2.4 10ର ଘାତ

ଆମେ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ବିସ୍ତାରିତ ରୂପରେ ଲେଖିବା ସମୟରେ 10, 100, 1000 ପରି ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ବ୍ୟବହାର କରିଅଛୁ । ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ,

$$47561 = (4 \times 10000) + (7 \times 1000) + (5 \times 100) + (6 \times 10) + 1$$

ଏହାକୁ 10 ର ଘାତ ବ୍ୟବହାର କରି ନିମ୍ନମତେ ଲେଖାଯାଇପାରିବ ।

$$47561 = (4 \times 10^4) + (7 \times 10^3) + (5 \times 10^2) + (6 \times 10^1) + (1 \times 10^0)$$

? ଉପରୋକ୍ତ ଉପାୟରେ ଏହି ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ଲେଖ : (i) 172, (ii) 5642 (iii) 6474

? 561.903କୁ ଆମେ କିପରି ଲେଖିପାରିବା ?

$$561.903 = (5 \times 100) + (6 \times 10) + 1 + (9 \times \frac{1}{10}) + (0 \times \frac{1}{100}) + (3 \times \frac{1}{1000}).$$

10 ର ଘାତ ବ୍ୟବହାର କରି ଆମେ ଏହାକୁ ଲେଖିବା :

$$561.903 = (5 \times 10^2) + (6 \times 10^1) + (1 \times 10^0) + (9 \times 10^{-1}) + (0 \times 10^{-2}) + (3 \times 10^{-3})$$

ବୈଜ୍ଞାନିକ ସଂକେତ (Scientific Notation) :

ଆସ ଆମେ ବଡ଼ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ନେଇ କିଛି ଗାଣିତିକ ତଥ୍ୟକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରିବା :

(i) ସୂର୍ଯ୍ୟ ଆମ ଆକାଶଗଙ୍ଗା ଛାୟାପଥ (Galaxy)ର କେନ୍ଦ୍ରଠାରୁ 30,00,00,00,00,00,00,00,00,000 ମିଟର ଦୂରରେ ଅବସ୍ଥିତ ।

(ii) ଆମ ଛାୟାପଥରେ ତାରାମାନଙ୍କର ସଂଖ୍ୟା ହେଉଛି 1,00,00,00,00,000

(iii) ପୃଥିବୀର ବସ୍ତୁତ୍ୱ ହେଉଛି 59,76,00,00,00,00,00,00,00,00,00,000 କି.ଗ୍ରା. ।

ଅଙ୍କଗୁଡ଼ିକର ସଂଖ୍ୟା ବୃଦ୍ଧି ପାଇଲେ ସେଗୁଡ଼ିକୁ ଠିକ୍ ଭାବରେ ପଢ଼ିବା କଷ୍ଟକର ହୋଇଯାଏ । ଆମେ ଶୂନ(0)ର ସଂଖ୍ୟା ଗଣିବାରେ ଭୁଲ୍ କରିପାରୁ କିମ୍ୱା ଭୁଲ ସ୍ଥାନରେ କମା ରଖିପାରୁ; ତେଣୁ ଆମେ ଭୁଲ ମୂଲ୍ୟ ପାଇବା । ଯଥା- ଆମେ ଟ 50,000 ପାଇବାକୁ ଥିବାବେଳେ ଟ 5,000 ଲେଖିଥାଉ । ଅନେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ ସଂଖ୍ୟାର ପ୍ରାରମ୍ଭିକ ଅଙ୍କଗୁଡ଼ିକ ଅପେକ୍ଷା ଶୂନଗୁଡ଼ିକର ସଂଖ୍ୟା ଗଣିବା ଅଧିକ ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ।

ବଡ଼ ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ସରଳ କରିବା ଏବଂ ଠିକ୍ ଭାବରେ ପଢ଼ିବାପାଇଁ ଆମେ ଘାତାଙ୍କ ସଂକେତ ବ୍ୟବହାର କରିପାରିବା କି ?

ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ : 5900 ସଂଖ୍ୟାକୁ ଆମେ ନିମ୍ନମତେ ପ୍ରକାଶ କରିପାରିବା–

$$\begin{aligned} 5900 &= 590 \times 10 = 590 \times 10^1 \\ &= 59 \times 100 = 59 \times 10^2 \\ &= 5.9 \times 1000 = 5.9 \times 10^3 \\ &= 0.59 \times 10{,}000 = 0.59 \times 10^4 \end{aligned}$$

ଯେକୌଣସି ସଂଖ୍ୟାକୁ 1 ଓ 10 ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ଏକ ଅଙ୍କ ଏବଂ 10ର ଘାତର ଗୁଣନ ରୂପେ ଲେଖାଯାଇପାରିବ । ଉଦାହରଣସ୍ୱରୂପ :

$$5900 = 5.9 \times 10^3, \qquad 20{,}800 = 2.08 \times 10^4, \qquad 80{,}00{,}000 = 8 \times 10^6$$

? ଏହା ପୂର୍ବରୁ ପଢ଼ିଥିବା ବଡ଼ସଂଖ୍ୟାର ତଥ୍ୟଗୁଡ଼ିକୁ ନିମ୍ନରୂପରେ ଲେଖିବା :

ବୈଜ୍ଞାନିକ ସଂକେତ ବା ବୈଜ୍ଞାନିକ ରୂପରେ (ମାନକ ରୂପ) ଆମେ ସଂଖ୍ୟାକୁ $x \times 10^y$ ଭାବରେ ଲେଖିଥାଉ; ଯେଉଁଠାରେ କି $x \geq 1$ ଏବଂ $x < 10$, x ହେଉଛି ସହଗ ଏବଂ ଘାତାଙ୍କ y ହେଉଛି ଯେକୌଣସି ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା । ପ୍ରାୟତଃ ସହଗ x ଅପେକ୍ଷା, ଘାତାଙ୍କ y ଅଧିକ ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ । ଆମେ ଯେତେବେଳେ ମୁମ୍ବାଇର 2 କୋଟି ଜନସଂଖ୍ୟାକୁ 2×10^7 ରୂପରେ ଲେଖିଥାଉ; ସେଠାରେ 7 ହେଉଛି 2 ଅପେକ୍ଷା ଅଧିକ ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ । ବାସ୍ତବରେ ଯଦି 2କୁ 3 ରେ ପରିବର୍ତ୍ତନ କରାଯାଏ, ତେବେ ଜନସଂଖ୍ୟା ଦେଢ଼ଗୁଣ ବୃଦ୍ଧିପାଏ । ଅର୍ଥାତ୍ 2 କୋଟିରୁ 3 କୋଟି ହୁଏ । ମାତ୍ର ଯଦି 7କୁ 8 ରେ ପରିବର୍ତ୍ତନ କରାଯାଏ, ତେବେ ଜନସଂଖ୍ୟା 10 ଗୁଣ ବଢ଼ିଯାଏ । ଅର୍ଥାତ୍ ଏହା 2 କୋଟିରୁ 20 କୋଟି ହୋଇଯାଏ । ତେଣୁ ମାନକ ରୂପ ସ୍ପଷ୍ଟ ଭାବରେ ଘାତାଙ୍କକୁ ଉଲ୍ଲେଖ କରେ, ଯାହା ଅଙ୍କଗୁଡ଼ିକର ସଂଖ୍ୟାକୁ ସୂଚାଏ ।

ଯଦି ଆମେ କୋହିମାର ଜନସଂଖ୍ୟା 1, 42, 395 ବୋଲି କହୁ, ତେବେ ଏହି ସଂଖ୍ୟା ଏକକ ସ୍ଥାନ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଠିକ୍ ବୋଲି ନିଶ୍ଚିତ ଥାଉ । ଯେତେବେଳେ ଆମେ ବଡ଼ସଂଖ୍ୟା ବ୍ୟବହାର କରୁ, ଅଧିକାଂଶ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଆମେ ଏହାର ସଠିକ୍ ମୂଲ୍ୟ ଅପେକ୍ଷା ଗୋଟିଏ ପରିମାଣ ବା ମାପ କେତେବଡ଼ ସେ ବିଷୟରେ ଅଧିକ ଧ୍ୟାନ ଦେଇଥାଉ । ଯଦି ଆମେ ନିଶ୍ଚିତ ଯେ ଜନସଂଖ୍ୟା ପ୍ରାୟ 1 ଲକ୍ଷ 42 ହଜାର, ଆମେ ଏହାକୁ 1.42×10^5 ଭାବରେ ଲେଖିପାରିବା । ଯଦି ଆମେ ଏହା ପ୍ରାୟ 1 ଲକ୍ଷ 40 ହଜାର ବୋଲି ନିଶ୍ଚିତ, ତେବେ ଏହାକୁ ଆମେ 1.4×10^5 ଭାବରେ ଲେଖିଥାଉ । ସହଗରେ ଥିବା ଅଙ୍କଗୁଡ଼ିକର ସଂଖ୍ୟାଦ୍ୱାରା ଆମେ ସଂଖ୍ୟାକୁ କେତେ ସ୍ପଷ୍ଟଭାବରେ ଜାଣୁ, ତାହା ସୂଚାଇଥାଏ ।

ବୈଜ୍ଞାନିକ ରୂପରେ ଲେଖାଯାଇଥିବା କୌଣସି ସଂଖ୍ୟାର ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ଅଂଶ ହେଉଛି ଘାତ, ଏବଂ ତା'ପରେ ସହଗର ପ୍ରଥମ ଅଙ୍କ; ସହଗ ପରେ ଥିବା ଅଙ୍କଗୁଡ଼ିକ ପ୍ରଥମ ଅଙ୍କର ସାମାନ୍ୟ ସଂଶୋଧନ ଅଟେ ।

ଏହି ମୂଲ୍ୟଗୁଡ଼ିକ ହେଉଛି ଆସନ୍ନମାନ ଆକଳନ; ହାରାହାରି ବା ଆନୁମାନିକ ମୂଲ୍ୟ । ଅଧିକାଂଶ ସମୟରେ ସେଗୁଡ଼ିକ ତତ୍କାଳ ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ ସାଧନ କରିଥାନ୍ତି ।

ସୂର୍ଯ୍ୟ ଏବଂ ଶନି ମଧ୍ୟରେ ଦୂରତା ହେଉଛି 14,33,50,00,00,000 ମିଟର $= 1.4335 \times 10^{12}$ ମିଟର ।

ଶନି ଏବଂ ୟୁରେନସ୍ ମଧ୍ୟରେ ଦୂରତା ହେଉଛି 14,39,00,00,00,000 ମିଟର $= 1.439 \times 10^{12}$ ମିଟର ।

ସୂର୍ଯ୍ୟ ଏବଂ ପୃଥିବୀ ମଧ୍ୟରେ ଦୂରତା ହେଉଛି 1,49,60,00,00,000 ମିଟର $= 1.496 \times 10^{11}$ ମିଟର ।

? ଏହି ତିନୋଟି ଦୂରତା ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁ ଦୁରତାଟି ସବୁଠାରୁ ସାନ, ତୁମେ କହପାରିବ କି ?

? ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ସଂଖ୍ୟାରେଖା ସୂର୍ଯ୍ୟ ଓ ଶନି ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ଦୂରତା (1.4335×10^{12} ମି.)କୁ ଦର୍ଶାଉଛି । ଉକ୍ତ ସଂଖ୍ୟାରେଖାରେ, ପୃଥିବୀର ଆପେକ୍ଷିକ ସ୍ଥିତି ଚିହ୍ନଟ କର । ସୂର୍ଯ୍ୟ ଓ ପୃଥିବୀ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ଦୂରତା ହେଉଛି 1.496×10^{11} ମିଟର ।

ସୂର୍ଯ୍ୟ ଶନି

? ନିମ୍ନଲିଖିତ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ମାନକରୂପରେ ପ୍ରକାଶ କର :

(i)	59,583	(ii)	65,950
(iii)	34,30,000	(iv)	70,04,00,00,000

2.5 ତୁମେ କେବେ ଭାବିଛ କି ?

ଆଗରୁ ଆମେ ବଡ଼ସଂଖ୍ୟା ବାବଦରେ କିଛି ରୋଚକ ତଥ୍ୟ ଜାଣିଥିଲେ । ଆସ ଆଜି ସେ ବିଷୟରେ ଅଧିକ କିଛି ଜାଣିବା । ନନ୍ଦବାବୁ ଇଚ୍ଛାକଲେ, ରକି ଓଜନ ସହିତ ସମାନ ପରିମାଣର ଗୁଡ଼ ଏବଂ ଇତୁ ଓଜନ ସହିତ ସମାନ ପରିମାଣର ଗହମ ଦାନ କରିବେ । ଏଥିପାଇଁ କେତେ ଖର୍ଚ୍ଚ ହେବ ସେ ହିସାବ କଲେ ।

? ଦାନ କରାଯାଉଥିବା ଗୁଡ଼ର ମୂଲ୍ୟ (ଟଙ୍କାରେ) କେତେ ହେବ ? ଦାନ କରାଯାଇଥିବା ଗହମର ମୂଲ୍ୟ (ଟଙ୍କାରେ) କେତେ ହେବ ?

ଏହାକୁ ଜାଣିବା ପାଇଁ, ଆସ ପ୍ରଥମେ ନିଆଯାଇଥିବା ପରିମାଣ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ସମ୍ପର୍କକୁ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରିବା ?

ଗୁଡ଼ର ମୂଲ୍ୟ (ଟଙ୍କାରେ) = ରକିର ଓଜନ (କିଲୋଗ୍ରାମରେ) × 1 କି.ଗ୍ରା ଗୁଡ଼ର ମୂଲ୍ୟ

ଗହମର ମୂଲ୍ୟ (ଟଙ୍କାରେ) = ଇତୁର ଓଜନ (କିଲୋଗ୍ରାମରେ) × 1 କି.ଗ୍ରା ଗହମର ମୂଲ୍ୟ

? ଅଜ୍ଞାତ ରାଶି ପାଇଁ ଆବଶ୍ୟକ ଏବଂ ଉପଯୁକ୍ତ ଆନୁମାନିକ ଆକଳନ କର ଏବଂ ଉତ୍ତର ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । ମନେରଖ ରକିକୁ 13 ବର୍ଷ ଏବଂ ଇତୁକୁ 11 ବର୍ଷ ।

ରକିର ଓଜନ 45 କି.ଗ୍ରା. ଏବଂ 1 କି.ଗ୍ରା. ଗୁଡ଼ର ମୂଲ୍ୟ ଟ. 70.00 ଧରିଲେ, ଦାନ କରାଯାଇଥିବା ଗୁଡ଼ର ମୂଲ୍ୟ = 45 × 70 = ଟ 3150.00 ଅଟେ । ଇତୁର ଓଜନ 50 କି.ଗ୍ରା. ଏବଂ 1 କି.ଗ୍ରା. ଗହମର ମୂଲ୍ୟ ଟ. 50.00 ଧରିଲେ ଦାନ କରାଯାଇଥିବା ଗହମର ମୂଲ୍ୟ = 50 × 50 = ଟ. 2500.00 ହେବ ।

ଜଣେ ବ୍ୟକ୍ତିର ଓଜନ ସହିତ ସମାନ ପରିମାଣର ଜିନିଷ ଦାନ କରିବାର ପ୍ରଥାକୁ 'ତୁଳାଭାର' କୁହାଯାଏ । ଏହା ବହୁ ପୁରୁଣା ପ୍ରଥା ଏବଂ ଦକ୍ଷିଣ ଭାରତର ଅନେକ ସ୍ଥାନରେ ଏହାକୁ ଏବେ ମଧ୍ୟ ପାଳନ କରାଯାଉଛି ।

? ରକି ଭାବୁଛି, "ଯଦି ଗୁଡ଼ ବଦଳରେ ଆମେ 1 ଟଙ୍କିଆ ମୁଦ୍ରା ବ୍ୟବହାର କରୁ, ତେବେ ମୋ ଓଜନ ସହିତ ସମାନ ହେବାପାଇଁ କେତେ ମୁଦ୍ରା ଆବଶ୍ୟକ ?" ଆମେ ଏହା କିପରି ଜାଣିବା ?

ଏହିପରି ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକ ପାଇଁ ତୁମେ ନିମ୍ନ ସୋପାନଗୁଡ଼ିକ ଅନୁସରଣ କରିପାରିବ ।

1. ଅନୁମାନ : କୌଣସି ଗଣନା/ହିସାବ ନ କରି, ଉତ୍ତର କ'ଣ ହୋଇପାରେ ତାହା ବିଷୟରେ ସ୍ୱତଃସ୍ଫୁର୍ତ୍ତ (ଶୀଘ୍ର) ଅନୁମାନ କର ।

2. ଆକଳନ ଏବଂ ଆନୁମାନିକ ଗଣନା-

(i) ଉତ୍ତର ପାଇବା ପାଇଁ ଆବଶ୍ୟକ ପରିମାଣଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ସଂପର୍କ ବର୍ଣ୍ଣନା କର ।

(ii) ଯଦି ଆବଶ୍ୟକ ତଥ୍ୟ ଉପଲବ୍ଧ ନ ଥାଏ, ତେବେ ଉପଯୁକ୍ତ ଅନୁମାନ ଓ ଆକଳନ କର ।

(iii) ହିସାବ କର ଏବଂ ଉତ୍ତର ଖୋଜ (ଏବଂ ତୁମର ଅନୁମାନ, ଠିକ୍ ଉତ୍ତରର କେତେ ନିକଟତର ଥିଲା ଦେଖ ।)

? ମୁଦ୍ରା ସଂଖ୍ୟା ଶହ ଶହ, ହଜାର ହଜାର, ଲକ୍ଷ ଲକ୍ଷ, କୋଟି କୋଟି କିମ୍ବା ତା'ଠାରୁ ଅଧିକ ହେବ କି ? ଅନୁମାନ କରି କୁହ ।

? ଅଜ୍ଞାତ ରାଶିପାଇଁ ଆବଶ୍ୟକୀୟ ଅନୁମାନ ଏବଂ ଆକଳନ କରି ଉତ୍ତର ଖୋଜ । ମନେରଖ, ଆମେ ଏଠାରେ ସଠିକ୍ ଉତ୍ତର ଖୋଜୁନାହୁଁ ବରଂ ଏକ ଯୁକ୍ତିଯୁକ୍ତ ନିକଟତର ଉତ୍ତର ଆକଳନ କରୁଛୁ ।

ଗୋଟିଏ ଏକ ଟଙ୍କିଆ ମୁଦ୍ରାର ଓଜନ ପାଖାପାଖି କେତେ ହେବ ?

ପ୍ରାରମ୍ଭରେ, ତୁମର ଅନୁମାନ ଓ ଉତ୍ତର ମଧ୍ୟରେ ଅନେକ ଫରକ ଥାଇପାରେ, ମାତ୍ର ଏହା ସଠିକ୍ ମାର୍ଗ । ତୁମେ ଏହାକୁ ବାରମ୍ବାର ଏବଂ ବିଭିନ୍ନ ପରିସ୍ଥିତିରେ ଚେଷ୍ଟା କଲେ ଭଲ ହେବ । ଅନୁମାନ କରି ଆକଳିତ ସଂଖ୍ୟା ଏବଂ ବିଭିନ୍ନ ପରିମାଣ ସଂପର୍କରେ ଏହା ପ୍ରତ୍ୟକ୍ଷ ଜ୍ଞାନ ସୃଷ୍ଟି କରେ ।

ଇତୁ ପଚାରିଲା, ଯଦି ଆମେ 5 ଟଙ୍କିଆ ମୁଦ୍ରା କିମ୍ବା 10 ଟଙ୍କିଆ ନୋଟ୍ ବ୍ୟବହାର କରୁ, ଏହା କେତେ ଟଙ୍କା ହୋଇପାରେ ।

? ପ୍ରଥମେ ଅନୁମାନ କର । ତା'ପରେ ସମାଧାନ କର । (ଜାଣି ନଥିବା ବିବରଣୀ ବିଷୟରେ ଆବଶ୍ୟକୀୟ ଏବଂ ଯୁକ୍ତିଯୁକ୍ତ ଅନୁମାନ କର ଏବଂ ଉତ୍ତର ପାଇବାକୁ ଚେଷ୍ଟାକର)

ଇତୁ କହିଲା, "ଯେତେବେଳେ ମୁଁ ବଡ଼ ହେବି, ପ୍ରତିବର୍ଷ ମୁଁ ମୋ ଓଜନର ନୋଟବୁକ୍ ଦାନ କରିବି ।" ରକି କହିଲା, "ଯେତେବେଳେ ମୁଁ ବଡ଼ ହବି ପ୍ରତିବର୍ଷ ମୁଁ ମୋ ଓଜନର ଅନ୍ନଦାନ କରିବି ।"

ଗାଣିତିକ୍ କଥାବାର୍ତ୍ତା

? ଏହି ଦାନରୁ ବର୍ଷକୁ କେତେ ଲୋକ ଉପକୃତ ହେବେ ? ପୁନଶ୍ଚ ଖୋଜିବା ପୂର୍ବରୁ ପ୍ରଥମେ ଅନୁମାନ କର ।

ରକି ଓ ଇତୁ ଆଉ କେହି କହୁଥିବାର ଶୁଣିଲେ- "ଆମେ ଏହି ସ୍ଥାନରେ ପହଞ୍ଚିବା ପାଇଁ 400 କି.ମି. ପଦଯାତ୍ରା କଲୁ । ଆମେ ଆଜି ସକାଳୁ ପହଞ୍ଚିଲୁ ।

? ସେମାନେ କେତେ ସମୟ ପୂର୍ବରୁ ଯାତ୍ରା ଆରମ୍ଭ କରିଥିବେ ?

? ଆବଶ୍ୟକୀୟ ଅନୁମାନ ଓ ଆକଳନ କରି ଉତ୍ତର ପାଇବାକୁ ଚେଷ୍ଟାକର । ହିସାବ ପାଇବା ପୂର୍ବରୁ ପ୍ରଥମେ ଅନୁମାନ କର ଏବଂ ଯାଞ୍ଚ କରି ଦେଖ ଯେ, ତୁମର ଅନୁମାନ କେତେ ଠିକ୍ ଥିଲା ।

ଶିକ୍ଷକଙ୍କ ପାଇଁ ସୂଚନା : ଅନୁମାନଗୁଡ଼ିକ ବେଳେବେଳେ ବହୁତ ଭିନ୍ନ ହୋଇପାରେ ଏବଂ ଫଳସ୍ୱରୂପ ଏହାକୁ ବ୍ୟବହାର କରି ତୁମେ ପାଉଥିବା ଉତ୍ତରଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟ ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ହୋଇପାରେ, ମାତ୍ର ଏହା ସଂପୂର୍ଣ୍ଣ ଠିକ୍ । ପରିସ୍ଥିତିକୁ ଠିକ୍ ଭାବେ ମଡ଼େଲିଂ କରିବା ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ । ଭିନ୍ନଭିନ୍ନ ଉପାୟରେ ମଧ୍ୟ ଏହା କରାଯାଇପାରେ । ଅଭ୍ୟାସ ସହିତ ଆକଳନର ସଠିକତା ମଧ୍ୟ ବୃଦ୍ଧି ପାଇଥାଏ ।

ପଦଯାତ୍ରା ହେଉଛି ଧାର୍ମିକ କିମ୍ବା ଆଧ୍ୟାତ୍ମିକ ଅନୁସନ୍ଧାନର ଏକ ପାରମ୍ପରିକ ପ୍ରଥା । ଆମ ଦେଶର ବିଭିନ୍ନ ଧର୍ମର ଲୋକମାନେ ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ନାମ ଓ ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ ଥାଇ ଉପଯୁକ୍ତ ତୀର୍ଥଯାତ୍ରା କିମ୍ବା ଆଧ୍ୟାତ୍ମିକ ଯାତ୍ରାରେ ଚାଲିଥାନ୍ତି ।

କେତେକ ତୀର୍ଥଯାତ୍ରା ହେଉଛି "ଆଜମେର ଦରଗା" ଜିୟାରତ, ପଣ୍ଡରପୁର ୱାରୀ, କାୱଁର ଯାତ୍ରା, ସାବରିମାଳା ଯାତ୍ରା, ସମ୍ମେଦ ଶିଖରଜୀ ଯାତ୍ରା, ଲୁମ୍ବିନୀରୁ ସାରନାଥ ଯାତ୍ରା ।

ଆଧୁନିକ ପରିବହନର ବିକାଶ ପୂର୍ବରୁ ଲୋକମାନେ ଚାଲିଚାଲି ଏକ ସ୍ଥାନରୁ ଅନ୍ୟ ସ୍ଥାନକୁ ଯାଉଥିଲେ- ବେଳେବେଳେ ବ୍ୟବସାୟୀ, ସାଧୁ ଏବଂ ପଣ୍ଡିତମାନେ ମରୁଭୂମି, ପାହାଡ଼ ଏବଂ ନଦୀ ପାରହୋଇ ବିଶ୍ୱର ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରାନ୍ତକୁ ହଜାର ହଜାର କିଲୋମିଟର ଚାଲିଚାଲି ଯାଉଥିଲେ ।

? ଯଦି ଜଣେ ବ୍ୟକ୍ତି ନିରନ୍ତର ଚାଲିଥାଏ, ତେବେ ସେ ନିଜ ଜୀବନକାଳରେ କେତେଥର ପୃଥିବୀକୁ ପରିକ୍ରମା (ବିଶ୍ୱ ପରିକ୍ରମଣ) କରିପାରିବେ ? ପୃଥିବୀର ପରିଧିକୁ 40,000 କି.ମି. ବୋଲି ଧରି ନିଆଯାଉ ।

ରୈଖିକ ବୃଦ୍ଧି ବନାମ ଘାତାଙ୍କୀୟ ବୃଦ୍ଧି

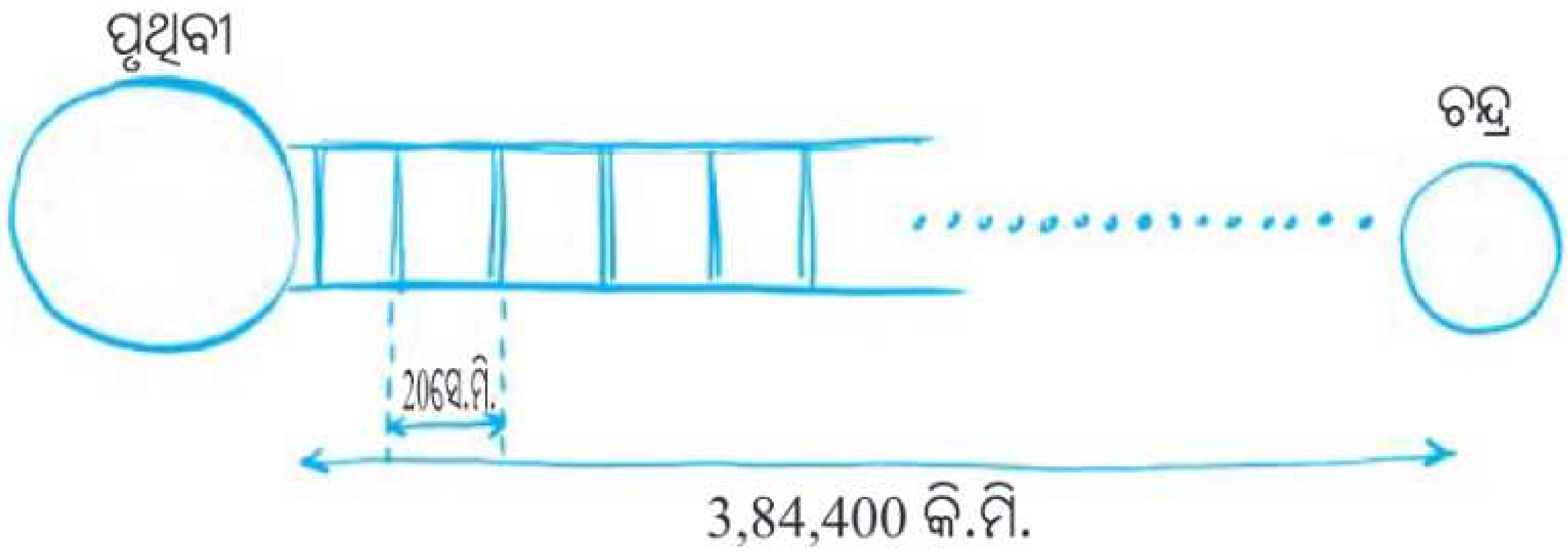
ରକି, ଇତୁକୁ ଏକ କାଳ୍ପନିକ ବିଜ୍ଞାନ କାହାଣୀ କହିଲା । କାହାଣୀରେ ସେମାନେ ଚନ୍ଦ୍ରକୁ ଚଢ଼ିବାପାଇଁ ସିଡ଼ି ତିଆରି କରିଛନ୍ତି ।

"........ ମୁଁ ଭାବୁଛି, ଯଦି ଆମର ପ୍ରକୃତରେ ଏହିପରି ସିଡ଼ି ଥାଆନ୍ତା, ତେବେ ସେଥିରେ କେତୋଟି ପାହାଚ ଥାଆନ୍ତା ?"

? ତୁମେ କ'ଣ ଭାବୁଛ ? ପ୍ରଥମେ ସ୍ୱତଃସ୍ଫୁର୍ତ୍ତ ଅନୁମାନ କର ।

? ପାହାଚ ସଂଖ୍ୟା ହଜାର, ଲକ୍ଷ, କୋଟି କିମ୍ବା ତା'ଠାରୁ ଅଧିକ ହେବ କି ?

ଏହାକୁ ଜାଣିବା ପାଇଁ, ଆମକୁ ସିଡ଼ିର କ୍ରମାଗତ ପାହାଚ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ବ୍ୟବଧାନ ଜାଣିବାକୁ ପଡ଼ିବ । ଆସ, ଆମେ ଏହି ବ୍ୟବଧାନକୁ 20 ସେ.ମି. ବୋଲି ଧରିନେବା । ସମସ୍ୟାଟିକୁ ଚିତ୍ରରେ ଦର୍ଶାଯାଇଥିବା ପରିସ୍ଥିତି ଭଳି କଳ୍ପନା କରିବା ।



? ଆମକୁ ଜାଣିବାକୁ ହେବ ଯେ, 3,84, 400 କି.ମି.ରେ କେତେ 20 ସେ.ମି. ଅଛି ।

ଯଦି ଆମେ ହିସାବ କରୁ, ତେବେ ଫଳାଫଳ 1,92,20,00,000 ପାହାଚ ମିଳିବ । ଏହା 192 କୋଟି 20 ଲକ୍ଷ ପାହାଚ କିମ୍ବା 1 ବିଲିୟନ 992 ମିଲିୟନ୍ ପାହାଚ ସହ ସମାନ । ପ୍ରତ୍ୟେକ ପଦକ୍ଷେପ ପରେ ପୃଥିବୀଠାରୁ ଦୂରତାରେ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ବୃଦ୍ଧି (ପ୍ରତ୍ୟେକ ପଦକ୍ଷେପ 20 ସେ.ମି. ବୃଦ୍ଧି)କୁ **ରୈଖିକ ବୃଦ୍ଧି** କୁହାଯାଏ ।

ପୃଥିବୀ ଏବଂ ଚନ୍ଦ୍ର ମଧ୍ୟରେ ଦୂରତା ଅତିକ୍ରମ କରିବାକୁ ରୈଖିକ ବୃଦ୍ଧି ସହିତ 1,92,20,00,000 ପଦକ୍ଷେପ ସଂଯୋଜିତ ହୋଇଥାଏ, ଯେତେବେଳେ କି, ଏକ କାଗଜଖଣ୍ଡକୁ ଘାତୀୟ ବୃଦ୍ଧି ସହିତ 46 ଥର ଯୋଡ଼ିଲେ ଏହା ସମ୍ଭବ ହୋଇପାରିବ । ରୈଖିକ ବୃଦ୍ଧି ଯୋଗାତ୍ମକ ଅଟେ । ଯେତେବେଳେ କି ଘାତୀୟ ବୃଦ୍ଧି ଗୁଣନାତ୍ମକ ଅଟେ ।

$$\underbrace{20 + 20 + 20 + \ldots\ldots\ldots\ldots}_{1,92,20,00,000\text{ ଥର}} \qquad 0.001 \times \underbrace{2 \times 2 \times 2 \ldots\ldots\ldots}_{46\text{ ଥର}}$$

ଏହି ଅଧ୍ୟାୟରେ ପୂର୍ବରୁ ଆମେ ଘାତୀୟ ବୃଦ୍ଧିରୁ କିଛି ଉଦାହରଣ ନେଇଛୁ । ଯଥା– 'ଝଟକୁଥିବା ପଥର', 'କୁହୁକ ପୋଖରୀ', 'କେତେ ସମାବେଶ' । ଆମେ ପରବର୍ତ୍ତୀ ଅଧ୍ୟାୟରେ ଏବଂ ପରବର୍ତ୍ତୀ ଶ୍ରେଣୀରେ ଏହିପରି ଅନେକ ରୋଚକ ଉଦାହରଣ ପାଇପାରିବା ।

? ତୁମେ ରୈଖିକ ବୃଦ୍ଧି ଏବଂ ଘାତାଙ୍କୀୟ ବୃଦ୍ଧିର କିଛି ଉଦାହରଣ ଦେଇପାରିବ କି ?

ବୃହତ୍ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ବୁଝିବା :

ଗତବର୍ଷ ଆମେ ଲକ୍ଷ୍ୟ ଓ କୋଟି ଏବଂ ମିଲିୟନ୍ ଓ ବିଲିୟନ୍ ବିଷୟରେ ଶିଖିଥିଲେ । ଏକଲକ୍ଷ ହେଉଛି 10^5(1,00,000), ଏକ କୋଟି ହେଉଛି 10^7(1,00,00,000), ଏବଂ ଏକ ଅରବ ହେଉଛି 10^9(1,00,00,00,000) ।

ତୁମେ ବୋଧହୁଏ ବିଶ୍ୱର ମାନବ ଜନସଂଖ୍ୟାର ଆକାର ଜାଣିଥାଇପାର । ତୁମେ କେବେ ଭାବିଛ କି ବିଶ୍ୱରେ କେତେ ପିମ୍ପୁଡ଼ି ଥାଇପାରନ୍ତି, କେତେବର୍ଷ ପୂର୍ବରୁ ମନୁଷ୍ୟ ଜନ୍ମ ହୋଇଥିଲେ ? ଏହି ବିଭାଗରେ, ଆମେ ଅରବ ଓ ବିଲିୟନ୍ ଠାରୁ ଯଥେଷ୍ଟ ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ବିଷୟରେ ଜାଣିବା । ପ୍ରତ୍ୟେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଆମେ ଏହି ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ଦର୍ଶାଇବା ଏବଂ ତୁଳନା କରିବାପାଇଁ 10 ର ଘାତ ବ୍ୟବହାର କରିବା ।

10^0 2025 ମଧ୍ୟଭାଗ ସୁଦ୍ଧା ବିଶ୍ୱରେ ମାତ୍ର ଦୁଇଟି ଉତ୍ତର ଗୋଲାର୍ଦ୍ଧର ଧଳା ଗଣ୍ଡା ବଞ୍ଚିଛନ୍ତି; ଉଭୟ ମାଇ ଏବଂ ସେମାନେ କେନିଆର ଓଲପେଜେଟା ସଂରକ୍ଷଣ କେନ୍ଦ୍ରରେ ରହନ୍ତି । $(= 2 \times 10^0)$

10^1 2024 ପ୍ରାରମ୍ଭ ସୁଦ୍ଧା, ହାଇନାନ୍ ଗିବନ୍‌ମାନଙ୍କର ସଂଖ୍ୟା ମାତ୍ର 42($\approx 4 \times 10^1$) ଥିଲା ।

10^2 2025 ମଧ୍ୟଭାଗ ସୁଦ୍ଧା ଜୀବିତ ଥିବା କାକାପୋ ସଂଖ୍ୟା 242($\approx 2 \times 10^2$) ।

10^3 ବିଶ୍ୱରେ 3000 ରୁ କମ୍ ସଂଖ୍ୟକ କୋମୋଡ଼ୋ ଡ୍ରାଗନ୍ ଅଛନ୍ତି । ସମସ୍ତେ ଇଣ୍ଡୋନେସିଆରେ ($\approx 3 \times 10^3$) ଅଛନ୍ତି ।

10^4 2005 ଆକଳନରୁ ଜଣାପଡ଼ିଛି ଯେ ମେନ୍‌ଡ଼ ଓଲ୍ଫମାନଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା 17,000ରୁ ଅଧିକ । ଅଧିକାଂଶ ବ୍ରାଜିଲ୍‌ରେ ଅଛନ୍ତି ($\approx 1.7 \times 10^4$) ।

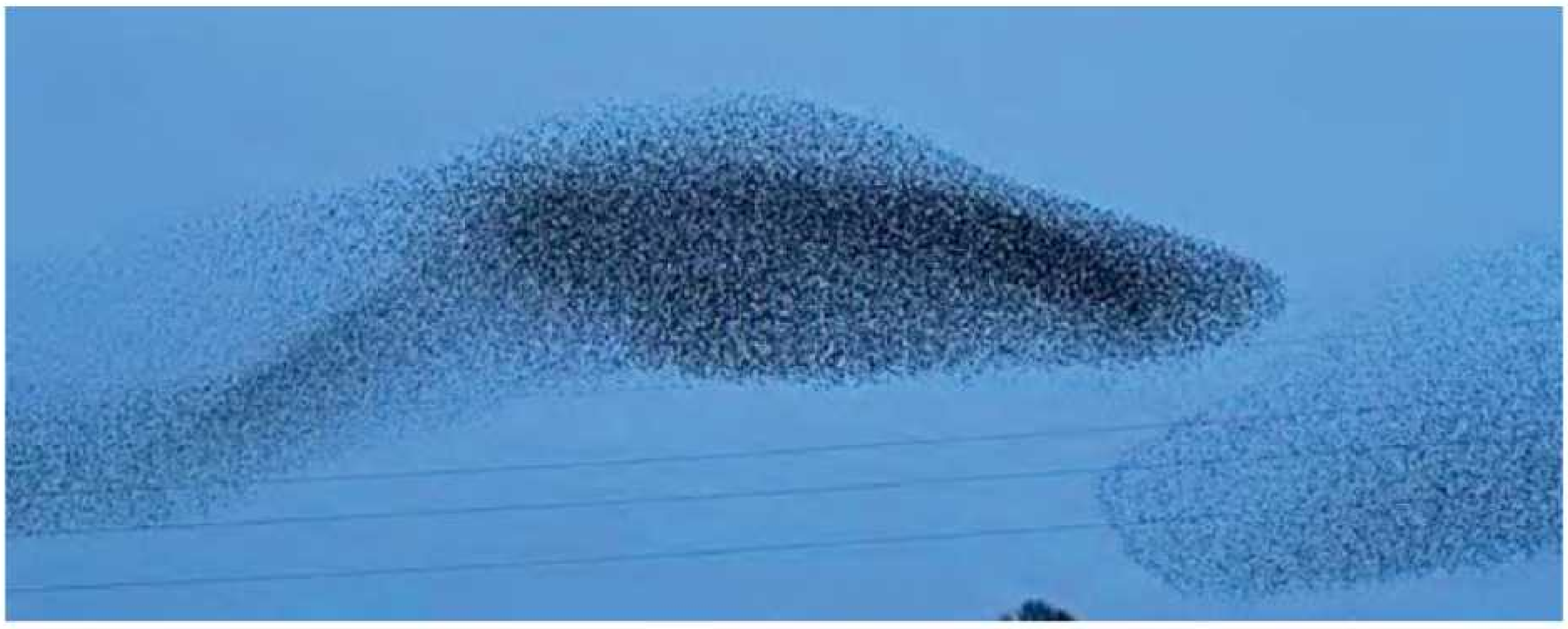
10^5 2018 ସୁଦ୍ଧା, ପ୍ରାୟ 4.15 ଲକ୍ଷ ଆଫ୍ରିକୀୟ ହାତୀ ($\approx 4 \times 10^5$) ଅଛନ୍ତି ।

10^6 2025 ସୁଦ୍ଧା ପ୍ରାୟ 50 ଲକ୍ଷ / 5 ନିୟୁତ ଆମେରିକୀୟ ଆଲିଗେଟର ଅଛନ୍ତି (5×10^6) ।

10^7 ବିଶ୍ୱରେ ଓଟ ସଂଖ୍ୟା 3.5 କୋଟି / 35 ନିୟୁତରୁ ଅଧିକ ହେବ ବୋଲି ଆକଳନ କରାଯାଇଛି (3.5×10^7) । ଭାରତରେ କେବଳ 2.5 ଲକ୍ଷ ଅଛନ୍ତି । ବିଶ୍ୱରେ ଘୋଡ଼ା ସଂଖ୍ୟା ପ୍ରାୟ 5.8 କୋଟି/58 ନିୟୁତ (5.8×10^7) ଅଟେ । ଯେଉଁଥିରୁ ପ୍ରାୟ ଅଧା ଆମେରିକାରେ ଅଛନ୍ତି ।

10^8 ବିଶ୍ୱବ୍ୟାପୀ 20 କୋଟି ବା 200 ନିୟୁତରୁ ଅଧିକ (2×10^8) ପାଣି ମଇଁଷି ଅଛନ୍ତି ବୋଲି ଆକଳନ କରାଯାଇଛି, ଯେଉଁମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ ଅଧିକାଂଶ ଏସିଆରେ ଅଛନ୍ତି ।

10^9 ବିଶ୍ୱର ଷ୍ଟର୍ଲିଂ ପକ୍ଷୀମାନଙ୍କର ଆନୁମାନିକ ସଂଖ୍ୟା ପ୍ରାୟ 1.3 ଅରବ/1.3 ବିଲିୟନ୍ (1.3×10^9) ଅଟେ । 2025 ସୁଦ୍ଧା ବିଶ୍ୱର ଜନସଂଖ୍ୟା 8.2 ଅରବ / 8.2 ବିଲିୟନ୍ (8.2×10^9) ଅଟେ ।



ବ୍ରିଟେନ୍‌ର ଏକ ଫାର୍ମ ଉପରେ ଏକ ଷ୍ଟର୍ଲିଂ ମାର୍ମୁରେସନ୍‌ର ଗୋଟିଏ ଚିତ୍ର ? ଷ୍ଟର୍ଲିଂ ମାର୍ମୁରେସନ୍ ହେଉଛି ଷ୍ଟର୍ଲିଂ ପକ୍ଷୀଙ୍କର ସମକାଳିକ/ସିଙ୍କ୍ରୋନାଇଜଡ଼୍, ଘୂର୍ଣ୍ଣନଶୀଳ ପ୍ୟାଟର୍ନରେ ଉଡୁଥିବା ଚିତ୍ତାକର୍ଷକ ନଭମଣ୍ଡଳୀୟ ଦୃଶ୍ୟ । ଏହାକୁ ପ୍ରାୟତଃ "କୋରିଓଗ୍ରାଫ୍ ନୃତ୍ୟ' ଭାବରେ ବର୍ଣ୍ଣନା କରାଯାଇଛି ।

? ବିଶ୍ୱ ଜନସଂଖ୍ୟା ପ୍ରାୟ 8×10^9 ଓ ଆଫ୍ରିକୀୟ ହାତୀ ସଂଖ୍ୟା ହେଉଛି 4×10^5 । ଆମେ କହିପାରିବା କି, ପ୍ରତ୍ୟେକ ହାତୀ ପାଇଁ ପ୍ରାୟ 20,000 ଲୋକ ଅଛନ୍ତି ।

10^{10} ଯେକୌଣସି ସମୟରେ ବିଶ୍ୱସ୍ତରୀୟ କୁକୁଡ଼ା ସଂଖ୍ୟା ପ୍ରାୟ 33 ବିଲିୟନ୍ (3.3×10^{10}) ଅଟେ ।

10^{12} ବିଶ୍ୱରେ ଗଛସଂଖ୍ୟା (2023) ପ୍ରାୟ 30 ଖରବ / 3 ଟ୍ରିଲିଅନ୍ (3×10^{12}) ଥିବାର ହିସାବ କରାଯାଇଛି । ଏକ ଖରବ 100 ଅରବ ଅଟେ ଏବଂ ଏକ ଟ୍ରିଲିୟନ୍ 1000 ବିଲିୟନ୍ ଅଟେ ।

10^{14} ବିଶ୍ୱର ଆନୁମାନିକ ମଶା ସଂଖ୍ୟା (2023) 11 ନିଲ୍ / 110 ଟ୍ରିଲିୟନ୍ । ଆଣ୍ଟାର୍କଟିକ୍ କ୍ରିଲ୍‌ର ଆନୁମାନିକ ସଂଖ୍ୟା 50 ନିଲ୍ / 500 ଟ୍ରିଲିୟନ୍ (5×10^{14}) ଅଟେ ।

10^{15} ଭୃଙ୍ଗକୀଟର ଆନୁମାନିକ ସଂଖ୍ୟା 1 ପଦ୍ମ / 1 କ୍ୱାଡ୍ରିଲିୟନ୍ (1×10^{15}) । କେଞ୍ଚୁଆ ସଂଖ୍ୟାର ଆନୁମାନିକ ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟ 1 ପଦ୍ମ / 1 କ୍ୱାଡ୍ରିଲିୟନ ଅଟେ ।

10^{16} ପୃଥିବୀର ପିମ୍ପୁଡ଼ିମାନଙ୍କର ସଂଖ୍ୟା 20 ପଦ୍ମ / 20 କ୍ୱାଡ୍ରିଲିୟନ୍ (2×10^{16}) । ସମସ୍ତ ବଣୁଆ ପକ୍ଷୀ ଏବଂ ବଣୁଆ ସ୍ତନ୍ୟପାୟୀ ପ୍ରାଣୀମାନଙ୍କୁ ମିଶାଇଲେ ମଧ୍ୟ କେବଳ ପିମ୍ପୁଡ଼ି ସେମାନଙ୍କଠାରୁ ଅଧିକ ଓଜନର ଅଟନ୍ତି ।

10^{21} ପୃଥିବୀର ସମସ୍ତ ବେଳାଭୂମି ଏବଂ ମରୁଭୂମିରେ ଥିବା ବାଲିକଣିକାର ସଂଖ୍ୟା 10^{21} ବୋଲି ଅନୁମାନ କରାଯାଏ । ଏହି ସଂଖ୍ୟା ପ୍ରତ୍ୟେକ ପିମ୍ପୁଡ଼ିକୁ 10ଟି ଛୋଟ ବାଲି ତିଆରି ଦୁର୍ଗରେ ରହିବାପାଇଁ ମଧ୍ୟ ଯଥେଷ୍ଟ ହେବ ।

10^{23} ଦୃଶ୍ୟମାନ ବ୍ରହ୍ମାଣ୍ଡରେ ତାରାମାନଙ୍କର ଆନୁମାନିକ ସଂଖ୍ୟା 2×10^{23} ଅଟେ ।

10^{25} ପୃଥିବୀ ଉପରେ ଥିବା ଜଳବିନ୍ଦୁର ଆନୁମାନିକ ସଂଖ୍ୟା 2×10^{25} (ପ୍ରତି ମିଲିଲିଟରରେ 16 ବୁନ୍ଦା ଥିବା ଧରାଯାଇଛି)

? ବୈଜ୍ଞାନିକ ସଂକେତ ବ୍ୟବହାର କରି ଗଣନା କର ଏବଂ ଉତ୍ତର ଲେଖ ।

(i) ବିଶ୍ୱରେ ମନୁଷ୍ୟ ଓ ପିମ୍ପୁଡ଼ିମାନଙ୍କ ସଂଖ୍ୟାର ଅନୁପାତ କେତେ ?

(ii) ଯଦି ଷ୍ଟର୍ଲିଂ ପକ୍ଷୀମାନଙ୍କର ଏକ ଦଳରେ 10,000 ପକ୍ଷୀ ଥାଆନ୍ତି, ତେବେ ବିଶ୍ୱରେ କେତେ ଦଳ ପକ୍ଷୀ ଥାଇପାରନ୍ତି ?

(iii) ଯଦି ଗୋଟିଏ ଗଛରେ 10^4 ସଂଖ୍ୟକ ପତ୍ରଥାଏ, ତେବେ ପୃଥିବୀର ସମସ୍ତ ଗଛରେ ଥିବା ପତ୍ର ସଂଖ୍ୟା କେତେ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(iv) ଯଦି ତୁମେ କାଗଜ-ଫର୍ଦ୍ଦଗୁଡ଼ିକୁ ଉପରକୁ ଉପର ଥାକ କରି ରଖିବ, ତେବେ ଚନ୍ଦ୍ରରେ ପହଞ୍ଚିବା ପାଇଁ ତୁମକୁ କେତେ ଫର୍ଦ୍ଦ କାଗଜ ଆବଶ୍ୟକ ହେବ ?

ତୁମର ବୟସ କହିବାର ଭିନ୍ନ ଉପାୟ !

''ତୁମର ବୟସ କେତେ ?'' ଇତୁ ପଚାରିଲା:

''ମୁଁ କିଛି ସପ୍ତାହ ପୂର୍ବରୁ 13 ବର୍ଷ ପୂରଣ କରିଛି '' ରକି ଉତ୍ତର ଦେଲା ।

''ତୁମ ବୟସ କେତେ ?'' ଇତୁ ପୁଣି ପଚାରିଲା ।

''ଆଜି ମୋତେ 4840 ଦିନ'' ରକି କହିଲା ।

''ତୁମକୁ କେତେ ବୟସ ?'' ଇତୁ ଆଉ ଥରେ ପଚାରିଲା,

''ମୋର ବୟସ ----- ଘଣ୍ଟା !'' ରକି କହିଲା ।

ଏହି ସଂଖ୍ୟା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ପୂର୍ବରୁ ଏକ ଆକଳନ କର ।

ଇତୁ ''ଆଜି ମୋର ବୟସ 4070 ଦିନ । ତୁମେ ମୋର ଜନ୍ମ ତାରିଖ ଖୋଜି ପାରିବ କି ?''

? ଯଦି ତୁମେ ଏକ ନିୟୁତ ସେକେଣ୍ଡ ବଞ୍ଚିଛ, ତେବେ ତୁମକୁ କେତେ ବୟସ ହେବ ?

ଆମେ କିଛି କାର୍ଯ୍ୟକ୍ରମ ଏବଂ ପ୍ରାକୃତି ଘଟଣାର ଆନୁମାନିକ ସମୟ ଏବଂ ସମୟରେଖାକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରିବା ଏବଂ ଏହି ପରିମାଣଗୁଡ଼ିକୁ 10 ର ଘାତ ବ୍ୟବହାର କରି ଉପସ୍ଥାପନ କରିବା ଏବଂ ତୁଳନା କରିବା ।

ସେକେଣ୍ଡର ସମୟ	**ବାସ୍ତବ ଦୁନିଆର କାର୍ଯ୍ୟ / ଘଟଣା ସହ ତୁଳନା**

$10^0 = 1$ ସେକେଣ୍ଡ - ଉପରକୁ ଫିଙ୍ଗାଯାଇଥିବା ଏକ ବଲ ଭୂପୃଷ୍ଠକୁ ଫେରି ଆସିବାକୁ ଲାଗୁଥିବା ସମୟ । (କିଛି ସେକେଣ୍ଡ)

$10^1 = 10$ ସେକେଣ୍ଡ - ଶରୀରରେ ରକ୍ତ ସଞ୍ଚାଳନ ପାଇଁ ଲାଗୁଥିବା ସମୟ: 10-20 ସେକେଣ୍ଡ (1×10^1 ରୁ 2×10^1 ସେକେଣ୍ଡ)

ପୃଥିବୀରେ ଥିବା ପିମ୍ପୁଡ଼ି ସଂଖ୍ୟା କିମ୍ବା ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ରକ୍ତ ସଂଚାଳନ ପାଇଁ ଲାଗୁଥିବା ସମୟ ଭଳି ବିଷୟକୁ ଆକଳନ କରିବା ଅତ୍ୟନ୍ତ ଆଶ୍ଚର୍ଯ୍ୟଜନକ ନୁହେଁ କି ? ତୁମେ ଯେତେବେଳେ ଏହିପରି ତଥ୍ୟର ସାମ୍ନା କରିବ ସେତେବେଳେ ଆଶ୍ଚର୍ଯ୍ୟଜନକ ପରିସ୍ଥିତିର ସମ୍ମୁଖୀନ ହେବ । ଏହିଭଳି ଆକଳନ କରାଯାଇଥିବା ବିଜ୍ଞାନ ଓ ସାମାଜିକ ବିଜ୍ଞାନ ବିଷୟରେ ତୁମେ ବାରମ୍ବାର ଏଭଳି ତଥ୍ୟର ସମ୍ମୁଖୀନ ହେବ ।

10^2 ସେକେଣ୍ଡ

≈ 1.6 ମିନିଟ୍ - ଏକ କପ୍ ଚା' ତିଆରି କରିବାକୁ ଲାଗୁଥିବା ସମୟ 5-10 ମିନିଟ୍ ($\approx 4 \times 10^2$ ରୁ 8×10^2 ସେକେଣ୍ଡ)

- ସୂର୍ଯ୍ୟର ପୃଥିବୀକୁ ଆଲୋକ ପହଞ୍ଚିବା ପାଇଁ ଲାଗୁଥିବା ସମୟ: ପ୍ରାୟ 8 ମିନିଟ୍ ($\approx 5 \times 10^2$ ସେକେଣ୍ଡ)

10^3 ସେକେଣ୍ଡ ≈ 16.6 ମିନିଟ୍ - ପୃଥିବୀ ପୃଷ୍ଠର ନିମ୍ନ କକ୍ଷରେ ପରିକ୍ରମଣ କରୁଥିବା ଉପଗ୍ରହଗୁଡ଼ିକ ଥରେ ପୂର୍ଣ୍ଣ ପରିକ୍ରମଣ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ କରିବାକୁ 90 ମିନିଟ୍ ($\approx 5.5\times10^3$ ସେକେଣ୍ଡ)ରୁ 2 ଘଣ୍ଟା ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ସମୟ ନିଅନ୍ତି ।

10^4 ସେକେଣ୍ଡ ≈ 2.7 ଘଣ୍ଟା - ଖାଦ୍ୟ ହଜମ ପାଇଁ ଲାଗୁଥିବା ସମୟ : ପାକସ୍ଥଳୀ ମଧ୍ୟରେ ହଜମ ପ୍ରକ୍ରିୟାକୁ 2-4 ଘଣ୍ଟା ସମୟ ଲାଗେ ।

- ଏକ ବୟସ୍କ ମେ ଫ୍ଲାଏ (mayfly) ମାଛିର ଜୀବନକାଳ : ପ୍ରାୟ ଗୋଟିଏ ଦିନ (9×10^4 ସେକେଣ୍ଡ)

?

10^5 ସେକେଣ୍ଡ ≈ 1.16 ଦିନ ଏବଂ 10^6 ସେକେଣ୍ଡ ≈ 11.57 ଦିନ । କିଛି ଘଟଣା ବିଷୟରେ ଚିନ୍ତାକର ଯାହାର ସମୟ (i) 10^5 ସେକେଣ୍ଡ ଏବଂ (ii) 10^6 ସେକେଣ୍ଡର କ୍ରମରେ ଅଛନ୍ତି; ସେଗୁଡ଼ିକୁ ବୈଜ୍ଞାନିକ ସଂକେତରେ ଲେଖ ।

10^7 ସେକେଣ୍ଡ ≈ 115.7 ଦିନ/ ≈ 3.8 ମାସ - ବର୍ଷକରେ ଶୋଇବାରେ ବିତାଇଥିବା ସମୟ: ପ୍ରାୟ 4 ମାସ ।

- ମଙ୍ଗଳାୟନ ମିଶନରେ ମଙ୍ଗଳଗ୍ରହରେ ପହଞ୍ଚିବାକୁ ଲାଗିଥିବା ସମୟ 298 ଦିନ ($\approx 2.65\times10^7$ ସେକେଣ୍ଡ)
- ମଙ୍ଗଳକୁ ସୂର୍ଯ୍ୟ ଚାରିପଟରେ ଗୋଟିଏ ପୂର୍ଣ୍ଣ ପରିକ୍ରମା କରିବାକୁ ଲାଗିଥିବା ସମୟ: 687 ପୃଥିବୀ - ଦିନ /1.88 ପୃଥିବୀ - ବର୍ଷ ($\approx 6\times10^7$ ସେକେଣ୍ଡ)

10^8 ସେକେଣ୍ଡ ≈ 3.17 ବର୍ଷ - ଅଧିକାଂଶ କୁକୁରଙ୍କର ସାଧାରଣ ଜୀବନ କାଳ 3 ବର୍ଷରୁ 15 ବର୍ଷ ଅଟେ ।

10^9 ସେକେଣ୍ଡ ≈ 31.7 ଦିନ - ହାଲିଙ୍କ ଧୂମକେତୁର ପରିକ୍ରମଣ ସମୟ ଅବଧି 75-79 ବର୍ଷ, ଏହାର ପରବର୍ତ୍ତୀ ପ୍ରତ୍ୟାବର୍ତ୍ତନ 2061 ରେ ହୋଇପାରେ ବୋଲି ଅନୁମାନ କରାଯାଉଛି । ($\approx 2.4\times10^9$ ସେକେଣ୍ଡ)

- ସୂର୍ଯ୍ୟ ଚାରିପଟେ ନେପ୍‌ଚୁନ୍‌ର ଗୋଟିଏ ଥର ପୂର୍ଣ୍ଣ ପ୍ରଦକ୍ଷିଣର ଅବଧି: 60, 190 ପୃଥିବୀ- ଦିନ/ ~165 ପୃଥିବୀ- ବର୍ଷ ବା 89.666 ନେପ୍‌ଚୁନିଆନ ଦିନ / 1 ନେପ୍‌ଚୁନିଆନ ବର୍ଷ ($\approx 5.2\times10^9$ସେକେଣ୍ଡ) ନେପ୍‌ଚୁନ୍‌ରେ ଗୋଟିଏ ଦିନ ପ୍ରାୟ 16.1 ଘଣ୍ଟା

ଘାତକୀୟ ବୃଦ୍ଧି କେତେ କ୍ଷିପ୍ର ହୁଏ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର -10^{6}ସେକେଣ୍ଡ ଏକ ପକ୍ଷରୁ କମ୍ କିନ୍ତୁ 10^{9}ସେକେଣ୍ଡ ଏକ ବିରାଟ 31ବର୍ଷ (ମନୁଷ୍ୟ ଆୟୁଷର ପ୍ରାୟ ଅଧା)

10^{10}ସେକେଣ୍ଡ $\approx$ 317 ବର୍ଷ - ଚୋଳ ରାଜବଂଶ ଖ୍ରୀଷ୍ଟପୂର୍ବ ତୃତୀୟ ଶତାବ୍ଦୀରୁ ଦ୍ୱାଦଶ ଶତାବ୍ଦୀ ମଧ୍ୟରେ 900 ବର୍ଷରୁ ଅଧିକ ସମୟ ($\approx 3\times10^{10}$ ସେକେଣ୍ଡ) ରାଜତ୍ୱ କରିଥିଲେ ।

10^{11}ସେକେଣ୍ଡ $\approx$ 3,170 ବର୍ଷ - ସର୍ବ ପୁରାତନ ଜୀବନ୍ତ ବୃକ୍ଷର ବୟସ : ପ୍ରାୟ 5000 ବର୍ଷ ($\approx 1.57\times10^{11}$ସେକେଣ୍ଡ)

- ଶେଷ ଶୀର୍ଷ ହିମ ଯୁଗର ସମୟ: 19,000 – 26000 ବର୍ଷ ପୂର୍ବ ($\approx 6\times10^{11}$ସେକେଣ୍ଡ – 8.2×10^{11}ସେକେଣ୍ଡ)

10^{12}ସେକେଣ୍ଡ $\approx$ 31,700 ବର୍ଷ- ପ୍ରାଥମିକ ହୋମୋ ସାପିଏନ୍ସ୍ ପ୍ରଥମେ 2-3 ଲକ୍ଷ ବର୍ଷ ପୂର୍ବେ ($\approx 7\times10^{12}$ – 6×10^{12} ସେକେଣ୍ଡ) ଦେଖାଯାଇଥିଲା ।

ସେ ସମୟରେ ସମଗ୍ର ଜନସଂଖ୍ୟା ଏକ ବଡ଼ କ୍ରିକେଟ୍ ଷ୍ଟାଡ଼ିୟମ୍‌ରେ ରହିପାରିଥାନ୍ତେ ।

10^{13}ସେକେଣ୍ଡ $\approx$ 3,17 ବର୍ଷ - ଷ୍ଟେପ୍ ମାମୋଥ ପ୍ରାୟ ୫ ରୁ 18 ଲକ୍ଷ ବର୍ଷ ପୂର୍ବେ ଦେଖାଦେଇଥିବାର ଅନୁମାନ କରାଯାଏ ।

10^{14}ସେକେଣ୍ଡ $\approx$ 3,17 ନିୟୁତ ବର୍ଷ - କେଲେଙ୍କେନ୍ ଗୁଇଲେର୍ମୋଇ, ଏକପ୍ରକାର ଭୟଙ୍କର ପ୍ରାଣୀର ଏକ ଜୀବାଶ୍ମ 15 ନିୟୁତ ବର୍ଷ ପୂର୍ବର ଅଟେ । ($\approx$ .... ସେକେଣ୍ଡ)

10^{15}ସେକେଣ୍ଡ $\approx$ 3,17 କୋଟି ବର୍ଷ - ହିମାଳୟ ପର୍ବତ ଶ୍ରେଣୀର ବୟସ: 5.5 କୋଟି ବର୍ଷ / 55 ମିଲିୟନ୍ ବର୍ଷ ($\approx 1.7\times10^{15}$ ସେକେଣ୍ଡ) । ସେମାନେ ପ୍ରତିବର୍ଷ କିଛି ମିଲିମିଟର ବଢ଼ିବାରେ ଲାଗିଛନ୍ତି ।

- ଡାଇନୋସର ମାନେ 6.6 କୋଟି ବର୍ଷ / 66 ନିୟୁତ ବର୍ଷ ପୂର୍ବେ ($\approx 2\times10^{15}$ ସେକେଣ୍ଡ) ବିଲୁପ୍ତ ହୋଇଥିଲେ ।
- ଡାଇନୋସରମାନେ ପ୍ରଥମେ 20 କୋଟି ବର୍ଷରୁ ଅଧିକ / 200 ନିୟୁତ ବର୍ଷ ପୂର୍ବେ ($\approx 6\times10^{15}$ ସେକେଣ୍ଡ) ଦେଖା ଦେଇଥିଲେ ।
- ସୂର୍ଯ୍ୟକୁ ମିଲ୍କିଓ୍ୱେ ଛାୟା ପଥରେ ଗୋଟିଏ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ଯାତ୍ରା କରିବାପାଇଁ ପ୍ରାୟ 23 କୋଟି ବର୍ଷ ($\approx 7\times10^{15}$ ସେକେଣ୍ଡ) ଲାଗେ ।

10^{16}ସେକେଣ୍ଡ ≈ 31.7 କୋଟି ବର୍ଷ - ଭୂମିର ଉଦ୍ଭିଦ 47 କୋଟି / 470 ନିୟୁତ ବର୍ଷ ପୂର୍ବେ ଆରମ୍ଭ ହୋଇଥିଲା ($\approx$.........ସେକେଣ୍ଡ) ଦେଖା ଦେଇଥିଲେ ।

10^{17} ସେକେଣ୍ଡ) ≈ 3.17 ବିଲିୟନ୍ ବର୍ଷ - ସର୍ବପୁରାତନ ଜୀବାଶ୍ମ ପ୍ରମାଣରୁ ଜଣାପଡ଼ିଛି ଯେ ବ୍ୟାକ୍ଟେରିଆ ପ୍ରାୟ 3.7 ବିଲିୟନ୍ ବର୍ଷ ପୂର୍ବେ ଦେଖାଦେଇଥିଲେ ।

- ଆମ ପୃଥିବୀ 4.5 ବିଲିୟନ ବର୍ଷର ପୁରୁଣା ।

- ମିଲ୍କିଓ୍ୱେ ଛାୟାପଥ 13.6 ବିଲିୟନ୍ ବର୍ଷ ପୂର୍ବେ ଗଠିତ ହୋଇଥିଲା ଏବଂ ବ୍ରହ୍ମାଣ୍ଡ 13.8 ବିଲିୟନ୍ ବର୍ଷ ପୂର୍ବେ ଗଠିତ ହୋଇଥିଲା ।

ଲକ୍ଷ୍ୟକର ଯେ 10^9 ସେକେଣ୍ଡ ମନୁଷ୍ୟର ଜୀବନକାଳ (75-77 ବର୍ଷ) କ୍ରମରେ ଅଛି । ମାତ୍ର ଆଧୁନିକ ପଦାର୍ଥ ବିଜ୍ଞାନର ତଥ୍ୟ ଅନୁଯାୟୀ 10^{18} ସେକେଣ୍ଡ ପୂର୍ବରୁ ବ୍ରହ୍ମାଣ୍ଡର ଅସ୍ତିତ୍ୱ ହିଁ ନଥିଲା; ଘାତାଙ୍କୀୟ ସଂକେତ ଅତି ବଡ଼ ପରିମାଣ (ସଂଖ୍ୟା)କୁ ସଂକ୍ଷିପ୍ତ ଢ଼ଙ୍ଗରେ ପ୍ରକାଶ କରିପାରିବ ।

ବୈଜ୍ଞାନିକ ସଂକେତ ବ୍ୟବହାର କରି ଗଣନା କର ଏବଂ ଉତ୍ତର ଲେଖ:

?

(i) ଯଦି ପ୍ରତି ସେକେଣ୍ଡରେ ଗୋଟିଏ ତାରା ଗଣାଯାଏ, ତେବେ ବ୍ରହ୍ମାଣ୍ଡର ସମସ୍ତ ତାରା ଗଣନା କରିବାପାଇଁ କେତେ ସମୟ ଲାଗିବ ? ବୈଜ୍ଞାନିକ ସଂକେତ ବ୍ୟବହାର କରି ସେକେଣ୍ଡ ଏକକରେ ଉତ୍ତର ଦିଅ ।

(ii) ଯଦି ଜଣେ ବ୍ୟକ୍ତି 10 ସେକେଣ୍ଡରେ ଏକ ଗ୍ଲାସ ପାଣି (200 ମି.ଲି.) ପିଇପାରନ୍ତି, ତେବେ ପୃଥିବୀରେ ଥିବା ସବୁ ପାଣି ପିଇ ଶେଷ କରିବାକୁ ତାଙ୍କୁ କେତେ ସମୟ ଲାଗିବ ?

ଚେଷ୍ଟା କର

ବହୁତ ବଡ଼ବଡ଼ ରାଶି (ସଂଖ୍ୟା) ଆମ ବୋଧଶକ୍ତି କିମ୍ବା ଅନୁଭବ ବାହାରେ । ସେଗୁଡ଼ିକୁ ବୁଝିବା ପାଇଁ, ଆମେ ଅଭ୍ୟସ୍ତ ବା ପରିଚିତ ରାଶି ସଂଖ୍ୟା ସହିତ ତୁଳନା କରିପାରିବା । ଏହା, ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟା ବା ମାପ କେତେ ବଡ଼, ତାହାର ସାରକଥା ଜଣାଇ ଦେଇପାରିବ !

2.5 ଇତିହାସ ପୃଷ୍ଠାରୁ :

ପ୍ରଥମ ଶତାବ୍ଦୀର ଏକ ବୌଦ୍ଧଗ୍ରନ୍ଥ 'ଲଳିତା ବିସ୍ତାର'ରେ ଆମେ 10^{53} ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ (10) ଦଶର ଅଯୁଗ୍ମ ଘାତାଙ୍କ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକର ନାମ ଦେଖିବାକୁ ପାଇଥାଉ । ଗଣିତଜ୍ଞ ଅର୍ଜୁନ ଏବଂ ରାଜକୁମାର ଗୌତମ (ବୋଧିସତ୍ତ୍ୱ)ଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ହୋଇଥିବା କଥୋପକଥନର ଏକ ଅଂଶ ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଛି ।

''ଶହେ କୋଟିକୁ ଏକ ଅୟୁତ (10^9), ଶହେ ଅୟୁତକୁ ଏକ ନିୟୁତ (10^{11}), ଶହେ ବିୟୁତକୁ ଏକ କଙ୍କର (10^{13}) କୁହାଯାଏ । ଶହେ ସର୍ବବଳକୁ ଏକ ବିସମଞ୍ଜା ଗତି (10^{47}) କୁହାଯାଏ । ଶହେ ବିସମଞ୍ଜା ଗତିକୁ ଏକ ସର୍ବଜ୍ଞ (10^{49}) କୁହାଯାଏ, ଶହେ ସର୍ବଜ୍ଞକୁ ଏକ ବିଭୂତାଙ୍ଗମା (10^{51}) କୁହାଯାଏ, ଶହେ ବିଭୂତାଙ୍ଗମା ହେଉଛି ଏକ ତାଲ୍ଲକ୍ଷଣ (10^{53})'' ।

ମହାବୀରାଚାର୍ଯ୍ୟ ତାଙ୍କ 'ଗଣିତ-ସାର-ସଂଗ୍ରହ'ରେ 24 ଟି ପଦର (10^{23} ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ) ଏକ ତାଲିକା ପ୍ରଦାନ କରିଛନ୍ତି । ଏକ ଅଜ୍ଞାତ ଜୈବଗ୍ରାନ୍ତ ଅମଳସିଦ୍ଧ 10^{96} (ଦଶ ଅନନ୍ତ) ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଦଶର ପ୍ରତ୍ୟେକ ଘାତ ପାଇଁ ନାମ ସହିତ ଏକ ତାଲିକା ଦେଇଛନ୍ତି ।

'କାକାୟନ'ର ଏକ 'ପାଲି' ବ୍ୟାକରଣ ଗ୍ରନ୍ଥ 10^{140} ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକର ନାମ ତାଲିକାଭୁକ୍ତ କରିଛନ୍ତି; ଯାହାକୁ ଅସାଙ୍ଖ୍ୟେୟ' କୁହାଯାଏ ।

'ଦଶ'ର ବୃହତ ଘାତ ଗୁଡ଼ିକୁ ପ୍ରକାଶ କରିବାପାଇଁ ଜୈନ ଓ ବୌଦ୍ଧଗ୍ରନ୍ଥଗୁଡ଼ିକ ସହସ (ହଜାର) ଏବଂ କୋଟି (ଦଶନିୟୁତ) ଭଳି ଆଧାର ବ୍ୟବହାର କରିଥାନ୍ତି । ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ, ପ୍ରୟୁତ (10^7) ଦଶ ଶତ ସହସ୍ର (ଦଶ ଶହ ହଜାର ହେବ)

ଆଧୁନିକ ନାମକରଣ ମଧ୍ୟ ଏହାର ଅନୁରୂପ । ଯଥା –

ଏକ ଶହ ହଜାର ହେଉଛି ଏକ ଲକ୍ଷ	$100 \times 1000 = 1,00,000$	$10^2 \times 10^3 = 10^5$
ଏକ ଶହ ଲକ୍ଷ ହେଉଛି ଏକ କୋଟି	$100 \times 1,00,000 = 1,00,00,000$	$10^2 \times 10^5 = 10^7$
ଏକ ଶହ କୋଟି ହେଉଛି ଏକ ଅରବ (Arab)	$100 \times 1,00,00,000 = 1,00,00,00,000$	$10^2 \times 10^7 = 10^9$
ଏକ ଶହ ଅରବ ହେଉଛି ଏକ ଖରବ (Kharab)	$100 \times 1,00,00,00,000 = 1,00,00,00,00,000$	$10^2 \times 10^9 = 10^{11}$

ଏହିପରି ଭାବରେ, ଏକ ଶହ ଖରବ ହେଉଛି ଏକ ନିଲ୍ (10^{13}), ଏକ ଶହ ନିଲ୍ ହେଉଛି ଏକ ପଦ୍ମ (10^{15}), ଏକ ଶହ ପଦ୍ମ ହେଉଛି ଏକ ଶଙ୍ଖ (10^7) ଏବଂ ଏକ ଶହ ଶଙ୍ଖ ହେଉଛି ଏକ ମହା ଶଙ୍ଖ (10^{19}) ।

ଆମେରିକୀୟ / ଆର୍ନ୍ତଃଜାତୀୟ ସ୍ୱରୂପ ହେଉଛି :

ଏକ ହଜାର ହଜାର ହେଉଛି ଏକ ମିଲିୟନ୍	$1000 \times 1000 = 1,00,000$	$10^3 \times 10^3 = 10^6$
ଏକ ହଜାର ମିଲିୟନ୍ ହେଉଛି ଏକ ବିଲିୟନ୍	$1000 \times 1,000,000 = 1,000,000,000$	$10^3 \times 10^6 = 10^9$
ଏକ ହଜାର ବିଲିୟନ୍ ହେଉଛି ଏକ ଟ୍ରିଲିୟନ୍	$1000 \times 1,000,000,000 = 1,000,000,000,000$	$10^3 \times 10^9 = 10^{12}$

ଏହିପରି ଭାବରେ ଆଗକୁ ବଢ଼ିଲେ, ଏକ ହଜାର ଟ୍ରଲିୟନ ହେଉଛି ଏକ କ୍ୱାଡ୍ରିଲିୟନ (10^{15}); ଏହି ସଂରଚନା ଆଗକୁ ଜାରି ରହିଛି । ନାମ ଗୁଡ଼ିକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର, ମିଲିୟନ (10^6), ବିଲିୟନ (10^9), ଟ୍ରିଲିୟନ (10^{12}), କ୍ୱାଡ୍ରିଲିୟନ (10^{15}), କ୍ୱିଣ୍ଟିଲିୟନ (10^{18}), ସେକ୍ସଟିଲିୟନ୍ (10^{21}), ସେପ୍ଟିଲିୟନ (10^{24}), ଅକ୍ଟିଲିୟନ (10^{27}), ନୋବିଲିୟନ (10^{30}), ଡେସିଲିୟନ (10^{33}) ।

? ପ୍ରତ୍ୟେକ ନାମର ପ୍ରଥମ ଅଂଶ କ'ଣ ସୂଚାଇଥାଏ ?

10^{100} ସଂଖ୍ୟାଟିକୁ ଗୁଗୁଲ (googol) ମଧ୍ୟ କୁହାଯାଏ । ସମଗ୍ର ବ୍ରହ୍ମାଣ୍ଡରେ ପରମାଣୁଗୁଡ଼ିକର ଆନୁମାନିକ ସଂଖ୍ୟା ହେଉଛି 10^{78} ରୁ 10^{82} । 10^{google} ସଂଖ୍ୟାଟିକୁ ଗୁଗୁଲପ୍ଲେକ୍ସ (googlplex) ମଧ୍ୟ କୁହାଯାଏ । ଏହି ସଂଖ୍ୟାଟି ଯେ କେତେ ବଡ଼ ତାହା କଳ୍ପନା କରିବା କଠିନ ।

ଭାରତରେ ବର୍ତ୍ତମାନ ସର୍ବୋଚ୍ଚ ମୂଲ୍ୟର ନୋଟ୍ ହେଉଛି 500ଟଙ୍କା । ବିଶ୍ୱବ୍ୟାପୀ ଏ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ସର୍ବୋଚ୍ଚ ମୂଲ୍ୟର ମୁଦ୍ରାନୋଟ୍ କ'ଣ ଥିଲା, ଅନୁମାନ କର ଏ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଛଡ଼ା ହୋଇଥିବା ସର୍ବୋଚ୍ଚ ମୂଲ୍ୟର ବ୍ୟାଙ୍କ ନୋଟ୍ ହେଉଛି ହଙ୍ଗେରୀରେ 1946 ମସିହାରେ ଛପା ହୋଇଥିବା 1 ସେକ୍ସଟିଲିୟନ ପେଙ୍ଗୋ (10^{21} କିମ୍ବା 1 ମିଲିୟନ ବିଲପେଙ୍ଗେ) ମୂଲ୍ୟର ଏକ ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ନୋଟ୍ । କିନ୍ତୁ ଏହାକୁ କେବେ ପ୍ରଚଳନ/ବଣ୍ଟନ କରାଯାଇନଥିଲା । 2009 ମସିହାରେ, ଜିମ୍ବାୱେ ଏକ 100 ଟ୍ରଲିୟନ (10^{14}) ଜିମ୍ବାୱେ ଡଲାର ନୋଟ ଛାପିଥିଲା, ଯାହାର ଛପା ସମୟର ମୂଲ୍ୟଥିଲା 30 ଡଲାର ।

? ନିଜେ କରି ଦେଖ :

1. $2^{224} \div 4^{32}$ ମାନର ଏକକ ସ୍ଥାନରେ ଥିବା ଅଙ୍କଟି କେତେ ? (ସୂଚନା $4=2^2$)

2. ଗୋଟିଏ ପାତ୍ରରେ 5 ଟି ବୋତଲ ଅଛି । ପ୍ରତିଦିନ ଗୋଟିଏ ନୂଆପାତ୍ର ଅଣାଯାଉଥାଏ । 40 ଦିନ ପରେ ସେଥିରେ କେତେ ନୂଆ ବୋତଲ ଥିବ ?

3. ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ସଂଖ୍ୟାକୁ ଦୁଇ କିମ୍ବା ଅଧିକ ଘାତାଙ୍କର ଗୁଣଫଳ ଭାବରେ ତିନୋଟି ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ଉପାୟରେ ଲେଖ; ଘାତାଙ୍କ ଗୁଡ଼ିକ ଯେକୌଣସି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ହୋଇପାରିବ ।

   (i) 64^3 (ii) 192^8 (iii) 31^{-5}

4. ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ପ୍ରତ୍ୟେକ ଉକ୍ତିକୁ ପରୀକ୍ଷା କର ଏବଂ କେଉଁଗୁଡ଼ିକ 'ସର୍ବଦା ସତ୍ୟ', 'ବେଳେବେଳେ ସତ୍ୟ' କିମ୍ବା 'ଆଦୌ ସତ୍ୟ ନୁହେଁ' ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର; ତୁମର ଯୁକ୍ତିକୁ ବର୍ଣ୍ଣନା କର ।

   (i) ଘନ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟ ବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟା ଅଟନ୍ତି ।

   (ii) ଚତୁର୍ଥ ଘାତାଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟ ବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟା ଅଟନ୍ତି ।

   (iii) ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟାର ପଞ୍ଚମ ଘାତାଙ୍କ ସେହି ସଂଖ୍ୟାର ଘନଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ।

   (iv) ଦୁଇଟି ଘନସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣଫଳ ଏକ ଘନସଂଖ୍ୟା ଅଟେ ।

   (v) q^{46} ସଂଖ୍ୟାଟି ଉଭୟ ଚତୁର୍ଥ ଘାତାଙ୍କ ଓ ଷଷ୍ଠ ଘାତାଙ୍କ ଅଟେ । (q ଏକ ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟା ଅଟେ) ।

5. ନିମ୍ନ ରାଶିଗୁଡ଼ିକୁ ସରଳ କର ଏବଂ ଘାତାଙ୍କୀୟ ରୂପରେ ଲେଖ;

   (i) $10^{-2} \times 10^{-5}$ (ii) $5^7 \div 5^4$

   (iii) $9^{-7} \div 9^4$ (iv) $(13^{-2})^{-3}$

   (v) $m^5 n^{12} (mn)^9$

6. ଯଦି $12^2=144$, ତେବେ ନିମ୍ନଲିଖିତ ପରିପ୍ରକାଶଗୁଡ଼ିକର ମାନ କେତେ ହେବ ?

   (i) $(1.2)^2$ (ii) $(0.12)^2$

   (iii) $(0.012)^2$ (iv) 120^2

7. ସମାନ ମୂଲ୍ୟବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ଗୋଲ ବୁଲାଅ–

$2^4 \times 3^6$ $6^4 = 3^2$ 6^{10} $18^2 \times 6^2$ 6^{24}

8. ନିମ୍ନଲିଖିତ ପ୍ରତ୍ୟେକ ସ୍ଥଳରେ ବୃହତ୍ତର ସଂଖ୍ୟାଟିକୁ ଚିହ୍ନଟ କର ।

(i) 4^3 କିମ୍ବା 3^4 (ii) 2^8 କିମ୍ବା 8^2

(iii) 100^2 କିମ୍ବା 2^{100}

9. ଏକ ଡାଏରୀ ଫାର୍ମ ବର୍ଷକୁ 8.5 ବିଲିୟନ ପ୍ୟାକେଟ୍ କ୍ଷୀର ଉତ୍ପାଦନ କରିବାକୁ ଯୋଜନା କରୁଛି । ସେମାନେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ପ୍ୟାକେଟ୍ ପାଇଁ ଏକ ଅନନ୍ୟ ID (ପରିଚୟ ପତ୍ର) କୋର୍ଡ ଚାହୁଁଛନ୍ତି । ଯଦି ସେମାନେ 0 – 9 ଅଙ୍କଗୁଡ଼ିକୁ ବ୍ୟବହାର କରିବାକୁ ସ୍ଥିର କରନ୍ତି, ତେବେ କୋଡ୍‌ରେ କେତୋଟି ଅଙ୍କ ରହିବ ?

10. 64 ଏକ ବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟା (8^2) ଏବଂ ଘନସଂଖ୍ୟା (4^3) ସହ ସମାନ । ଏହିପରି ଅନ୍ୟ କୌଣସି ସଂଖ୍ୟା ଅଛି କି ଯାହା ଉଭୟ ବର୍ଗ ଓ ଘନ ଅଟେ ? ସାଧାରଣ ଭାବେ ଏହିପରି ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ପ୍ରକାଶ କରିବାର କୌଣସି ଉପାୟ ଅଛି କି ?

ଗାଣିତିକ୍ କଥାବାର୍ତ୍ତା

11. ଏକ ଡିଜିଟାଲ ଲକର୍‌ରେ 5 ଅକ୍ଷର ବିଶିଷ୍ଟ ଆଲଫାନ୍ୟୁମେରିକ୍ (ଏଥିରେ ଉଭୟ ଅଙ୍କ ଏବଂ ଅକ୍ଷର ରହିପାରିବ) ପାସ୍‌କୋର୍ଡ୍ ଅଛି; କୋର୍ଡ଼ଗୁଡ଼ିକର କିଛି ଉଦାହରଣ ହେଉଛି G89PO, 38098, BRJKW ଏବଂ 003A2 । ଏହିପରି କେତୋଟି କୋର୍ଡ଼ ସମ୍ଭବ ?

12. ସମଗ୍ର ବିଶ୍ୱରେ ମେଣ୍ଢାମାନଙ୍କର ସଂଖ୍ୟା 2024 ମସିହା ପ୍ରାୟ 10^9 ଏବଂ ଛେଳିମାନଙ୍କର ସଂଖ୍ୟା ପ୍ରାୟ ସମାନ । ମେଣ୍ଢା ଓ ଛେଳିମାନଙ୍କର ମୋଟ ସଂଖ୍ୟା ନିମ୍ନୋକ୍ତ ବିକଳ୍ପଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁଟି ?

(i) 20^9 (ii) 10^{11} (iii) 10^{10}

(iv) 10^{18} (v) 2×10^9 (vi) $10^9 + 10^9$

13. ହିସାବ କର ଏବଂ ବୈଜ୍ଞାନିକ ସଂକେତରେ ଉତ୍ତର ଲେଖ ।

(i) ଯଦି ବିଶ୍ୱର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବ୍ୟକ୍ତିଙ୍କ ପାଖରେ 30 ଖଣ୍ଡ ପୋଷାକ ଥାଏ, ତେବେ ମୋଟ ପୋଷାକ ସଂଖ୍ୟା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(ii) ବିଶ୍ୱରେ ପ୍ରାୟ 100 ନିୟୁତ ମହୁଫେଣା ଅଛି; ଯଦି ପ୍ରତ୍ୟେକ ଫେଣାରେ ପ୍ରାୟ 50,000 ମହୁମାଛି ଥାଆନ୍ତି, ତେବେ ମହୁମାଛି ସଂଖ୍ୟା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(iii) ମାନବ ଶରୀରରେ ପ୍ରାୟ 38 ଟ୍ରିଲିୟନ୍ ବ୍ୟାକ୍ଟେରିଆ କୋଷ ଅଛି; ପୃଥିବୀରେ ଥିବା ସମସ୍ତ ମଣିଷଙ୍କ ଶରୀରରେ ଥିବା ବ୍ୟାକ୍ଟେରିଆ ସଂଖ୍ୟା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(iv) ଜୀବନକାଳରେ ଖାଇବାରେ ବିତାଇଥିବା ମୋଟ ସମୟକୁ ସେକେଣ୍ଡ ଏକକରେ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ଚେଷ୍ଟା କର

14. 1 ଅରବ / 1 ବିଲିୟନ ସେକେଣ୍ଡ ପୂର୍ବରୁ ତାରିଖ କେତେ ଥିଲା ?

ଆମେ କ'ଣ ଶିଖିଲେ

- ଆମେ କେତେକ ପରିସ୍ଥିତିକୁ ବିଶ୍ଳେଷଣ କଲେ, ପ୍ରଶ୍ନ ପଚାରିଲେ ଏବଂ ପ୍ରଥମେ ଅନୁମାନ କରି, ତା'ପରେ ସମସ୍ୟା ଉକ୍ତିଗୁଡ଼ିକର ମଡେଲିଂ କରି ହିସାବ ପାଇଲୁ ।
- ଘାତାଙ୍କୀୟ ବୃଦ୍ଧି ବା ଗୁଣନାତ୍ମକ ବୃଦ୍ଧିକୁ କିପରି ଯୋଗାତ୍ମକ ବୃଦ୍ଧି ସହିତ ତୁଳନା କରାଯାଇପାରିବ ତାହା ଆମେ ଅନୁଭବ କଲେ ।
- n^a ହେଉଛି $n \times n \times n \times n \times n .... \times n$ (n କୁ a ଥର ନିଜ ସହ ଗୁଣନ କରାଯାଇଛି) ଏବଂ $n^{-a} = \frac{1}{n^a}$
- ଘାତାଙ୍କୀୟ ପ୍ରକ୍ରିୟାଗୁଡ଼ିକ ନିମ୍ନ ପରିପ୍ରକାଶକୁ ବୁଝାଏ ।
  - $n^a \times n^b = n^{a+b}$
  - $(n^a)^b = (n^b)^a = n^{a \times b}$
  - $n^a \div n^b = n^{a-b} (n \neq 0)$
  - $n^a \times m^a = (n \times m)^a$
  - $n^a \div m^a = (n \div m)^a (m \neq 0)$
  - $n^0 = 1 (n \neq 0)$
- 308100000 ସଂଖ୍ୟାର ବୈଜ୍ଞାନିକ ସଂକେତ ହେଉଛି 3.081×10^8, ଯେକୌଣସି ସଂଖ୍ୟାର **ବୈଜ୍ଞାନିକ ସଂକେତର ମାନକରୂପ** ହେଉଛି $x \times 10^y$, ଯେଉଁଠାରେ କି $x \geq 1$ ଏବଂ $x < 10$ ଏବଂ y ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା ଅଟେ ।
- ଏକ ସଂଖ୍ୟା ବା ପରିମାଣ କେତେ ବଡ଼ ତାହା ବୁଝିବାପାଇଁ ମନୋରଞ୍ଜକ ଭାବନାତ୍ମକ ପରୀକ୍ଷଣ ଗୁଡ଼ିକୁ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଇପାରିବ ।

ଗୋଲକଧନ୍ଦା ସମୟ !

10 ର ପ୍ରଭାବ

ଏହି ଖେଳ ଖେଳିବା ପାଇଁ ତୁମେ ଏକ ସାଥୀ ଖୋଜ; 10 ସେକେଣ୍ଡ ମଧ୍ୟରେ କେବଳ 0-9 ଅଙ୍କ ଏବଂ ଗାଣିତିକ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଗୁଡ଼ିକର ବ୍ୟବହାର କରି ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟା ବା ଉକ୍ତି ଲେଖ । ପ୍ରକ୍ରିୟା ଲେଖିଥିବା ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରୁ ଯିଏ ବଡ଼ସଂଖ୍ୟାଟି ଲେଖିଥିବ । ତାକୁ ବିଜୟୀ ଘୋଷଣା କରାଯିବ ।

10000000000000 $\qquad$ 999999×999999

ପ୍ରଥମ ପର୍ଯ୍ୟାୟରେ ରକି ଲେଖିଲା । 10000000000000 ଏବଂ ଇତୁ ଲେଖିଲା 999999×999999 । ଏହି ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରୁ ରକିର ସଂଖ୍ୟା ବଡ଼ । ଏହା କାହିଁକି, ତୁମେ ବୁଝି ପାରୁଛ କି ? ରକିର ସଂଖ୍ୟାଟି 10^{13}, ଯେତେବେଳେ କି ଇତୁର ସଂଖ୍ୟା $(10^6)^2$ ଠାରୁ କମ୍ ।

ଦ୍ୱିତୀୟ ପର୍ଯ୍ୟାୟରେ ରକି ଲେଖିଲା $10^{1000} + 10^{1000} + 10^{1000} + 10^{1000}$ ଏବଂ ଇତୁ ଲେଖିଲା $(10^{1000000}) \times 9000$ । କେଉଁଟି ବଡ଼, ତୁମେ କହିପାରିବ କି ?

$10^{1000} + 10^{1000} + 10^{1000} + 10^{1000}$ $\qquad$ $10^{1000000} \times 9000$

ନିମ୍ନରେ କେତେକ ସର୍ତ୍ତ ଦିଆଯାଇଛି, ଯାହାକୁ ତୁମେ ବିଭିନ୍ନ ପର୍ଯ୍ୟାୟ ପାଇଁ ବ୍ୟବହାର କରିପାରିବ ।

(i) ଘାତାଙ୍କ ରହିବ ନାହିଁ; କେବଳ ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା ରହିବ ।

(i) ଘାତାଙ୍କ ରହିବ ନାହିଁ; କେବଳ ଯୋଗ ଓ ଗୁଣନ ପ୍ରକ୍ରିୟା ରହିବ ।

(i) ଘାତାଙ୍କ ରହିବ; କେବଳ ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା ରହିବ ।

(i) ଘାତାଙ୍କ ରହିବ; ଯେକୌଣସି ଗାଣିତିକ ପ୍ରକ୍ରିୟା ରହିବ ।

ତୁମେ ନିଜର ସର୍ତ୍ତ ତିଆରି କରି ଅଧିକ ଲୋକଙ୍କୁ ଏକାଠି ଖେଳିବା ପାଇଁ ସାମିଲ କରିପାରିବ ।

3 ସଂଖ୍ୟାର କାହାଣୀ (A STORY OF NUMBERS)

3.1 ରୀମାର କୌତୁହଳ

ଏକ ଅଳସ ଅପରାହ୍ନରେ ରୀମା ଖଣ୍ଡିଏ ପୁରୁଣା ବହିର ପୃଷ୍ଠା ଲେଉଟାଉଥିବା ବେଳେ ହଠାତ ବହି ଭିତରୁ ଖଣ୍ଡିଏ କାଗଜ ଚଟାଣ ଉପରେ ପଡିଗଲା । ସେ କାଗଜଖଣ୍ଡକୁ ଉଠାଇ ସେଥିରେ ଥିବା ଅଦ୍ଭୁତ ସଙ୍କେତ ସବୁ ଦେଖି ଭାବିବାକୁ ଲାଗିଲା । "ଏହାସବୁ କ'ଣ ?"

କିଛି ହଜିଲା ଜିନିଷ ପାଇଗଲା ପରି ସେ କାଗଜଖଣ୍ଡକୁ ଧରି ବାପାଙ୍କ ନିକଟକୁ ଦୌଡ଼ିଗଲା । ତା'ବାପା କାଗଜଟିକୁ ଦେଖି ହସିଲେ ଓ କହିଲେ-ପ୍ରାୟ 4000 ବର୍ଷ ପୂର୍ବେ ଏସିଆର ପଶ୍ଚିମଭାଗରେ ମେସୋପଟାମିଆ (ବର୍ତ୍ତମାନର ଇରାକ୍‌ର ଏକ ପ୍ରମୁଖ ଅଂଶ ଓ ଅନ୍ୟ କିଛି ପଡ଼ୋଶୀ ଦେଶର ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ) ନାମକ ଏକ ସଭ୍ୟତା ଗଢ଼ି ଉଠିଥିଲା । ସେମାନଙ୍କ ଦ୍ୱାରା ବ୍ୟବହାର କରାଯାଉଥିବା ସଂଖ୍ୟାଲିଖନ ପଦ୍ଧତିରୁ ନିମ୍ନରେ ଗୋଟିଏ ଦିଆଯାଇଛି ।

ରୀମାର ଚକ୍ଷୁ ଆଶ୍ଚର୍ଯ୍ୟରେ ବିସ୍ଫାରିତ ହୋଇଗଲା । ସେ ଭାବିବାକୁ ଲାଗିଲା, "ଏହା କ'ଣ ସତ ? ଏହି ଅଜଣା ସଂକେତଗୁଡିକ କ'ଣ ସଂଖ୍ୟା ?" ତାର କୌତୁହଳ କ୍ରମଶଃ ବଢ଼ିବାକୁ ଲାଗିଲା ଓ ତା ମନରେ ଅନେକ ପ୍ରଶ୍ନ ଉଙ୍କି ମାରିଲା ।

ତାର ଜାଣିବାର ଆଗ୍ରହକୁ ଅନୁଭବ କରିପାରି ବାପା ତାକୁ ସଂଖ୍ୟାର ଧାରଣା ଓ ଏହାକୁ ସୂଚିତ କରିବା ପାଇଁ ସଙ୍କେତ, ପୃଥିବୀର ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରାନ୍ତରେ ସମୟକ୍ରମେ ବିକଶିତ ହୋଇ ଆଜି ଯେଉଁ ରୂପରେ ପହଞ୍ଚି ପାରିଛି, ସେ ବିଷୟରେ କହିବାକୁ ଆରମ୍ଭ କଲେ ।

କହିଲେ, ସେମାନଙ୍କ ସହିତ ଜଡ଼ିତ ହେବା ପାଇଁ ଅତୀତକୁ ଫେରିଯିବାକୁ ପଡ଼ିବ । ପ୍ରସ୍ତର ଯୁଗରୁ ହିଁ ମଣିଷ ଗଣନ କରିବାର ଆବଶ୍ୟକତା ଅନୁଭବ କଲା । ସେତେବେଳେ ନିଜର ଖାଦ୍ୟର ପରିମାଣ, ପ୍ରାଣୀମାନଙ୍କର ସଂଖ୍ୟା, ବାଣିଜ୍ୟର ବିବରଣୀ, ପର୍ବପର୍ବାଣୀରେ ଦିଆଯାଉଥିବା ଭୋଗର ସଂଖ୍ୟା ଆଦିକୁ ଗଣନା କରୁଥିଲେ । ସେମାନେ ମଧ୍ୟ ବିଭିନ୍ନ ଘଟଣାବଳୀ ସଂପର୍କରେ ଭିନ୍ନଭିନ୍ନ ସମୟର ତଥ୍ୟ ଉପରେ ନଜର ରଖୁଥିଲେ, ଯଥା- ଅମାବାସ୍ୟା ପରେ ଚନ୍ଦ୍ର ଉଦୟ ହେବା, ପୂର୍ଣ୍ଣିମୀର ଚନ୍ଦ୍ର କିମ୍ବା ଋତୁମାନଙ୍କର ଆରମ୍ଭ ଆଦି ବିଷୟରେ ଜାଣିବା ଓ ସେଗୁଡ଼ିକର ପୂର୍ବାନୁମାନ କରିବା ଇତ୍ୟାଦି । କିନ୍ତୁ ଯେତେବେଳେ ସେମାନେ ଏହି ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ କହୁଥିଲେ ବା ଲେଖୁଥିଲେ, ସେତେବେଳେ ଏବେ ଆମେ ବ୍ୟବହାର କରୁଥିବା ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ପରି ସେମାନେ ଲେଖୁ ନଥିଲେ ।

ଏବେ ଆମେ ବ୍ୟବହାର କରୁଥିବା ଆଧୁନିକ ମୌଖିକ ଓ ଲିଖିତ ସଂଖ୍ୟାର ସୃଷ୍ଟି ହଜାର ହଜାର ବର୍ଷ ପୂର୍ବେ ଭାରତରେ ହୋଇଥିଲା । *ଯଜୁର୍ବେଦ ସଂହିତା* ଭଳି ପ୍ରାଚୀନ ଭାରତୀୟ ଗ୍ରନ୍ଥରେ 10 ର ଘାତ ଆଧାରିତ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କର ନାମ ଉଲ୍ଲେଖ ରହିଛି, ଯାହାକୁ ଆଜି ଆମେ ମୌଖିକ ଭାବରେ କହୁଛୁ । ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ, ସେମାନେ ଏକ (eka), ଦଶ (dasa), ଶହ (shata), ହଜାର (Sahasra), ଅୟୁତ (ayuta) ଇତ୍ୟାଦି । ଏହିପରି 10^{12} ଓ ତା'ପର ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକର ନାମ ତାଲିକାଭୁକ୍ତ କରିଥିଲେ ।

ବଖଶାଳୀ ପାଣ୍ଡୁଲିପିରେ ଶୂନ

ଆଜିକାଲି ଆମେ ଯେପରି 0 ରୁ 9 ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଅଙ୍କ ବ୍ୟବହାର କରି ଲେଖୁଛୁ, ତାହା ମଧ୍ୟ ପ୍ରାୟ 2000ବର୍ଷ ପୂର୍ବେ ଭାରତରୁ ଆରମ୍ଭ ହୋଇ ବିକଶିତ ହୋଇଥିଲା । ପ୍ରଥମଥର ପାଇଁ ଶୂନକୁ ବିନ୍ଦୁଭାବରେ ବ୍ୟବହାର କରି ଦଶଟି ଅଙ୍କ ବ୍ୟବହାର କରି ସଂଖ୍ୟା ଲେଖିବାର ଦୃଷ୍ଟାନ୍ତ *ବଖଶାଳୀ* ପାଣ୍ଡୁଲିପିରେ (Bakshali Manuscript) (ଖ୍ରୀଷ୍ଟପୂର୍ବ ତୃତୀୟ ଶତାବ୍ଦୀ) ରେ ଦେଖିବାକୁ ମିଳେ । ଆର୍ଯ୍ୟଭଟ୍ଟ (ଖ୍ରୀଷ୍ଟପୂର୍ବ 499) ପ୍ରଥମ ଗଣିତଜ୍ଞ ଭାବେ ଭାରତୀୟ 10 ସଙ୍କେତ ଭିତ୍ତିକ ପଦ୍ଧତିକୁ ନେଇ ବ୍ୟାପକ ବୈଜ୍ଞାନିକ ହିସାବକୁ ସଂପୂର୍ଣ୍ଣ ରୂପେ ବର୍ଣ୍ଣନା କରିଥିଲେ ।

ପ୍ରାୟ 800 ଖ୍ରୀଷ୍ଟାବ୍ଦରେ ଆରବ ଜଗତକୁ ଭାରତୀୟ ସଂଖ୍ୟାପଦ୍ଧତି ପରିବ୍ୟାପ୍ତ ହୋଇଥିଲା । ଏହା ମହାନ୍ ଫରାସୀ ଗଣିତଜ୍ଞ ଅଲ-ଖ୍ୱାରିଜିମ୍ (ଯାହାଙ୍କ ନାମରେ "ଆଲଗୋରିଦିମ୍" ଶବ୍ଦ ନାମିତ ହୋଇଛି)ଙ୍କ ପୁସ୍ତକ "*ହିନ୍ଦୁ ସଂଖ୍ୟା ସହିତ ଗଣନା*" (c-825) ଏବଂ ପ୍ରସିଦ୍ଧ ଦାର୍ଶନିକ ଅଲ-କିନ୍ଦିଙ୍କ କାର୍ଯ୍ୟ ହିନ୍ଦୁ ସଂଖ୍ୟା ସୂଚକର ବ୍ୟବହାର (c-830) ମାଧ୍ୟମରେ ଆରବ ଜଗତରେ ଲୋକପ୍ରିୟ ହୋଇଥିଲା ।

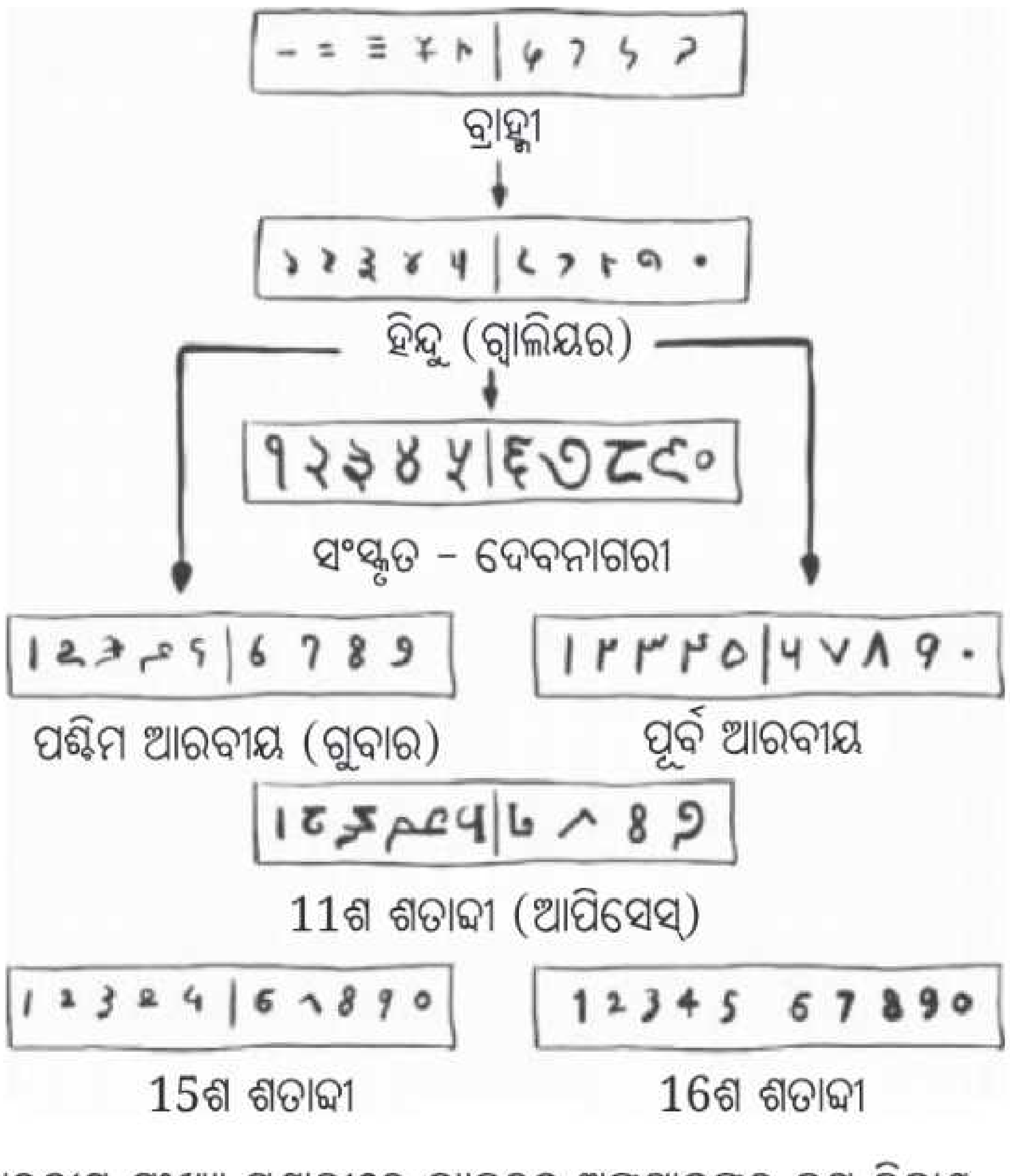
ଆରବ ଦୁନିଆର ହିନ୍ଦୁ ସଂଖ୍ୟାସୂଚକଗୁଡ଼ିକ ପ୍ରାୟ 1100 ଖ୍ରୀଷ୍ଟାବ୍ଦରେ ୟୁରୋପ ଏବଂ ଆଫ୍ରିକାର କିଛି ଅଞ୍ଚଳକୁ ପରିବ୍ୟାପ୍ତ ଥିଲା । ଅଲ-ଖ୍ୱାରିଜିମ୍‌ଙ୍କ ହିନ୍ଦୁ ସଂଖ୍ୟା ସହିତ ହିସାବ କାର୍ଯ୍ୟ ଲାଟିନ୍ ଭାଷାରେ ଅନୁବାଦ କରାଯାଇଥିଲା । ତେବେ ଇଟାଲୀୟ ଗଣିତଜ୍ଞ ଫିବୋନାସି ହିଁ ପ୍ରାୟ 1200 ଖ୍ରୀଷ୍ଟାବ୍ଦରେ ୟୁରୋପକୁ ଭାରତୀୟ ସଂଖ୍ୟା ପଦ୍ଧତିକୁ ଆପଣେଇବାକୁ ପରାମର୍ଶ ଦେଇଥିଲେ । ତେବେ ସେତେବେଳକୁ ରୋମାନ୍ ସଂଖ୍ୟା ପ୍ରଣାଳୀ ୟୁରୋପୀୟଙ୍କ ଚିନ୍ତାଧାରାରେ ଓ ଲେଖାରେ ଏତେ ମାତ୍ରାରେ ଦୃଢ଼ୀଭୂତ ହୋଇଥିଲା ଯେ, ଅନେକ ଶତାବ୍ଦୀ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଭାରତୀୟ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକର ବ୍ୟାପକ ବ୍ୟବହାର ହୋଇପାରିନଥିଲା । କିନ୍ତୁ ଶେଷରେ ଯେ ସପ୍ତଦଶ ଶତାବ୍ଦୀ ସୁଦ୍ଧା ୟୁରୋପୀୟ ନବଜାଗରଣ ସମୟରେ, ସେଗୁଡ଼ିକୁ ଗ୍ରହଣ ନ କରିବା ଅସମ୍ଭବ ହୋଇପଡ଼ିଥିଲା । ଏହା ନ ହୋଇଥିଲେ ବୈଜ୍ଞାନିକ ପ୍ରଗତି ବୋଧହୁଏ ସମ୍ଭବ ହୋଇପାରି ନ ଥାନ୍ତା ।

"ଦଶଟି ସଙ୍କେତ (ପ୍ରତ୍ୟେକ ଅଙ୍କର ସ୍ଥାନୀୟମାନ ଓ ପରମମାନ ଥିବା) ବ୍ୟବହାର କରି ପ୍ରତ୍ୟେକ ସମ୍ଭାବ୍ୟ ସଂଖ୍ୟାକୁ ପ୍ରକାଶ କରିବାର ଅଭିନବ ପ୍ରଣାଳୀ ଭାରତରେ ସୃଷ୍ଟିହେଲା । ଏହି ଧାରଣା ଆଜିକାଲି ଏତେ ସାଧାରଣ ମନେ ହୁଏ ଯେ, ଏହାର ମହତ୍ୱ ଓ ଗଭୀର ଗୁରୁତ୍ୱକୁ ଆଉ ପ୍ରଶଂସା କରାଯାଉନାହିଁ । ଏହି ପ୍ରଣାଳୀର ସରଳତା ଗଣନାକୁ ସହଜ କରିଥିଲା ଏବଂ ଉପଯୋଗୀ ଉଦ୍ଭାବନ ମଧ୍ୟରେ ପାଟୀଗଣିତକୁ ପ୍ରାଧାନ୍ୟ ଦେଇଥିଲା ।

ପିଏରେ-ସାଇମନ୍ ଲାପ୍ଲାସ୍ (1749-1827)

ଏହାପରେ ସେହି ପ୍ରଣାଳୀର ସେମାନଙ୍କର ବ୍ୟବହାର ପ୍ରତ୍ୟେକ ମହାଦେଶକୁ ବ୍ୟାପିଗଲା ଏବଂ ବର୍ତ୍ତମାନ ବିଶ୍ୱର ପ୍ରତ୍ୟେକ କୋଣ ଅନୁକୋଣରେ ପ୍ରଚଳିତ ହେଉଛି ।

ଯେହେତୁ ୟୁରୋପୀୟ ବିଦ୍ୱାନମାନେ ଆରବ ଜଗତରୁ ଭାରତୀୟ ସଂଖ୍ୟା ସୂଚକ ପ୍ରଣାଳୀ ଶିଖିଥିଲେ, ସେମାନେ ନିଜ ୟୁରୋପୀୟ ଚିନ୍ତାଧାରାକୁ ପ୍ରତିଫଳିତ କରିବା ପାଇଁ ସେଗୁଡ଼ିକୁ ''ଆରବୀୟ ସଂଖ୍ୟା ସୂଚକ'' ବୋଲି କହୁଥିଲେ । ଅନ୍ୟପକ୍ଷରେ ଉପରୋକ୍ତ ତଥ୍ୟ ଅନୁଯାୟୀ ଅଲ-ଖ୍ୱାରିଜମି ଏବଂ ଆଲ-କିନ୍ଦିଙ୍କ ପରି ଆରବ ବିଦ୍ୱାନମାନେ ସେଗୁଡ଼ିକୁ ହିନ୍ଦୁ ସଂଖ୍ୟା ସୂଚକ ବୋଲି କହୁଥିଲେ । ୟୁରୋପୀୟ ଉପନିବେଶବାଦ ସମୟରେ, ୟୁରୋପୀୟ ଶବ୍ଦ ଓ ଆରବୀୟ ସଂଖ୍ୟାର ବହୁଳ ବ୍ୟବହାର ହୋଇଥିଲା । ତେବେ ସାଂପ୍ରତିକ ସମୟରେ ୟୁରୋପ ସମେତ ସମଗ୍ର ବିଶ୍ୱର ପାଠ୍ୟପୁସ୍ତକ ଓ ଦସ୍ତାବିଜ୍ ଆଦିରେ ଏହି ଭୁଲ୍‌କୁ ସଂଶୋଧନ କରାଯାଇଛି । ଆଜିକାଲି ବ୍ୟବହାର କରୁଥିବା ସଂଖ୍ୟା ପାଇଁ ସର୍ବାଧିକ ବ୍ୟବହୃତ ଶବ୍ଦଗୁଡ଼ିକ ହେଉଛି "ହିନ୍ଦୁ ସଂଖ୍ୟା ସୂଚକ", "ଭାରତୀୟ ସଂଖ୍ୟାସୂଚକ" ଓ ପରିବର୍ତ୍ତନଶୀଳ "ହିନ୍ଦୁ-ଆରବୀୟ ସଂଖ୍ୟା ସୂଚକ" । ଏଠାରେ ଉଲ୍ଲେଖ କରାଯାଇପାରେ ଯେ, ଏଥିରେ ବ୍ୟବହୃତ 'ହିନ୍ଦୁ' ଶବ୍ଦଟି କୌଣସି ଧର୍ମକୁ ସୂଚାଏ ନାହିଁ, ବରଂ ଏହା ଭୌଗୋଳିକ ଅଞ୍ଚଳର ଲୋକଙ୍କୁ ବୁଝାଏ ।



ଭାରତୀୟ ସଂଖ୍ୟା ପ୍ରଣାଳୀରେ ବ୍ୟବହୃତ ଅଙ୍କମାନଙ୍କର କ୍ରମ ବିକାଶ

ଭାରତୀୟ ସଂଖ୍ୟା ପ୍ରଣାଳୀକୁ ବିଶ୍ୱବ୍ୟାପୀ ଗ୍ରହଣ କରିବା ପୂର୍ବରୁ ବିଭିନ୍ନ ଲୋକ ଭିନ୍ନଭିନ୍ନ ପ୍ରଣାଳୀ ବ୍ୟବହାର କରୁଥିଲେ । ଆମେ ସେମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ କେତେକର ଝଲକ ଦେଖିବା । ଆମେ ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରଣାଳୀଗୁଡିକୁ ସେମାନଙ୍କ କ୍ରମ ଅନୁସାରେ ଆଲୋଚନା ନ କରି ବରଂ ସଂଖ୍ୟା ଧାରଣାର କ୍ରମ ବିକାଶଗୁଡ଼ିକୁ ଜାଣିବା ।

ପ୍ରଥମେ, ଆମେ ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସମୂହରେ ଥିବା ପରିମାଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟରେ ଗଣନା କରିବା ପାଇଁ ଆବଶ୍ୟକ ମୌଳିକ ଧାରଣା ସଂପର୍କରେ ଜାଣିବା ।

ଗଣନ ପ୍ରଣାଳୀ (The Mechanism of Couinting)

ଧରାଯାଉ ଆମେ ଦଶହଜାର ବର୍ଷ ପୂର୍ବର ପ୍ରସ୍ତର ଯୁଗରେ ବାସ କରୁଛୁ । ମନେକର ଆମର ଏକ 1 ଗାଈପଲ ଅଛି । ଏ ସଂପର୍କରେ ଆମ ମନକୁ ଆସୁଥିବା ସ୍ୱାଭାବିକ ପ୍ରଶ୍ନ ହେଉଛି –

? ପ୍ର.1. ଘାସ ଚରିବା ପରେ ସମସ୍ତେ ଗାଈ ସୁରକ୍ଷିତ ଭାବରେ ଫେରିଛନ୍ତି ବୋଲି ଆମେ କିପରି ନିଶ୍ଚିତ ହେବା ?

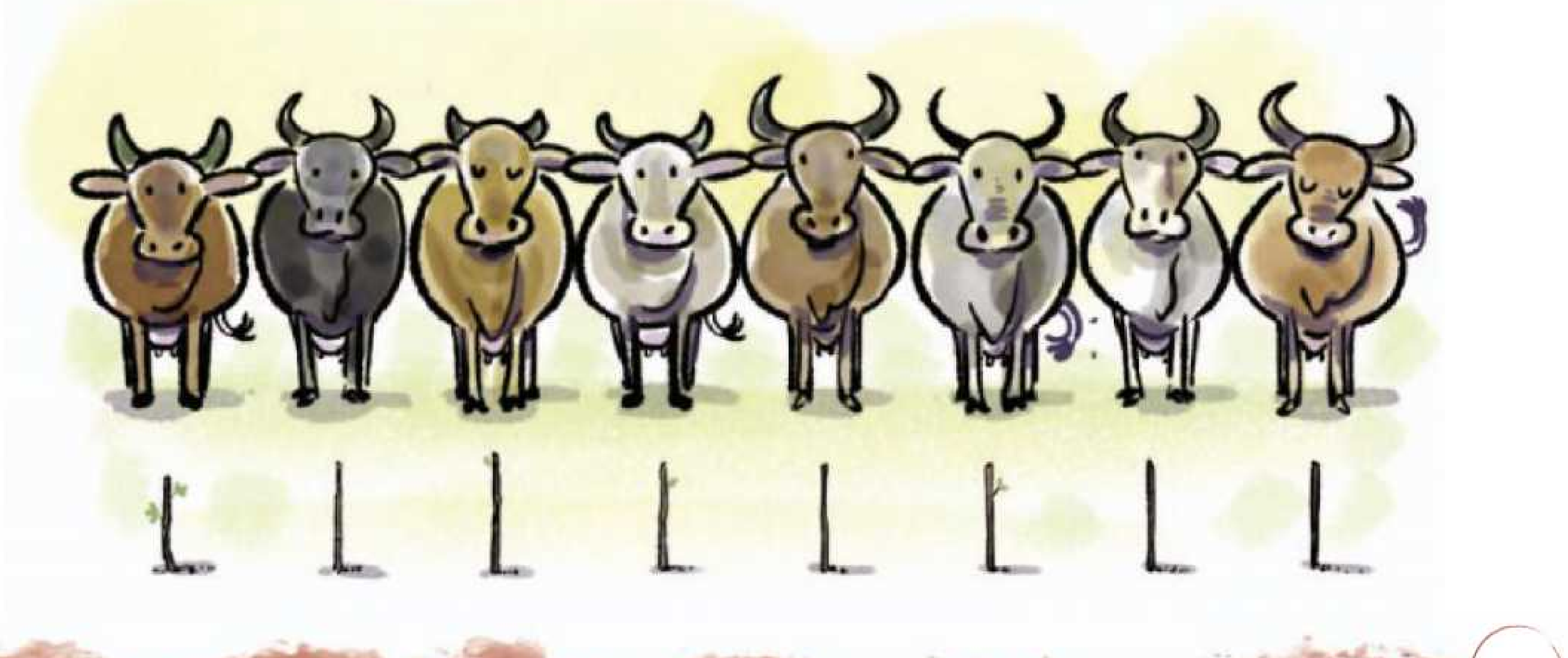
? ପ୍ର.2. ପଡୋଶୀ ଘର ତୁଳନାରେ ଆମର ଗାଈ ସଂଖ୍ୟା କମ୍ କି ?

? ପ୍ର.3. ଯଦି କମ୍, ତେବେ ଆଉ କେତୋଟି ହେଲେ, ପଡୋଶୀ ଘର ଗାଈ ସଂଖ୍ୟା ସହିତ ଆମ ଗାଈ ସଂଖ୍ୟା ସମାନ ହେବ ?

ଗାଣିତିକ୍ କଥାବାର୍ତ୍ତା

ହିନ୍ଦୁ ସଂଖ୍ୟା ପ୍ରଣାଳୀର ସଂଖ୍ୟା ନାମ ବ୍ୟବହାର ନ କରି ଆମେ ଏହି ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡିକର କିପରି ସମାଧାନ କରିବା, ଆସ ତା'ର ସମ୍ଭାବ୍ୟ ଉପାୟଗୁଡ଼ିକୁ ଜାଣିବା ।

ପ୍ରଥମ ପ୍ରଣାଳୀ : ଉପରୋକ୍ତ ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକର ସମାଧାନ ପାଇଁ ଆମେ ଉପଯୁକ୍ତ ପରିମାଣରେ ଗୋଡ଼ି, କାଠି ବା ଅନ୍ୟ କୌଣସି ବସ୍ତୁ ବ୍ୟବହାର କରିପାରିବା । ମନେକର, ଏଥିପାଇଁ ଆମେ କାଠି ବ୍ୟବହାର କରିବା । ପ୍ରତ୍ୟେକ ଗାଈ ପାଇଁ ଗୋଟିଏ କାଠି ନେବା । ଏହିପରି ସମସ୍ତ ଗାଈ ପାଇଁ ନେଇଥିବା କାଠିଗୁଡ଼ିକୁ ବିଚାରକୁ ନେଇ ସବୁ ଗାଈ ଫେରିଛନ୍ତି ନା ନାହିଁ ଆମେ ଜାଣିପାରିବା ।



ଗୋଟିଏ ଗାଈକୁ କାଠି ସହିତ ସଂପର୍କିତ କରିବାର ଉପାୟଟି ହେଲା : ଦୁଇଟି ଗାଈ ଗୋଟିଏ କାଠି ସହିତ ସମ୍ପର୍କିତ ହେବେ ନାହିଁ । ତାହାକୁ ଏକ-ଏକ ମେଳକ (one-to-one mapping) କୁହାଯାଏ । ଏହି ମେଳକ ବ୍ୟବହାର କରି ତଳ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କୁ ସୂଚାଇ ପାରିବା । ଏହା ତଳ ସାରଣୀରେ ଦିଆଯାଇଛି ।

ସଂଖ୍ୟା	ସଂଖ୍ୟାର ଉପସ୍ଥାପନା (କାଠି ବ୍ୟବହାର କରି)
1	I
2	II
3	III
4	IIII
5	IIIII
.	.
.	.
.	.

ଅନ୍ୟ ଦୁଇଟି ପ୍ରଶ୍ନର (ପ୍ରଶ୍ନ 2 ଓ ପ୍ରଶ୍ନ 3) ଉତ୍ତର ଦେବା ପାଇଁ ତୁମେ ଏହି କାଠିଗୁଡ଼ିକୁ କିପରି ବ୍ୟବହାର କରିବ ?

ଦ୍ୱିତୀୟ ପ୍ରଣାଳୀ : ବସ୍ତୁ ବଦଳରେ, ଆମେ ଧ୍ୱନି କିମ୍ବା ନାମର ମାନକ ଅନୁକ୍ରମକୁ ବ୍ୟବହାର କରିପାରିବା । ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ, ଆମେ ଯେ କୌଣସି ଭାଷାର ଅକ୍ଷରର ଧ୍ୱନି ବ୍ୟବହାର କରିପାରିବା । ଗଣନା କରିବା ସମୟରେ ଆମେ ବସ୍ତୁ ଏବଂ ଅକ୍ଷର ମଧ୍ୟରେ ଏକ-ଏକ ମେଳକ କରିପାରିବା; ଗଣନ ହେବାକୁ ଥିବା ପ୍ରତ୍ୟେକ ବସ୍ତୁକୁ ଅକ୍ଷର ସହିତ ଗୋଟିଏ କ୍ରମ ଅନୁସରଣ କରି ଯୋଡ଼ିବା । ସଂଖ୍ୟାକୁ ମୌଖିକ ଭାବରେ ସୂଚାଇବା ପାଇଁ ଏହି ମେଳକ କରିବା ଉପାୟକୁ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଇପାରିବ ।

ଆମେ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ 'a' ରୁ 'z' ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଇଂରାଜୀ ଅକ୍ଷର ବ୍ୟବହାର କରି ନିମ୍ନଲିଖିତ ଉପାୟରେ ସୂଚାଇପାରିବା ।

ସଂଖ୍ୟା	ଧ୍ୱନି ବା ନାମ ବ୍ୟବହାର କରି ସଂଖ୍ୟାର ଉପସ୍ଥାପନା
1	*a*
2	*b*
3	*c*
4	*d*
5	*e*
.	.
.	.
.	.
26	*z*

କୌଣସି ସମୂହରେ 26 ରୁ ଅଧିକ ବସ୍ତୁ ଥିଲେ ତା'ର ପରିମାଣ ଜାଣିବା ପାଇଁ ଇଂରାଜୀ ବର୍ଣ୍ଣମାଳାର ଅକ୍ଷରଗୁଡ଼ିକୁ ନେଇ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଇପାରିବ ନାହିଁ ।

? ତୁମ ନିଜ ଭାଷାର ଅକ୍ଷରକୁ ନେଇ କେତୋଟି ସଂଖ୍ୟାକୁ ଏହି ଉପାୟରେ ସୂଚାଇପାରିବ ?

ଗାଣିତିକ୍ କଥାବାର୍ତ୍ତା

ତୃତୀୟ ପ୍ରଣାଳୀ :

ଆମେ ନିମ୍ନଲିଖିତ ଉପାୟରେ ଲିଖିତ ସଂକେତଗୁଡ଼ିକର ଏକ ଅନୁକ୍ରମ ବ୍ୟବହାର କରିପାରିବା ।

ସଂଖ୍ୟା	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ସଙ୍କେତ ମାଧ୍ୟମରେ ପରିପ୍ରକାଶ	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X
ସଂଖ୍ୟା	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
ସଙ୍କେତ ମାଧ୍ୟମରେ ପରିପ୍ରକାଶ	XI	XII	XIII	XIV	XV	XVI	XVII	XVIII	XIX	XX

? ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟାକୁ ସୂଚିତ କରିବା ପାଇଁ ଏହି ପଦ୍ଧତିକୁ ଆଗକୁ ବଢ଼ାଯାଇ ପାରିବ କି ? କିପରି ?

ଉପରୋକ୍ତ ଆଲୋଚନାରୁ ଆମେ ଲକ୍ଷ୍ୟ କଲୁ ଯେ, ଗଣନା ଏବଂ ଏକ ସମୂହର ଆକାର ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ପାଇଁ ଲିଖିତ ସଂକେତଗୁଡ଼ିକର ଏକ ମାନକ ଅନୁକ୍ରମ ଆବଶ୍ୟକ । ଅନୁକ୍ରମକୁ ଏକ ସଂଖ୍ୟା ପ୍ରଣାଳୀ କୁହାଯାଏ । ବସ୍ତୁଗୁଡ଼ିକର ସମାହାରକୁ ମାନକ ଅନୁକ୍ରମ ଅନୁସାରେ ଏକ-ଏକ-ମେଳକ କରି ଓ କ୍ରମ ଅନୁସରଣ କରି ଗଣନ କରାଯାଇପାରିବ ।

ଯେହେତୁ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କର କୌଣସି ଶେଷ ନାହିଁ, ତେଣୁ ଏକ ଅସୀମ ମାନକ ଅନୁକ୍ରମ ସଂଖ୍ୟା ପ୍ରଣାଳୀ ପ୍ରସ୍ତୁତ କରିବା ଏକ ଆହ୍ୱାନମୂଳକ କାର୍ଯ୍ୟ, ଯାହାକୁ ବ୍ୟବହାର କରି ସହଜରେ ଗଣନ କାର୍ଯ୍ୟ କରିହେବ । କାଠି ବ୍ୟବହାର କରି ଏକ ଅସୀମ ମାନକ ଅନୁକ୍ରମ/ ସଂଖ୍ୟା ପ୍ରଣାଳୀ ପାଇହେବ, କିନ୍ତୁ ବହୁତ ବଡ଼ ସମୂହର ଜିନିଷମାନଙ୍କର ପରିମାଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ପାଇଁ ଏହା ସୁବିଧାଜନକ ହୋଇନଥାଏ, କାରଣ ଅଧିକ ସଂଖ୍ୟକ ବସ୍ତୁର ପରିମାଣ ଜାଣିବା ପାଇଁ ବହୁତ କାଠି ଆବଶ୍ୟକ ହୋଇଥାଏ ।

ଦ୍ୱିତୀୟ ପ୍ରଣାଳୀରେ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଭାଷାର ଅକ୍ଷରକୁ ବ୍ୟବହାର କରି ଗଣନ କରିବା ସୁବିଧାଜନକ, କିନ୍ତୁ ଏହା ଏକ ଅସୀମ ମାନକକ୍ରମ / ସଂଖ୍ୟା ପ୍ରଣାଳୀ ପାଇଁ ବ୍ୟବହାର ହୋଇପାରିବ ନାହିଁ । ତୃତୀୟ ପଦ୍ଧତିରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ମାନକକ୍ରମ / ସଂଖ୍ୟା ପ୍ରଣାଳୀ ପ୍ରକୃତରେ ୟୁରୋପରେ ବ୍ୟବହୃତ ହେଉଥିଲା । ଅବଶ୍ୟ ପରବର୍ତ୍ତୀ ସମୟରେ ହିନ୍ଦୁ ସଂଖ୍ୟା ପ୍ରଣାଳୀ ତାର ସ୍ଥାନ ନେଇଥିଲା । ଏହାକୁ **ରୋମାନ୍ ସଂଖ୍ୟା ପ୍ରଣାଳୀ** କୁହାଯାଏ । ଏହା ଶତାବ୍ଦୀ ଶତାବ୍ଦୀ ଧରି ୟୁରୋପରେ ବହୁଳ ଭାବରେ ପ୍ରଚଳିତ ଥିଲା ଏବଂ ଅନେକ ଦିଗରୁ ଏହାର ବ୍ୟବହାର ସୁବିଧାଜନକ ଥିଲେ ମଧ୍ୟ ଅତି ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟାକୁ ପ୍ରକାଶ କରିବା ପାଇଁ ଏହି ପ୍ରଣାଳୀ ଉପଯୁକ୍ତ ନଥିଲା, କାରଣ ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ସୀମିତ ଅକ୍ଷର ମାଧ୍ୟମରେ ପରିପ୍ରକାଶ କରିବା ସହଜ ନଥିଲା ଏବଂ ଅଧିକରୁ ଅଧିକ ସଙ୍କେତ ବ୍ୟବହାର ନ କରି ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ଲେଖିବା ସମ୍ଭବ ହେଉନଥିଲା । ପରବର୍ତ୍ତୀ ବିଭାଗଗୁଡ଼ିକରେ ଆମେ ସଂଖ୍ୟା ଲିଖନ ପ୍ରଣାଳୀ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଅଧିକ ଶିଖିବା ।

ସଂଖ୍ୟା ପ୍ରଣାଳୀର ଇତିହାସରୁ ଆମେ ଜାଣୁଛେ, ଏହାର କାର୍ଯ୍ୟକାରିତା ସାଧାରଣତଃ ଏହି ତିନୋଟି ଉପାୟ, ଯଥା– କାଠି, ଗୋଡ଼ି ବା ଶରୀର ଅଙ୍ଗକୁ ନେଇ କରାଯାଉଥିଲା । କିଛି ଗୋଷ୍ଠୀର ଲୋକ ଏଥିପାଇଁ ଉଭୟ ବସ୍ତୁ ଓ ନାମର ବ୍ୟବହାର କରୁଥିବାବେଳେ ଚୀନ୍‌ର ଲୋକମାନେ ସଂଖ୍ୟାଗଣନ ପାଇଁ ତିନୋଟିଯାକ ଉପାୟର ଉପଯୋଗ କରୁଥିଲେ । ସଂଖ୍ୟା ପ୍ରଣାଳୀରେ ଥିବା ପ୍ରତୀକଗୁଡ଼ିକୁ ସଂଖ୍ୟା ସୂଚକ (Numerals) କୁହାଯାଏ । ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ; 0,1,5,36,193 ଆଦି ହିନ୍ଦୁ ସଂଖ୍ୟା ପ୍ରଣାଳୀରେ ବ୍ୟବହୃତ ହେଉଥିବା ସଂଖ୍ୟାସୂଚକ । ଛୋଟ ସଂଖ୍ୟାକୁ ପ୍ରତିନିଧିତ୍ୱ କରୁଥିବା ସଂଖ୍ୟାସୂଚକମାନଙ୍କର ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ନାମ ଥାଏ । ତେଣୁ ଏକ ସଂଖ୍ୟା ପ୍ରଣାଳୀ ଲିଖିତ ସଂକେତମାନଙ୍କୁ ନେଇ ତିଆରି କରାଯାଇଥାଏ, ଏହା ନାମଗୁଡିକ ସହିତ ସମାନ୍ତରାଳ ଭାବରେ ଆଧୁନିକ ହିନ୍ଦୁ ସଂଖ୍ୟା ପ୍ରଣାଳୀ ପରି ଆଗକୁ ବଢ଼ିଥାଏ ।

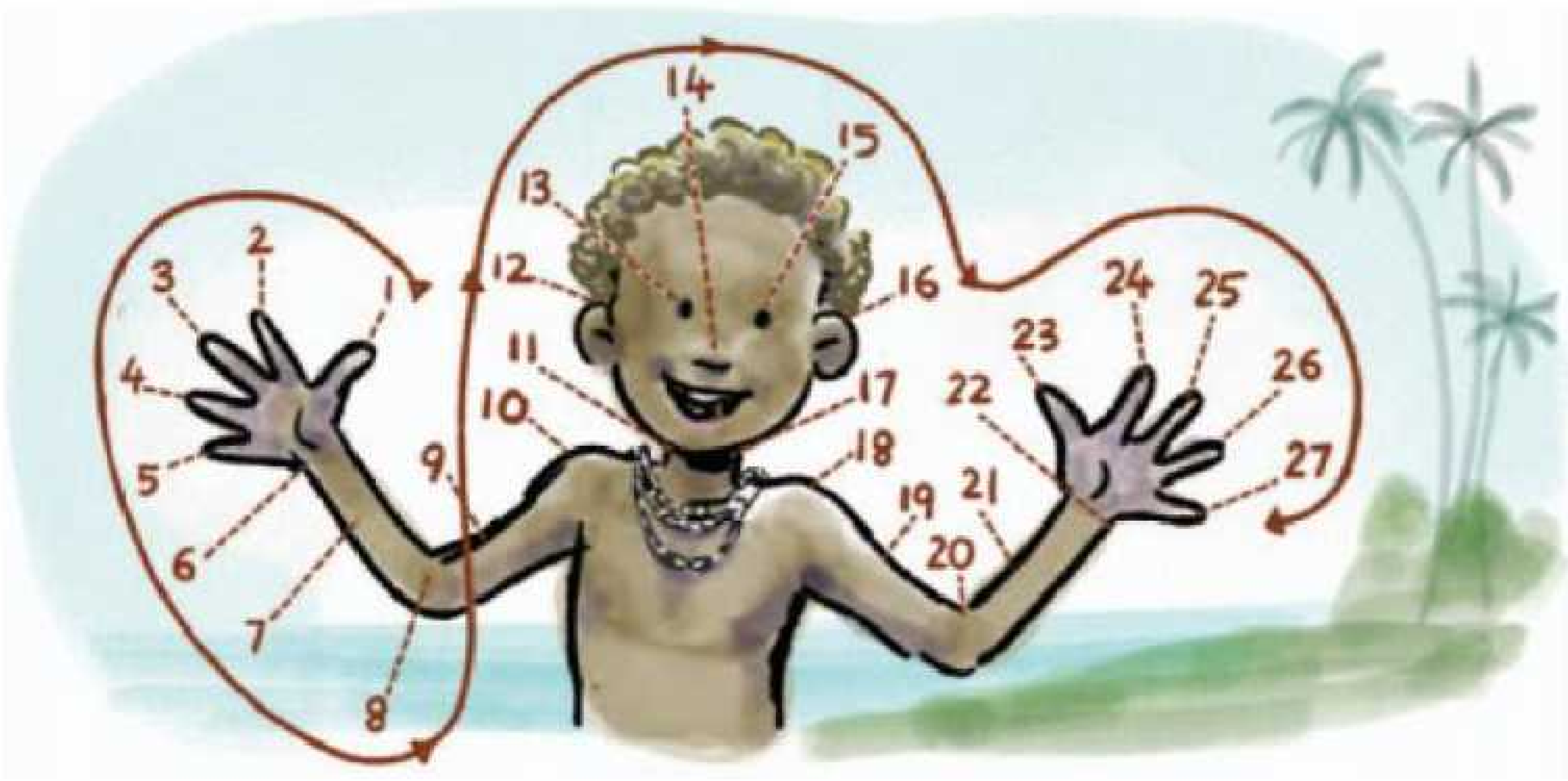
? ନିଜେ କରି ଦେଖ

1. ମନେକର, ତୁମେ ପ୍ରଥମ ଉପାୟ/ପ୍ରଣାଳୀ ଅନୁଯାୟୀ କାଠି ସାହାଯ୍ୟରେ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡିକୁ ଉପସ୍ଥାପନ କରିବା ପାଇଁ ସଂଖ୍ୟା ପ୍ରଣାଳୀ ବ୍ୟବହାର କରୁଛ । ହିନ୍ଦୁ ସଂଖ୍ୟା ପଦ୍ଧତିର ସଂଖ୍ୟାନାମ ବା ସଂଖ୍ୟା ସୂଚକକୁ ବ୍ୟବହାର ନ କରି କେବଳ ଦୁଇଟି କାଠି ନେଇ ବା ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟା ନେଇ ଯୋଗ, ବିୟୋଗ, ଗୁଣନ ଓ ହରଣ କରିବାର ଏକ ଉପାୟ ସ୍ଥିର କର । ଗାଣିତିକ୍ କଥାବାର୍ତ୍ତା
2. ଦ୍ୱିତୀୟ ପ୍ରଣାଳୀରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ସଂଖ୍ୟା ପଦ୍ଧତିକୁ ଆଗକୁ ବଢ଼ାଇବାର ଗୋଟିଏ ଉପାୟ ହେଉଛି, ଏଥିରେ ଏକରୁ ଅଧିକ ଅକ୍ଷର ସମାହାର ବ୍ୟବହାର କରିବା । ଯଥା– 1 ପାଇଁ a ଓ 27 ପାଇଁ 'aa' ନେଇପାରିବା । ସମସ୍ତ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଲେଖିବା ପାଇଁ ତୁମେ ଏହି ପ୍ରଣାଳୀକୁ କିପରି ଆଗକୁ ବଢ଼ାଇପାରିବ ? ଏହା କରିବା ପାଇଁ ଅନେକଗୁଡ଼ିଏ ଉପାୟ ଅଛି । ତୁମେ ନିଜେ ଏକ ସଂଖ୍ୟା ପଣାଳୀ ପ୍ରସ୍ତୁତ କରିବା ପାଇଁ ଅନେକଗୁଡ଼ିଏ ଉପାୟ ଅଛି । ଗାଣିତିକ୍ କଥାବାର୍ତ୍ତା ବୁଝିବାକୁ ଚେଷ୍ଟାକରିବା
3. ତୁମେ ନିଜେ ଏକ ସଂଖ୍ୟା ପ୍ରଣାଳୀ ପ୍ରସ୍ତୁତ କରିବା ପାଇଁ ଚେଷ୍ଟାକର ।

3.2 କେତେକ ପ୍ରାରମ୍ଭିକ ସଂଖ୍ୟା ପ୍ରଣାଳୀ (Some Early Number Systems)

I. ଶରୀରର ବିଭିନ୍ନ ଅଙ୍ଗର ବ୍ୟବହାର (Use of Body Parts)

ବିଶ୍ୱର ଅନେକ ଗୋଷ୍ଠୀର ଲୋକ ଗଣନ ପାଇଁ ତାଙ୍କର ହାତ ଓ ଶରୀରର ଅଙ୍ଗର ବ୍ୟବହାର କରିଥାନ୍ତି । ପପୁଆ ନିଉଗିନିର ଏକ ଗୋଷ୍ଠୀର ଲୋକ କିପରି ନିଜର ଶରୀରର ଅଙ୍ଗକୁ ମାନକ ଅନୁକ୍ରମ / ସଂଖ୍ୟା ପ୍ରଣାଳୀ ଭାବରେ ବ୍ୟବହାର କରୁଥିଲେ ଏବଂ ଏବେ ବି କରୁଛନ୍ତି ତାହା ଦିଆଯାଇଛି ।



II. ହାଡ଼ ଏବଂ ଅନ୍ୟାନ୍ୟ ପୃଷ୍ଠରେ ଟାଲି ଚିହ୍ନ (Tally Marks on Bones and other surfaces)

ସଂଖ୍ୟା ଉପସ୍ଥାପନର ସବୁଠାରୁ ପୁରୁଣା ପ୍ରଣାଳୀ ମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିଏ ହେଉଛି ଦାଗଦେବା ବା ଚିହ୍ନଦେବା କିମ୍ବା ଗୁମ୍ଫାର କାନ୍ଥ ଉପରେ କଟା ଚିହ୍ନ (ଗାର ଭଳି) ତିଆରି କରିବା । ଏହି ଚିହ୍ନଗୁଡ଼ିକୁ **ଟାଲି ଚିହ୍ନ** ମଧ୍ୟ କୁହାଯାଏ ।

ଏହି ପଦ୍ଧତିରେ, ଗଣନା କରାଯାଉଥିବା ପ୍ରତ୍ୟେକ ବସ୍ତୁ ପାଇଁ ଗୋଟିଏ ଲେଖାଏଁ ଚିହ୍ନ ଦିଆଯାଏ । ତେଣୁ ଚିହ୍ନଗୁଡ଼ିକର ମୋଟ ସଂଖ୍ୟା ବସ୍ତୁର ମୋଟ ପରିମାଣ ସୂଚାଏ । ପ୍ରଥମ ପଦ୍ଧତିରେ କାଠି ବ୍ୟବହାର କରି ଗଣନା କରିବା ପ୍ରକ୍ରିୟା ସହିତ ଏହା ପ୍ରାୟତଃ ସମାନ, ପାର୍ଥକ୍ୟ କେବଳ କାଠି ପରିବର୍ତ୍ତେ ଚିହ୍ନର ବ୍ୟବହାର କରାଯାଇଥାଏ ।

ପ୍ରତ୍ନତତ୍ତ୍ୱବିତ୍ ମାନେ 20,000 ବର୍ଷରୁ ଅଧିକ ପୁରୁଣା ହାଡ଼ର ଆବିଷ୍କାର କରିଛନ୍ତି, ଯେଉଁଥିରେ ଏହିଭଳି ଗଣନା ଚିହ୍ନ ଥିବା ମନେ ହୁଏ । ସଂଖ୍ୟାକୁ ସୂଚାଉଥିବା ସବୁଠାରୁ ପୁରୁଣା ହାଡ଼ ହେଉଛି ଇସାଙ୍ଗୋ ହାଡ଼ ଓ ଲେବୋମ୍ବୋ ହାଡ଼ । 20,000 ରୁ 21,000 ବର୍ଷ ପୁରୁଣା ଇଶାଙ୍ଗୋ ହାଡ କଙ୍ଗୋ ଗଣତାନ୍ତ୍ରିକ ଗଣରାଜ୍ୟରେ ଆବିଷ୍କୃତ ହୋଇଥିଲା । ଏଥିରେ ସ୍ତମ୍ଭରେ ସଜାଯାଇଥିବା ଚିହ୍ନ ରହିଛି, ଯାହା ସମ୍ଭବତଃ କ୍ୟାଲେଣ୍ଡର ପ୍ରଣାଳୀକୁ ସୂଚାଇଥାଏ । ଏହାଠାରୁ ପୁରୁଣା (ପ୍ରାୟ 44,000 ବର୍ଷର ପୁରୁଣା ବୋଲି ଅନୁମାନ କରାଯାଏ ।) ଦକ୍ଷିଣ ଆଫ୍ରିକାରେ ଲେବୋମ୍ବୋ ଆବିଷ୍କୃତ ଲେବୋମ୍ବୋ ହାଡ଼ରେ 29ଟି ଚିହ୍ନ ଅଛି । ଏହାକୁ ଗଣିତର ସର୍ବପ୍ରାଚୀନ କଳାକୃତି ମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିଏ ବୋଲି ବିବେଚନା କରାଯାଏ । ହୁଏତ ଏହା ଟାଲି ଚିହ୍ନ ଭାବେ କିମ୍ବା ଚନ୍ଦ୍ର କ୍ୟାଲେଣ୍ଡର ଭାବେ କାମ କରିଥାଇପାରେ ।


ଲେବୋମ୍ବୋ ହାଡ଼


ଇସାଙ୍ଗୋ ହାଡ଼

III ଦୁଇ ଦୁଇ କରି ଗଣନା କରି ସଂଖ୍ୟାନାମ ପାଇବା :

(Number Names Obtained by Counting in Twos)

ଅଷ୍ଟ୍ରେଲିଆର ଗୁମୁଲଗାଲ୍ (Gumulal) ନାମକ ଏକ ଆଦିବାସୀ ଗୋଷ୍ଠୀ ଲୋକମାନେ ସେମାନଙ୍କର ସଂଖ୍ୟା ପାଇଁ ନିମ୍ନଲିଖିତ ଶବ୍ଦଗୁଡ଼ିକ ବ୍ୟବହାର କରୁଥିଲେ ।

ଗୁମୁଲଗାଲ (ଅଷ୍ଟ୍ରେଲିଆ)

1. *ଉରାପୋନ (Urapon)*
2. *ଉକାସର (Ukasar)*
3. *ଉକାସର - ଉରାପୋନ୍*
4 *ଉକାସର - ଉକାସାର*
5. *ଉକାସାର - ଉକାସାର - ଉରାପୋନ୍*
6. *ଉକାସାର - ଉକାସାର - ଉକାସାର*

? ସେମାନଙ୍କର ସଂଖ୍ୟା ନାମଗୁଡ଼ିକ କିପରି ଗଠିତ ହୋଇଛି, ତୁମେ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରିପାରୁଛ କି ? 3ର ସଂଖ୍ୟାନାମ, 2 ଏବଂ 1 ସଂଖ୍ୟାନାମକୁ ନେଇ ଗଠିତ ହୋଇଅଛି । 4 ସଂଖ୍ୟା ପାଇଁ ସଂଖ୍ୟାନାମ 2ଟି 2ର ସଂଖ୍ୟା ନାମକୁ ନେଇ ଗଠିତ ହୋଇଅଛି ।

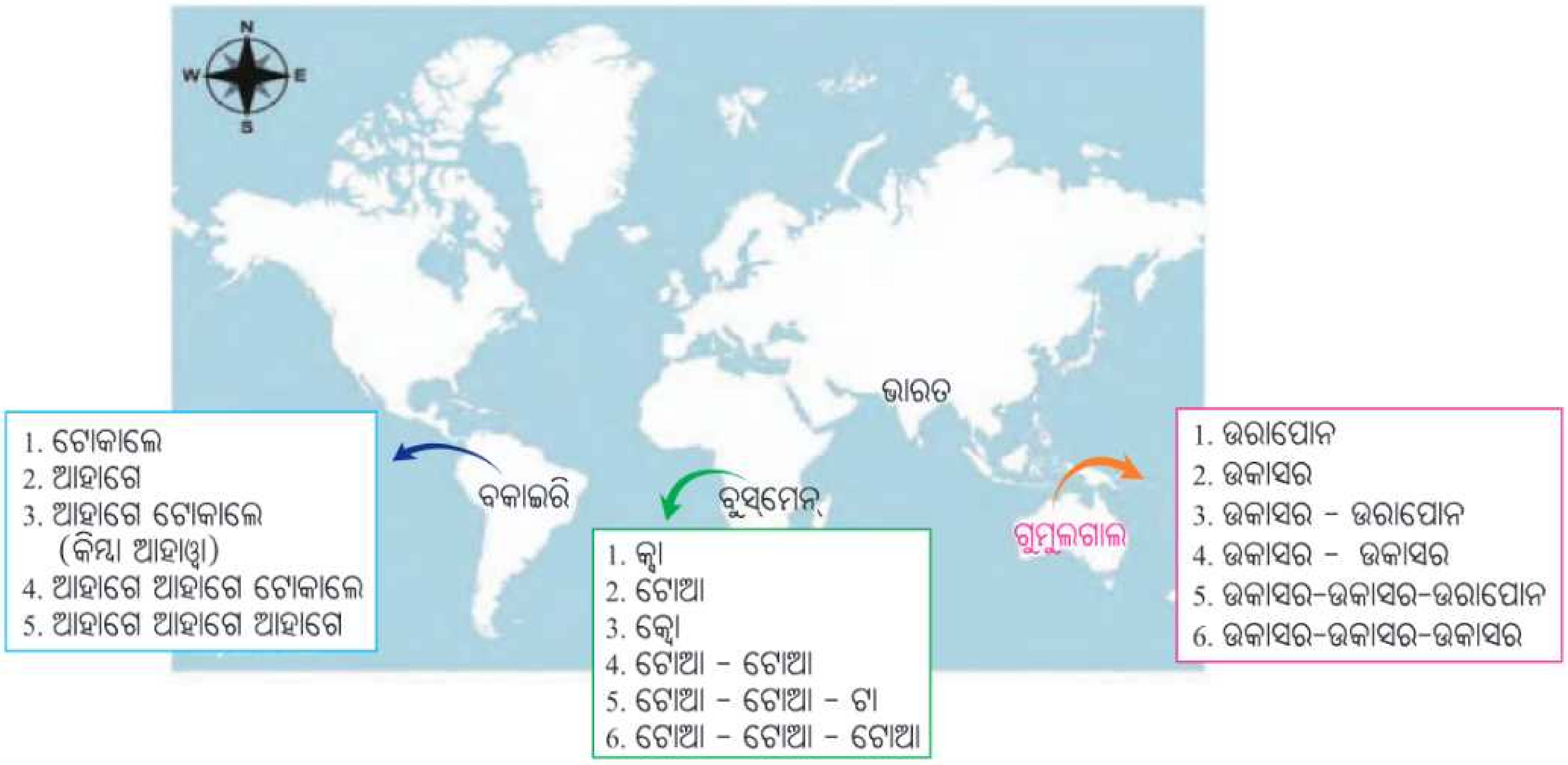
? ଅନ୍ୟ ସଂଖ୍ୟାନାମଗୁଡ଼ିକ କିପରି ଗଠିତ ହୋଇଛି, ତାହା ତୁମେ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରିପାରୁଛ କି ?

ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ 2, 2 କରି ଗଣାଯାଏ, ଯାହାକୁ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଇ ସଂଖ୍ୟାନାମଗୁଡ଼ିକ ଗଠିତ ହୋଇଛି :

$3 = 2+1,\ 4 = 2+2,\ 5 = 2+2+1,\ \ 6 = 2+2+2$

ଗୁମୁଲ୍‌ଗାଲ 6 ରୁ ବଡ଼ ଯେକୌଣସି ସଂଖ୍ୟାକୁ *'ରାସ'* *(ras)* କହୁଥିଲେ ।

ନିମ୍ନ ସଂଖ୍ୟା ପ୍ରଣାଳୀଗୁଡ଼ିକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର । ଦକ୍ଷିଣ ଆମେରିକାର ଏକ ପ୍ରାଚୀନ ଗୋଷ୍ଠୀ ଓ ଦକ୍ଷିଣ ଆଫ୍ରିକାର ବୁସମେନ୍ ଆଦିବାସୀ ଗୋଷ୍ଠୀର ଲୋକମାନଙ୍କର ସଂଖ୍ୟାପ୍ରଣାଳୀ ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଛି । ଭୌଗୋଳିକ ଦୃଷ୍ଟିକୋଣରୁ ଏହି ତିନି ସଂପ୍ରଦାୟ ପରସ୍ପରଠାରୁ ବହୁ ଦୂରରେ ଥିଲେ ଏବଂ ସେମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ କୌଣସି ସଂପର୍କ ନ ଥିଲା । ଏହାସତ୍ତ୍ୱେ ସେମାନେ ସମାନତା ଥିବା ସଂଖ୍ୟା ପ୍ରଣାଳୀ ବିକଶିତ କରିପାରିଥିଲେ । ଐତିହାସିକମାନେ ଆଶ୍ଚର୍ଯ୍ୟ ହୁଅନ୍ତି ଯେ ଏହା କିପରି ଘଟିଲା ?



ଏହାର ଗୋଟିଏ ତତ୍ତ୍ୱ ହୋଇପାରେ ଯେ, ସେହି ତିନୋଟି ସଂପ୍ରଦାୟର ସାଧାରଣ ପୂର୍ବପୁରୁଷ ଥାଇପାରନ୍ତି, ଯେଉଁମାନେ ଏହି ସଂଖ୍ୟା ପ୍ରଣାଳୀ ବ୍ୟବହାର କରୁଥିଲେ ଓ ପରବର୍ତ୍ତୀ ସମୟରେ ସେମାନଙ୍କର ବଂଶଧରମାନେ ଏହିସବୁ ସ୍ଥାନକୁ ସ୍ଥାନାନ୍ତରିତ ହୋଇଥିଲେ ।

ଯଦିଓ ଗୁମୁଲଗାଲର ସଂଖ୍ୟା ପ୍ରଣାଳୀରେ କେବଳ 6 ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ସଂଖ୍ୟାପାଇଁ ସଂଖ୍ୟାନାମ ଥିଲା, କିନ୍ତୁ ସେହି ସଂଖ୍ୟା ପଦ୍ଧତିର ଉତ୍ପତ୍ତି ଅନ୍ୟ ଦୁଇ ସଂପ୍ରଦାୟ ବ୍ୟବହାର କରୁଥିବା ସଂଖ୍ୟା ପ୍ରଣାଳୀ ପରି ହୋଇଥିଲା । ସଂଖ୍ୟାକୁ ଉପସ୍ଥାପନ କରିବା ପାଇଁ ଟାଲି ପ୍ରଣାଳୀ ଅପେକ୍ଷା ଦୁଇ ଦୁଇ କରି ଗଣନା କରିବା (ଯୋଡା ଗଣନା) ଅଧିକ ଫଳପ୍ରଦ ଅଟେ । ବିଭିନ୍ନ ସଂଖ୍ୟାପ୍ରଣାଳୀରୁ ନିଆଯାଇଥିବା ଧାରଣାକୁ ନିମ୍ନମତେ ସାଧାରଣୀକରଣ କରାଯାଇପାରେ । ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟାକୁ ସମୂହ / ଦଳକରି ଗଣନା କରିବା (ଯେପରି ଗୁମୁଲଗାଲ୍ ପ୍ରଣାଳୀରେ 2କୁ ନିଆଯାଇଛି) ଏବଂ ବଡ ସଂଖ୍ୟାକୁ ପରିପ୍ରକାଶ କରିବା ପାଇଁ ଏହି ସମାହାର ସହିତ ଜଡିତ ଶବ୍ଦ କିମ୍ବା ସଙ୍କେତ ବ୍ୟବହାର କରିବା । ବିଭିନ୍ନ ସଂଖ୍ୟା ପ୍ରଣାଳୀରେ ସାଧାରଣତଃ ବ୍ୟବହୃତ କିଛି ସମାହାର ହେଉଛି 2, 5, 10 ଓ 20 । ତୁମେ ରୋମାନ୍ ପ୍ରଣାଳୀରେ 5ରେ (ପାଞ୍ଚ ପାଞ୍ଚ ନେଇ) ଗଣନା କରିବାର ଧାରଣା ପାଇପାରିବ ।

ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସମୂହର ଆକାରରେ ଗଣନା କରିବା ଏବଂ ସଂଖ୍ୟାକୁ ପରିପ୍ରକାଶ କରିବା ପାଇଁ ବ୍ୟବହାର କରିବାର ଏହି ଧାରଣା ସଂଖ୍ୟାପ୍ରଣାଳୀ ବିକାଶର ଇତିହାସରେ ଏକ ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ଉପଲବ୍ଧି ।

ଜିନିଷ / ବସ୍ତୁଗୁଡିକୁ ସମୂହ / ଦଳକରି ଗଣିବାର ଧାରଣା ପଛରେ ଏହି ନିହିତାର୍ଥ ଥାଇପାରେ ଯେ ଜିନିଷର ସମୂହ / ଦଳର ଆକାରକୁ ଗୋଟିଏ ଥର ଲକ୍ଷ୍ୟକରି ସଙ୍ଗେ ସଙ୍ଗେ ସେ ବିଷୟରେ (ପରିମାଣ) ଜାଣିପାରିବା ମନୁଷ୍ୟମାନଙ୍କର ଚିନ୍ତନର ସୀମାର ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ । ଏବେ ତଳ କାର୍ଯ୍ୟଟିକୁ ସମ୍ପାଦନ କରିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କରିବା ।

? ନିମ୍ନଲିଖିତ ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାକ୍ସରେ ଥିବା ବସ୍ତୁର ସଂଖ୍ୟାକୁ ଦ୍ରୁତ ଗଣନା କରିବା ।

ତୁମେ ସମୂହରେ କେତୋଟି ଜିନିଷ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ କେବଳ ଦେଖି (ଗଣନା ନ କରି) ତୁରନ୍ତ ତା'ର ସଂଖ୍ୟା କହିପାରିବ ? ଅଧିକାଂଶ ଲୋକଙ୍କ ପାଇଁ ଥରେ ଲକ୍ଷ୍ୟକରି 5 କିମ୍ବା ଅଧିକ ବସ୍ତୁର ସମୂହକୁ ଗଣନା କରିବା କଷ୍ଟକର ହୋଇଥାଏ ।

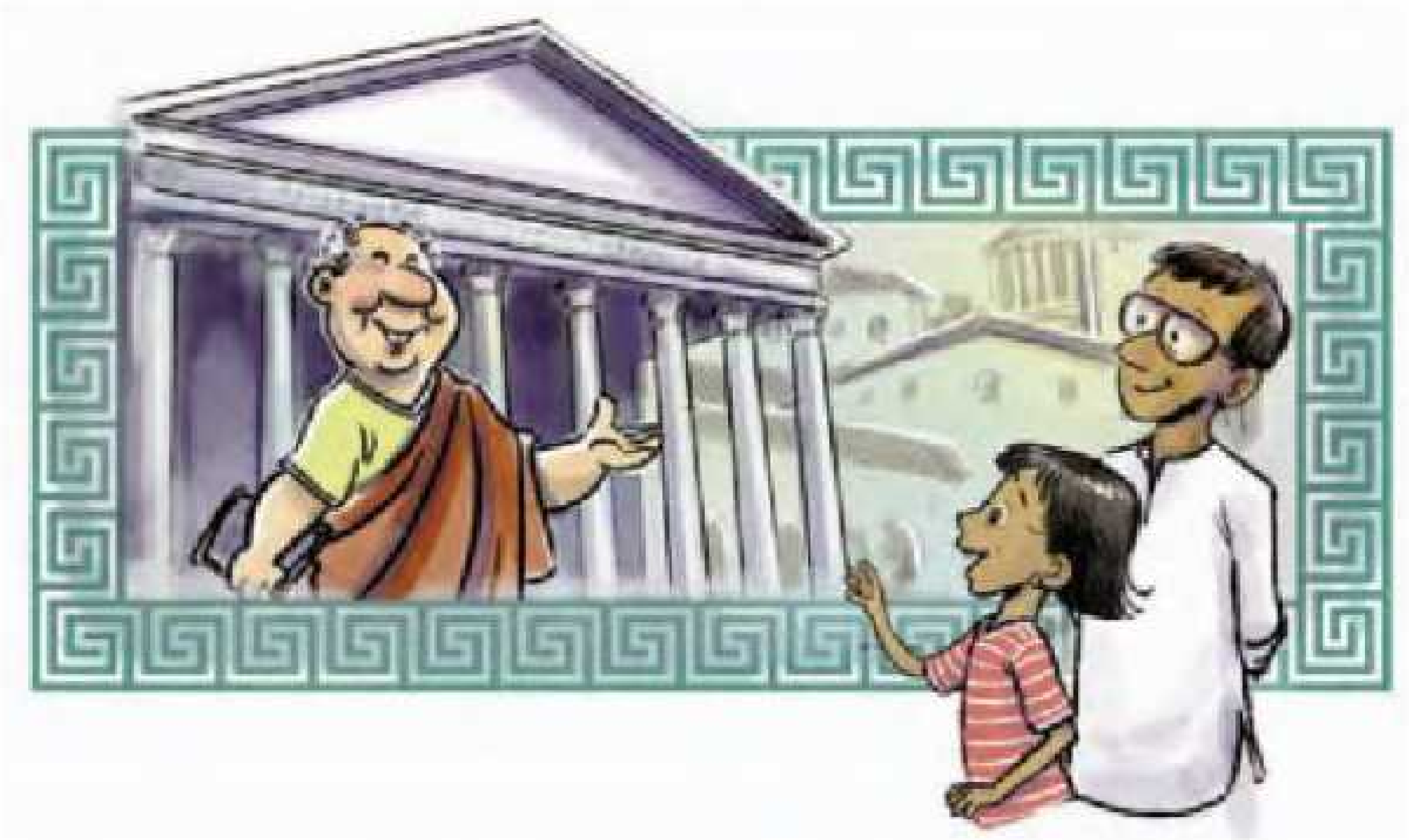
ଏହି ଧାରଣାର ସୀମିତତା ହୁଏତ ଲୋକମାନଙ୍କୁ ଟାଲି ଚିହ୍ନ ବ୍ୟବହାର କରିବା ପାଇଁ ପ୍ରେରଣା ଦେଇଥାଇପାରେ, ଯେଉଁଥିରେ ସାରଣୀରେ ଦର୍ଶାଯାଇଥିବା ପଦ୍ଧତିରେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ସମୂହକୁ (ଧରାଯାଉ 5ଟି ଚିହ୍ନକୁ) ଏକ ନୂତନ ସଙ୍କେତ ସୃଷ୍ଟି କରିବାରେ ସହାୟକ ହୋଇଥାଏ ।

ଗାଣିତିକ୍ କଥାବାର୍ତ୍ତା

? ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା ଆକାରର ସମୂହକୁ ନେଇ ସଂଖ୍ୟା ଗଣିବା ପ୍ରଣାଳୀର ବ୍ୟବହାର ଯୋଗୁଁ କେଉଁ ସବୁ ଅସୁବିଧା ସୃଷ୍ଟି ହୋଇଥିବ ? କେବଳ 5 ର ସମୂହରେ ଗଣନା କରି ତିଆରି ହୋଇଥିବା ସଂଖ୍ୟା ପ୍ରଣାଳୀରେ ତୁମେ 1345କୁ କିପରି ପରିପ୍ରକାଶ କରିବ ?

ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଆକାରର ସମୂହକୁ ନେଇ ଗଣନା କରିବା ଏବଂ ସଂଖ୍ୟାକୁ ପରିପ୍ରକାଶ ପାଇଁ ଏହାକୁ ବ୍ୟବହାର କରିବା ପାଇଁ ଟାଲି ପ୍ରଣାଳୀ ଅଧିକ ଉପଯୁକ୍ତ / ଫଳପ୍ରଦ ହେଲେ ମଧ୍ୟ ଏହି ପ୍ରଣାଳୀରେ ବଡ଼ ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟାକୁ ପରିପ୍ରକାଶ କରିବା କଷ୍ଟଦାୟକ ହୋଇପାରେ । ପରବର୍ତ୍ତୀ ପ୍ରଣାଳୀ ଏହି ଧାରଣାରେ ଅଧିକ ଉନ୍ନତିକୁ ଦର୍ଶାଇଥାଏ ।

IV ରୋମାନ ସଂଖ୍ୟା ପ୍ରଣାଳୀ (The Roman Numerals)



ଆମେ ପୂର୍ବରୁ ସାରଣୀରେ 20 ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ରୋମାନ ସଂଖ୍ୟା ପ୍ରଣାଳୀ ଦେଖିଛୁ ଓ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରୁଛୁ ଯେ ଏହି ପ୍ରଣାଳୀରେ 1 ପାଇଁ I, 5 ପାଇଁ V 10 ପାଇଁ X ବ୍ୟବହାର କରାଯାଇଛି ।

39 ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଯେ କୌଣସି ସଂଖ୍ୟାକୁ ରୋମାନ ସଂଖ୍ୟା ପ୍ରଣାଳୀରେ ଲେଖିବା ପାଇଁ ପ୍ରଥମେ ଏହାକୁ ଯଥାସମ୍ଭବ 10ର ସର୍ବାଧିକ ଗୁଣିତକରେ, ଅବଶିଷ୍ଟାଂଶକୁ ଯଥାସମ୍ଭବ ଅଧିକ 5ର ଗୁଣିତକରେ ହିସାବ କରାଯାଏ ଏବଂ ଶେଷରେ ଅବଶିଷ୍ଟାଂଶକୁ 1 ର ଗୁଣିତକରେ ଦଳଭୁକ୍ତ କରାଯାଏ ।

ଉଦାହରଣ : ଆମେ 27 ସଂଖ୍ୟାଟିକୁ ନେବା $27 = 10+10+5+1+1$

ତେଣୁ ରୋମାନ୍ ସଂଖ୍ୟା ପ୍ରଣାଳୀରେ 27 ସଂଖ୍ୟାଟି ହେଉଛି XXVII, 50 କୁ XXXXX ରୂପେ ଉପସ୍ଥାପନ କରାଯିବା ପରିବର୍ତ୍ତେ ଏହାକୁ ଏକ ନୂଆ ସଂକେତ L ଦ୍ୱାରା ଦର୍ଶାଯାଇଛି । ଯେପରି 4 ହେଉଛି 5 ଠାରୁ କମ୍ ଓ ଏହାକୁ IV ବୋଲି ଲେଖାଯାଏ, ସେହିପରି 40 ହେଉଛି 50 ରୁ କମ୍, ଯାହାକୁ XL ଭାବେ ପରିପ୍ରକାଶ କରାଯାଏ । ତେବେ ଏହି ପ୍ରଣାଳୀ ବ୍ୟବହାର କରୁଥିବା ଲୋକମାନେ ସର୍ବଦା ଏହି ଅଭ୍ୟାସ ସହ ପରିଚିତ ନଥିଲେ । ବେଳେବେଳେ 40 କୁ ସେମାନେ XXXX ଭାବରେ ମଧ୍ୟ ପ୍ରକାଶ କରୁଥିଲେ ।

ରୋମାନ୍ ସଂଖ୍ୟା ପ୍ରଣାଳୀରେ କେତେକ ବଡ ସଂଖ୍ୟାକୁ ପରିପ୍ରକାଶ କରିବା ପାଇଁ ନୂଆନୂଆ ସଂକେତ ବ୍ୟବହାର କରାଗଲା ।

I	V	X	L	C	D	M
1	5	10	50	100	500	1,000

"ଯେଉଁ ସଂଖ୍ୟା ପାଇଁ ରୋମାନ୍ ପ୍ରଣାଳୀରେ ନୂଆ ସଂକେତଗୁଡ଼ିକ ବ୍ୟବହାର ହୋଇଛି ସେଗୁଡ଼ିକୁ ମାର୍ଗଦର୍ଶୀ ସଂଖ୍ୟା କୁହାଯାଏ । ଏଠାରେ କେତେକ ମାର୍ଗଦଶୀର ସଂଖ୍ୟା ଦିଆଯାଇଛି । ଏହି ସଂକେତଗୁଡ଼ିକ ଅନ୍ୟ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ସୂଚାଇବା ପାଇଁ, ମଧ୍ୟ ବ୍ୟବହୃତ ହୋଇପାରନ୍ତି । ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ, 2367 ସଂଖ୍ୟାଟିକୁ ବିଚାର କରିବା ଏହାକୁ 1000 ରୁ ଆରମ୍ଭ କରି ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କର ଯୋଗଫଳ ରୂପେ, ଯେପରିକି ଯେତେ ସମ୍ଭବ 1000, 500 ଏବଂ ଅନ୍ୟାନ୍ୟ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ନେବା । ଆମେ ପାଇବା :

$2367 = 1000 + 1000 + 100 + 100 + 100 + 50 + 10 + 5 + 1 + 1$

ତେଣୁ ରୋମାନ ପ୍ରଣାଳୀରେ 2367ର ସଂଖ୍ୟା ସୂଚକ ହେଉଛି MMCCCLXVII

? ନିଜେ କରି ଦେଖ :

1. ନିମ୍ନଲିଖିତ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡିକୁ ରୋମାନ୍ ପ୍ରଣାଳୀରେ ପରିପ୍ରକାଶ କର ।

(i) 1222 (ii) 2999 (iii) 302 (iv) 715

ଆମେ ଦେଖିଥିବା ପୂର୍ବ ସଂଖ୍ୟା ପ୍ରଣାଳୀ ତୁଳନାରେ ଏହି ରୋମାନ ପ୍ରଣାଳୀ କେତେ ପ୍ରଭାବଶାଳୀ, ତାହା ଆମେ ଦେଖିଛୁ । ଏହି ପ୍ରଣାଳୀ ପ୍ରାଚୀନ ଗ୍ରୀକ୍ ସଂଖ୍ୟା ପଦ୍ଧତିରୁ ପ୍ରାୟ ଖ୍ରୀଷ୍ଟପୂର୍ବ ୪ମ ଶତାବ୍ଦୀରେ ରୋମ୍‌ରେ ବିକଶିତ ହେବା ପରି ମନେହୁଏ ଏବଂ ସମୟକ୍ରମେ ଅଧିକ ପରିପୁଷ୍ଟ ହୋଇଥିବାର ଜଣାଯାଏ । ରୋମ ସାମ୍ରାଜ୍ୟର ବିସ୍ତାର ସହିତ ଏହା ସମଗ୍ର ଇଉରୋପରେ ପ୍ରସାରଲାଭ କରିଥିଲା ।

ଏହି ପଦ୍ଧତିର ସଫଳ କାର୍ଯ୍ୟଦକ୍ଷତା କେବଳ ଗୋଟିଏ ସମୂହ ଆକାରକୁ ନେଇ ଦଳଭୁକ୍ତ କରିବା ଯୋଗୁଁ ନୁହେଁ, ବରଂ ସମୂହର ଆକାରର କ୍ରମ ଯୋଗୁ ସୃଷ୍ଟି ହୋଇଥାଏ । ପଥପ୍ରଦର୍ଶକ ସଂଖ୍ୟା ଓ ସେଗୁଡିକୁ ବଡ଼ସଂଖ୍ୟା ସମୂହ ପରିପ୍ରକାଶ କରିବାରେ ସୁବିଧା ଯୋଗୁ ହୋଇଥାଏ । ଏହି ଧାରଣା ହେଉଛି ପରବର୍ତ୍ତୀ ସମୟରେ ସଂଖ୍ୟା ପ୍ରଣାଳୀ ଅଭ୍ୟୁଦୟର ଇତିହାସ ପାଇଁ ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ସଫଳତା ।

ରୋମାନ ସଂଖ୍ୟା ପ୍ରଣାଳୀର ତୁଳନାତ୍ମକ ସଫଳତା ସତ୍ତ୍ୱେ, ଏହାଦ୍ୱାରା ଗୁଣନ ଓ ଭାଗକ୍ରିୟା ଭଳି ଗାଣିତିକ ପ୍ରକ୍ରିୟା ସମ୍ପାଦନ କରିବା ସହଜ ହୋଇନଥିଲା ।

? **ଉଦାହରଣ :** ନିମ୍ନଲିଖିତ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡିକୁ ହିନ୍ଦୁସଂଖ୍ୟାକୁ ପରିବର୍ତ୍ତନ ନ କରି ଯୋଗ କରିବାକୁ ଚେଷ୍ଟାକର ।

(a) CCXXXII + CCCCXIII

ଆମେ ମୋଟ I, X ଏବଂ C ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ଏବଂ ସେଗୁଡିକ ବୃହତ୍ତମ ସଂଖ୍ୟାରୁ ଆରମ୍ଭ କରି ଦଳଭୁକ୍ତ କରିବା । C ସବୁଠାରୁ ବଡ ସଂଖ୍ୟା ପରି ଦେଖାଯାଉଛି, କିନ୍ତୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର 5ଟି C (100)ରେ ଗୋଟିଏ D(500) ହୋଇଥାଏ । ତେଣୁ ଯୋଗଫଳଟି ହେଉଛି

D
CCXXXII
CCCCXIII

XL V
DC XXX II = DCXLV
X III

ବର୍ତ୍ତମାନ ଏହାକୁ ସମାଧାନ କର :

ଚେଷ୍ଟା କର

(b) LXXXVII + LXXVIII

? ରୋମାନ ପ୍ରଣାଳୀରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟାକୁ ହିନ୍ଦୁ ସଂଖ୍ୟାରେ ପରିବର୍ତ୍ତନ ନ କରି ତୁମେ କିପରି ଗୁଣନ କରିବ ? ନିମ୍ନଲିଖିତ ମାର୍ଗଦର୍ଶୀ ସଂଖ୍ୟା ଯୋଡିଗୁଡିକର ଗୁଣଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କର :

V × L,   L × D,   V × D,   VII × IX

ରୋମାନ ପ୍ରଣାଳୀ ବ୍ୟବହାର କରୁଥିବା ଲୋକମାନେ ଗାଣିତିକ ପ୍ରକ୍ରିୟା ସମ୍ପାଦନ କରିବା ପାଇଁ **ଆବାକସ୍** ନାମକ ଏକ ଗଣନ ଉପକରଣ ବ୍ୟବହାର କରୁଥିଲେ । ପରବର୍ତ୍ତୀ ବିଭାଗରେ ଏହା କ'ଣ ଆମେ ଜାଣିବା । ତେବେ କେବଳ ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ଭାବେ ପୂର୍ବ ବର୍ଣ୍ଣିତ ସଂଖ୍ୟା ପ୍ରଣାଳୀଗୁଡ଼ିକୁ ନେଇ କାର୍ଯ୍ୟ କଲାବେଳେ ଏପରି ବିଚାର କରାଯିବା ଉଚିତ୍ ନୁହେଁ ଯେ, ଇତିହାସର ସମୟାନୁକ୍ରମେ ସୃଷ୍ଟି ହୋଇଥିବା ଏକ ସଂଖ୍ୟା ପ୍ରଣାଳୀ ତା'ର ପୂର୍ବ ପ୍ରଣାଳୀ ଠାରୁ ଉନ୍ନତ ବା ଭଲ । ପରବର୍ତ୍ତୀ ବିଭାଗଗୁଡ଼ିକରେ ଥିବା ସଂଖ୍ୟା ପ୍ରଣାଳୀଗୁଡ଼ିକର ଅଧ୍ୟୟନ ବେଳେ ମଧ୍ୟ ଏହି କଥାକୁ ମନେ ରଖିବାକୁ ହେବ ।

? ନିଜେ କରି ଦେଖ

1 ପ୍ରଶାନ୍ତ ମହାସାଗରୀୟ ଦ୍ୱୀପର ଏକ ଆଦିବାସୀ ସଂପ୍ରଦାୟ ବିଭିନ୍ନ ବସ୍ତୁକୁ ଜାଣିବା ପାଇଁ ଭିନ୍ନଭିନ୍ନ ସଂଖ୍ୟାନାମର କ୍ରମକୁ ବ୍ୟବହାର କରୁଥିଲେ । ତେବେ ଚିନ୍ତା କରି କହ, ସେମାନେ କାହିଁକି ଏପରି କରୁଥିଲେ ?

ଗାଣିତିକ୍ କଥାବାର୍ତ୍ତା

2 2 ର ସମୂହ ନେଇ ଗଣନା କରିବା ଉପାୟକୁ ବ୍ୟବହାର କରି 6 ରୁ ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଗୁମୁଲଗାଲ ସଂଖ୍ୟା ପ୍ରଣାଳୀରେ ଆଗକୁ ବଢ଼ାଇବାକୁ ଚେଷ୍ଟାକର । ଏହି ପ୍ରଣାଳୀରେ ଥିବା ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକରେ ବିଭିନ୍ନ ଗାଣିତିକ ପ୍ରକ୍ରିୟା (+, −, ×, ÷) ସଂପାଦନ କରିବା ପାଇଁ ଉପାୟଗୁଡ଼ିକ ସ୍ଥିର କର (ହିନ୍ଦୁ ସଂଖ୍ୟାସୂଚକ ବ୍ୟବହାର ନ କରି) ।

ଗାଣିତିକ୍ କଥାବାର୍ତ୍ତା

ନିମ୍ନଲିଖିତଗୁଡ଼ିକୁ ମୂଲ୍ୟାୟନ କରିବାରେ ଏହାକୁ ବ୍ୟବହାର କର :

(i) (ଉକାସର-ଉକାସର-ଉକାସର-ଉକାସର-ଉରାପୋନ) + (ଉକାସର - ଉକାସର - ଉକାସର - ଉରାପୋନ)

(ii) (ଉକାସର - ଉକାସର - ଉକାସର - ଉକାସର - ଉରାପୋନ) – (ଉକାସର - ଉକାସର - ଉକାସର)

(iii) (ଉକାସର - ଉକାସର - ଉକାସର - ଉକାସର - ଉରାପୋନ) × (ଉକାସର - ଉକାସର)

(iv) (ଉକାସର - ଉକାସର - ଉକାସର - ଉକାସର - ଉକାସର - ଉକାସର - ଉକାସର - ଉକାସର) ÷ (ଉକାସର - ଉକାସର)

3. ହିନ୍ଦୁ ସଂଖ୍ୟା ପ୍ରଣାଳୀର ଯେଉଁ ବୈଶିଷ୍ଟ୍ୟଗୁଡ଼ିକ ରୋମାନ୍ ସଂଖ୍ୟା ପ୍ରଣାଳୀ ତୁଳନାରେ ଅଧିକ ଫଳପ୍ରଦ ବୋଲି ଭାବୁଛ, ସେଗୁଡ଼ିକୁ ଚିହ୍ନଟ କର ।

4. ଏହି ବିଭାଗରେ ଆଲୋଚନା କରାଯାଇଥିବା ଧାରଣାଗୁଡ଼ିକୁ ବ୍ୟବହାର କରି ତୁମେ ପୂର୍ବରୁ ସୃଷ୍ଟି କରିପାରିଥିବା ସଂଖ୍ୟା ପ୍ରଣାଳୀକୁ ଅଧିକ ସୁନ୍ଦର ବା ପରିମାର୍ଜିତ କରିବାକୁ ଚେଷ୍ଟାକର ।

ଗାଣିତିକ୍ କଥାବାର୍ତ୍ତା

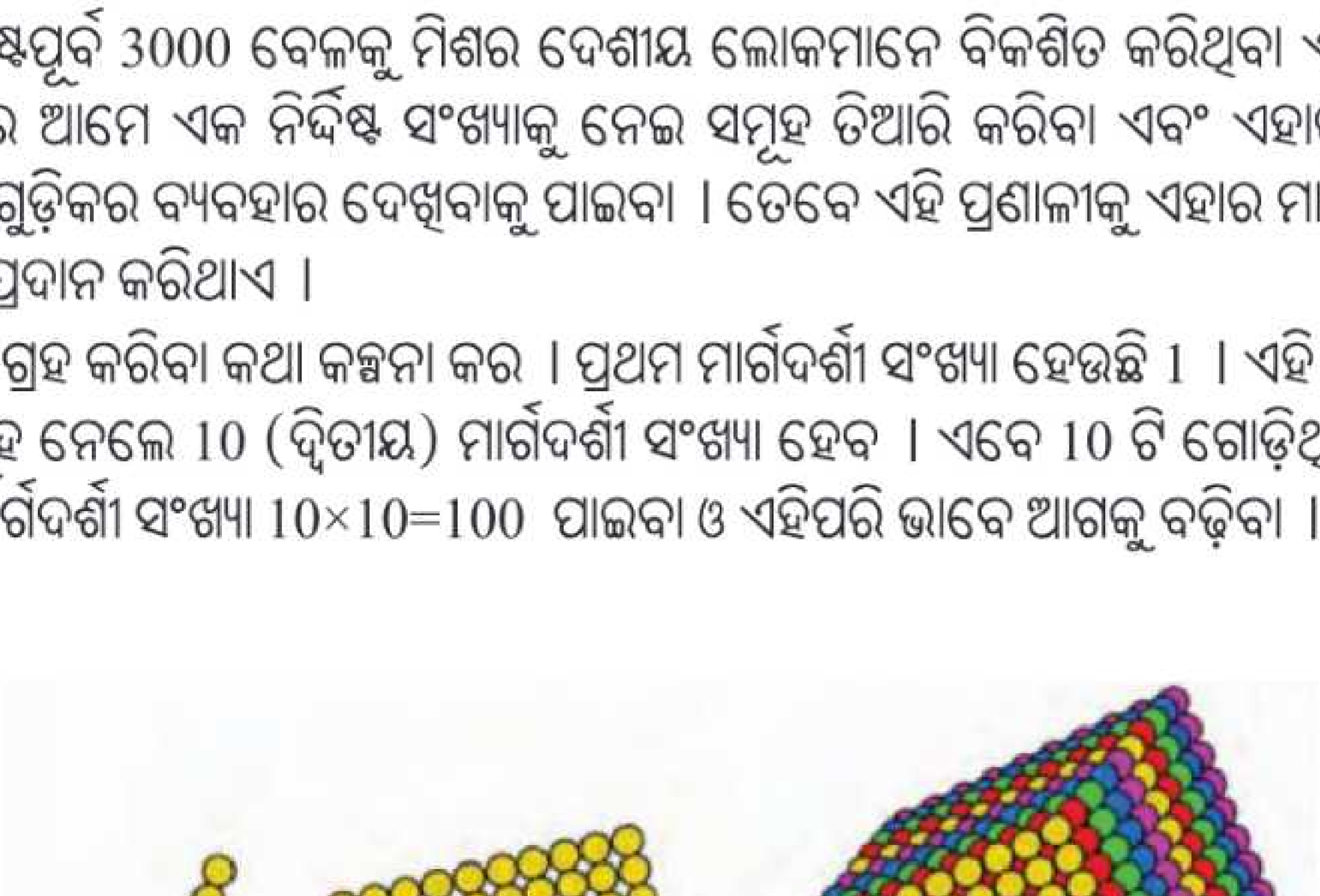
ଚେଷ୍ଟା କର

3.3 ଆଧାରର ଧାରଣା (The Idea of a Base)

1. ମିଶରୀୟ ସଂଖ୍ୟାପ୍ରଣାଳୀ (The Egyptian Number System)

ଏବେ ଆମେ ଖ୍ରୀଷ୍ଟପୂର୍ବ 3000 ବେଳକୁ ମିଶର ଦେଶୀୟ ଲୋକମାନେ ବିକଶିତ କରିଥିବା ଏକ ସଂଖ୍ୟା ପ୍ରଣାଳୀକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରିବା । ଏଥିରେ ଆମେ ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟାକୁ ନେଇ ସମୂହ ତିଆରି କରିବା ଏବଂ ଏହାକୁ ପରିପ୍ରକାଶ କରିବା ପାଇଁ ମାର୍ଗଦର୍ଶୀ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକର ବ୍ୟବହାର ଦେଖିବାକୁ ପାଇବା । ତେବେ ଏହି ପ୍ରଣାଳୀକୁ ଏହାର ମାର୍ଗଦର୍ଶୀ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକର କ୍ରମ ଅଧିକ ବୈଶିଷ୍ଟ୍ୟ ପ୍ରଦାନ କରିଥାଏ ।

ଗୋଡ଼ି ସଂଗ୍ରହ କରିବା କଥା କଳ୍ପନା କର । ପ୍ରଥମ ମାର୍ଗଦର୍ଶୀ ସଂଖ୍ୟା ହେଉଛି 1 । ଏହି ମାର୍ଗଦର୍ଶୀ ସଂଖ୍ୟା (1)ର 10 ଟି ସଂଗ୍ରହର ସମୂହ ନେଲେ 10 (ଦ୍ୱିତୀୟ) ମାର୍ଗଦର୍ଶୀ ସଂଖ୍ୟା ହେବ । ଏବେ 10 ଟି ଗୋଡ଼ିଥିବା ସମୂହରୁ 10 ଟି ନେଲେ ଆମେ ତୃତୀୟ ମାର୍ଗଦର୍ଶୀ ସଂଖ୍ୟା $10 \times 10 = 100$ ପାଇବା ଓ ଏହିପରି ଭାବେ ଆଗକୁ ବଢ଼ିବା ।



ପ୍ରତ୍ୟେକ ମାର୍ଗଦର୍ଶୀ ସଂଖ୍ୟା ପୂର୍ବ ମାର୍ଗଦର୍ଶୀ ସଂଖ୍ୟାର ଦଶ ଗୁଣ ଅଟେ । ଯେହେତୁ 1 ହେଉଛି ପ୍ରଥମ ମାର୍ଗଦର୍ଶୀ ସଂଖ୍ୟା, ସେଗୁଡ଼ିକ ସବୁ 10 ର ଘାତ ଅଟନ୍ତି । ଏହି ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ପାଇଁ ନିମ୍ନଲିଖିତ ସଙ୍କେତଗୁଡ଼ିକ ଦିଆଯାଇଛି ।

1   10 10^2 10^3 10^4 10^5 10^6 10^7

ରୋମାନ ସଂଖ୍ୟା ପ୍ରଣାଳୀ ପରି, ଏଥିରେ ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟାକୁ ମାର୍ଗଦର୍ଶୀ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକର ସମୂହ / ଦଳ ମାଧ୍ୟମରେ ଗଣନା କରାଯାଏ, ଯାହା ପ୍ରଦତ୍ତ ସଂଖ୍ୟାଠାରୁ ଛୋଟ, କିନ୍ତୁ ସବୁଠାରୁ ବଡ଼ ମାର୍ଗଦର୍ଶୀ ସଂଖ୍ୟାରୁ ଆରମ୍ଭ ହୋଇ ଅନ୍ୟ ମାର୍ଗଦର୍ଶୀ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ହିସାବକୁ ନିଆଯାଇଥାଏ । ଏହାପରେ ସଂଖ୍ୟା ସୂଚକ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ପାଇଁ ଏହା ବ୍ୟବହୃତ ହୁଏ ।

ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ, 324 କୁ 100 +100 + 100 +10 + 10 + 4 ଭାବେ ଲେଖାଯାଏ, ଯାହା ମିଶରୀୟ ପ୍ରଣାଳୀରେ

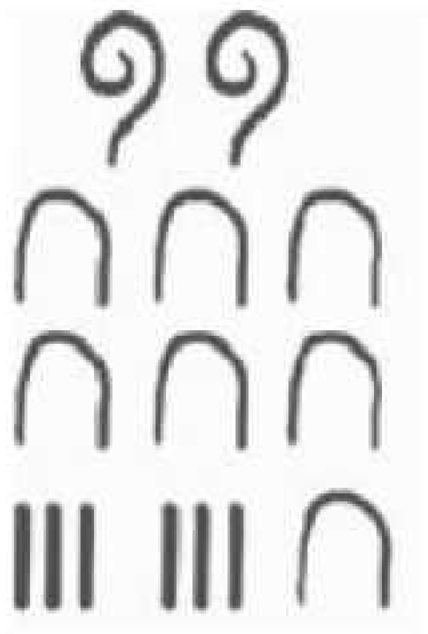
 ଭାବେ ଲେଖାଯାଏ ।

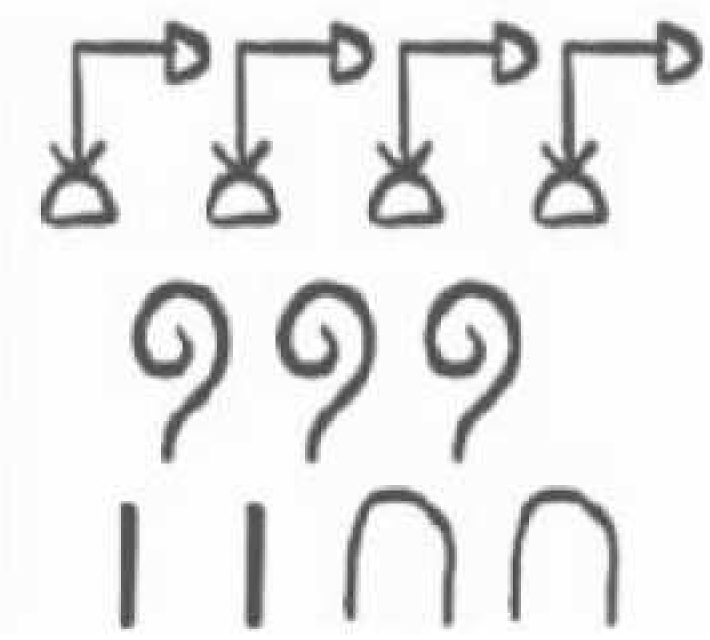
? ନିଜେ କରି ଦେଖ –

1. ନିମ୍ନଲିଖିତ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ମିଶରୀୟ ସଂଖ୍ୟା ପ୍ରଣାଳୀରେ ପରିପ୍ରକାଶ କର ।

   1023, 2660, 784, 1111, 70507

2. ନିମ୍ନ ସଂଖ୍ୟା ସୂଚକ କେଉଁ ସଂଖ୍ୟାକୁ ବୁଝାଏ ?

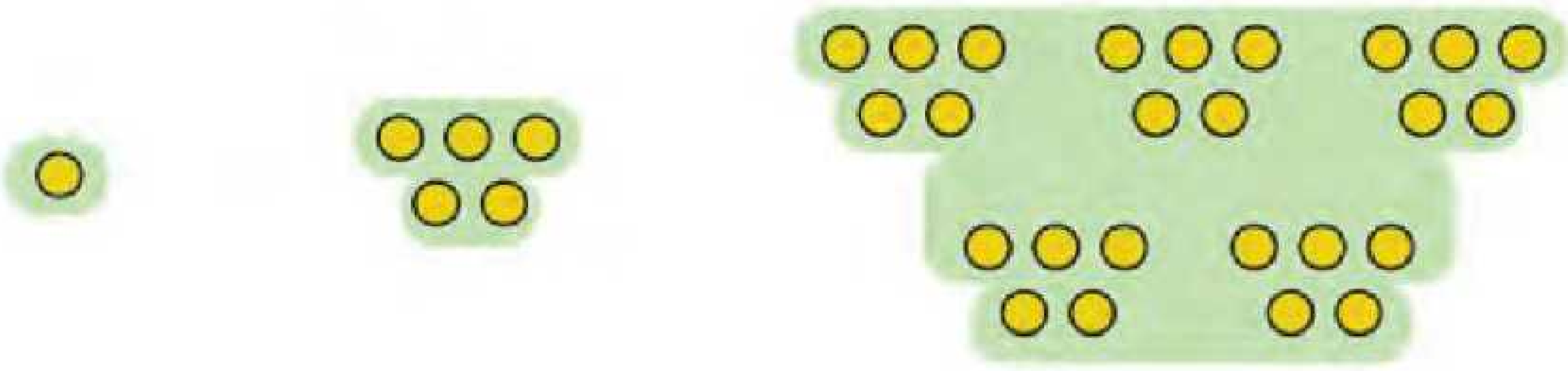
(i) 

(ii) 

II ମିଶରୀୟ ସଂଖ୍ୟା ପ୍ରଣାଳୀର ବିବିଧତା ଏବଂ ଆଧାର ବିଷୟରେ ଧାରଣା (Variations on the Egyptian System and the Notion of Base)

? ପୂର୍ବ ମାର୍ଗଦର୍ଶୀ ସଂଖ୍ୟାର ସମାନ 10 ଟି ସମୂହକୁ ଏକାଠି କରିବା ପରିବର୍ତ୍ତେ (ମିଶରୀୟ ପ୍ରଣାଳୀରେ କରାଯାଇଥିବା ଭଳି), ପୂର୍ବ ମାର୍ଗଦର୍ଶୀ ସଂଖ୍ୟାର ସମାନ 5 ଟି ସମୂହକୁ ଏକାଠି କରି ଆମେ ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟାପ୍ରଣାଳୀ ପାଇପାରିବା କି ? ଏହି 5 ସମୂହକୁ ଯେ କୌଣସି ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ବଦଳରେ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଇ ପାରିବ କି ?

ଆସ, ଆମେ ଏହି ସମ୍ଭାବନାକୁ ପରୀକ୍ଷା କରିବା । ମନେକରାଯାଉ 1 ହେଉଛି ପ୍ରଥମ ମାର୍ଗଦର୍ଶୀ ସଂଖ୍ୟା । ପୂର୍ବ ମାର୍ଗଦର୍ଶୀ ସଂଖ୍ୟା (1) ର 5 ଟି ସମୂହକୁ ଏକାଠି କର । ଏବେ ମିଳିଥିବା ଆକାରର ଦ୍ୱିତୀୟ ମାର୍ଗଦର୍ଶୀ ସଂଖ୍ୟା 5 ହେଉ । ପୂର୍ବ ମାର୍ଗଦର୍ଶୀ ସଂଖ୍ୟା (5) ର 5 ଟି ସମୂହକୁ ଏକାଠି କର । ଏହାର ଆକାରର ତୃତୀୟ ମାର୍ଗଦର୍ଶୀ ସଂଖ୍ୟା $5 \times 5 = 25$ ହେଉ । ଏବେ ମାର୍ଗଦର୍ଶୀ ସଂଖ୍ୟା (25) ର 5 ଟି ସମୂହକୁ ଏକାଠି କର । ଆମେ ଚତୁର୍ଥ ମାର୍ଗଦର୍ଶୀ ସଂଖ୍ୟା $5 \times 25 = 125$ ପାଇବା ।



ଅର୍ଥାତ୍ ଏକ ନୂତକ ସଂଖ୍ୟା ପ୍ରଣାଳୀ ମିଳିବ, ଯେଉଁଥିରେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ମାର୍ଗଦର୍ଶୀ ସଂଖ୍ୟା ପୂର୍ବ ମାର୍ଗଦର୍ଶୀ ସଂଖ୍ୟାର 5 ଗୁଣ ଅଟେ । ଯେହେତୁ ପ୍ରଥମ ମାର୍ଗଦର୍ଶୀ ସଂଖ୍ୟା 1, ତେଣୁ ସେଗୁଡିକ ସମସ୍ତେ 5 ର ଘାତ ସଂଖ୍ୟା ଅଟନ୍ତି ।

$5^0 = 1$ $\quad 5^1 = 5$ $\quad 5^2 = 25$ $\quad 5^3 = 125$ $\quad 5^4 = 625$ $\quad 5^5 = 3125$

? ଏହି ନୂତନ ପ୍ରଣାଳୀରେ 143 କୁ ପରିପ୍ରକାଶ କର ।

143 ଠାରୁ ସାନ ହୋଇଥିବା ସବୁଠାରୁ ବଡ ମାର୍ଗଦର୍ଶୀ ସଂଖ୍ୟା $5^3 = 125$

125 ଠାରୁ ଆରମ୍ଭ କରି ଆମେ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କୁ ସମୂହରେ ପରିଣତ କରିବା ।

ଆମ ପାଇବା $143 = 125 + 5 + 5 + 5 + 1 + 1 + 1$ ତେଣୁ ନୂତନ ସଂଖ୍ୟାପ୍ରଣାଳୀରେ 143 ସଂଖ୍ୟାଟି ହେଉଛି ।

○□□□△△△

ମାର୍ଗଦର୍ଶୀ ସଂଖ୍ୟାଥିବା ସଂଖ୍ୟା ପ୍ରଣାଳୀ ଯେଉଁଥିରେ –

(a) ପ୍ରଥମ ମାର୍ଗଦର୍ଶୀ 1 ଅଟେ ଏବଂ

(b) ପ୍ରତ୍ୟେକ ପରବର୍ତ୍ତୀ ମାର୍ଗଦର୍ଶୀ ସଂଖ୍ୟା, ବର୍ତ୍ତମାନର ମାର୍ଗଦର୍ଶୀ ସଂଖ୍ୟାରେ n–ଆଧାର ବିଶିଷ୍ଟ କିଛି ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା (n) ଗୁଣନ କରାଗଲେ ମିଳିବ, ତାହାକୁ **n –ଆଧାର** ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା ପ୍ରଣାଳୀ କୁହାଯାଏ ।

ମିଶରୀୟ ସଂଖ୍ୟା ପ୍ରଣାଳୀ ହେଉଛି 10 ଆଧାର ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା ପ୍ରଣାଳୀ ଏବଂ ଆମେ ଏଠାରେ ଯେଉଁ ସଂଖ୍ୟା ପ୍ରଣାଳୀ ସୃଷ୍ଟି କରିଛୁ, ତାହା 5 ଆଧାର ବିଶିଷ୍ଟ ପ୍ରଣାଳୀ । ଗୋଟିଏ 10 ଆଧାର ବିଶିଷ୍ଟ ପ୍ରଣାଳୀକୁ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା ପ୍ରଣାଳୀ ମଧ୍ୟ କୁହାଯାଏ ।

? ନିଜେ କରି ଦେଖ

1. ସାରଣୀ – 2 ରେ ଥିବା ସଂକେତଗୁଡ଼ିକୁ ବ୍ୟବହାର କରି ନିମ୍ନ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡିକୁ 5 ଆଧାର ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା ପ୍ରଣାଳୀରେ ଲେଖ । 15, 50, 137, 293, 651
2. ସେହି ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରେ ଏପରି କୌଣସି ସଂଖ୍ୟା ଅଛି କି, ଯାହାକୁ 5 ଆଧାର ବିଶିଷ୍ଟ ପ୍ରଣାଳୀରେ ପରିପ୍ରକାଶ କରାଯାଇ ପାରିବ ନାହିଁ ? ଯଦି ହଁ କାହିଁକି, ଯଦି ନା କାହିଁକି ନୁହେଁ ?
3. ଗୋଟିଏ 7 – ଆଧାର ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା ପ୍ରଣାଳୀରେ ମାର୍ଗଦର୍ଶୀ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡିକ ସ୍ଥିର କର ।

ସାଧାରଣତଃ n–ଆଧାର ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା ପଦ୍ଧତିର ମାର୍ଗଦର୍ଶୀ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ କେତେ ହେବ ସ୍ଥିର କର ।

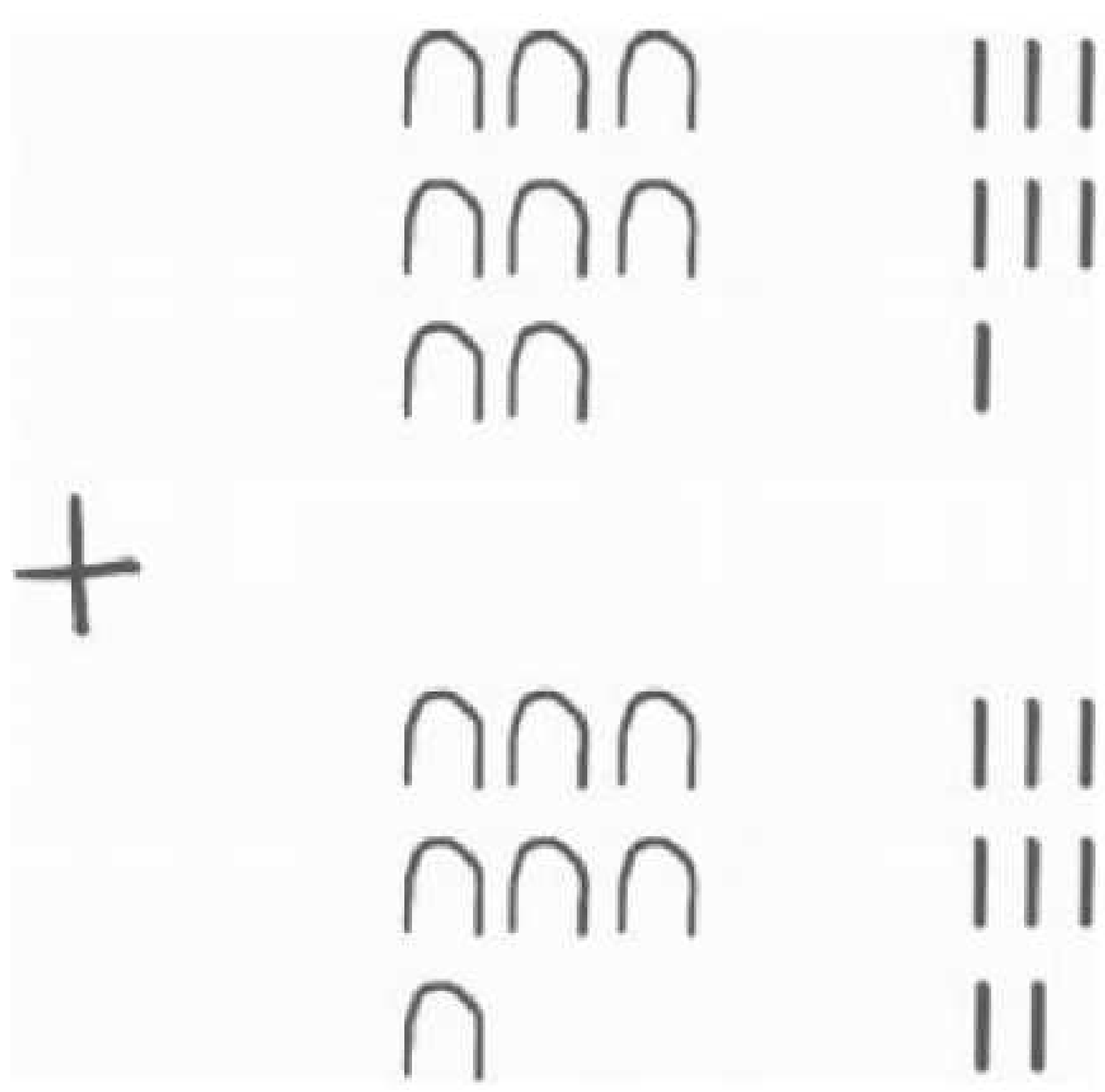
n- ଆଧାର ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା ପ୍ରଣାଳୀରେ ମାର୍ଗଦର୍ଶୀ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ 'n' ର ଘାତ ସଂଖ୍ୟା $n^0 = 1, n, n^2, n^3, ...$ ।

n- ଆଧାର ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା ପ୍ରଣାଳୀର ସୁବିଧା

ଏହି ସଂଖ୍ୟାର ସମସ୍ତ ଘାତ ବିଶିଷ୍ଟ ମାର୍ଗଦର୍ଶୀ ସଂଖ୍ୟା ରହିଲେ କ'ଣ ସୁବିଧା ହୋଇଥାଏ ?

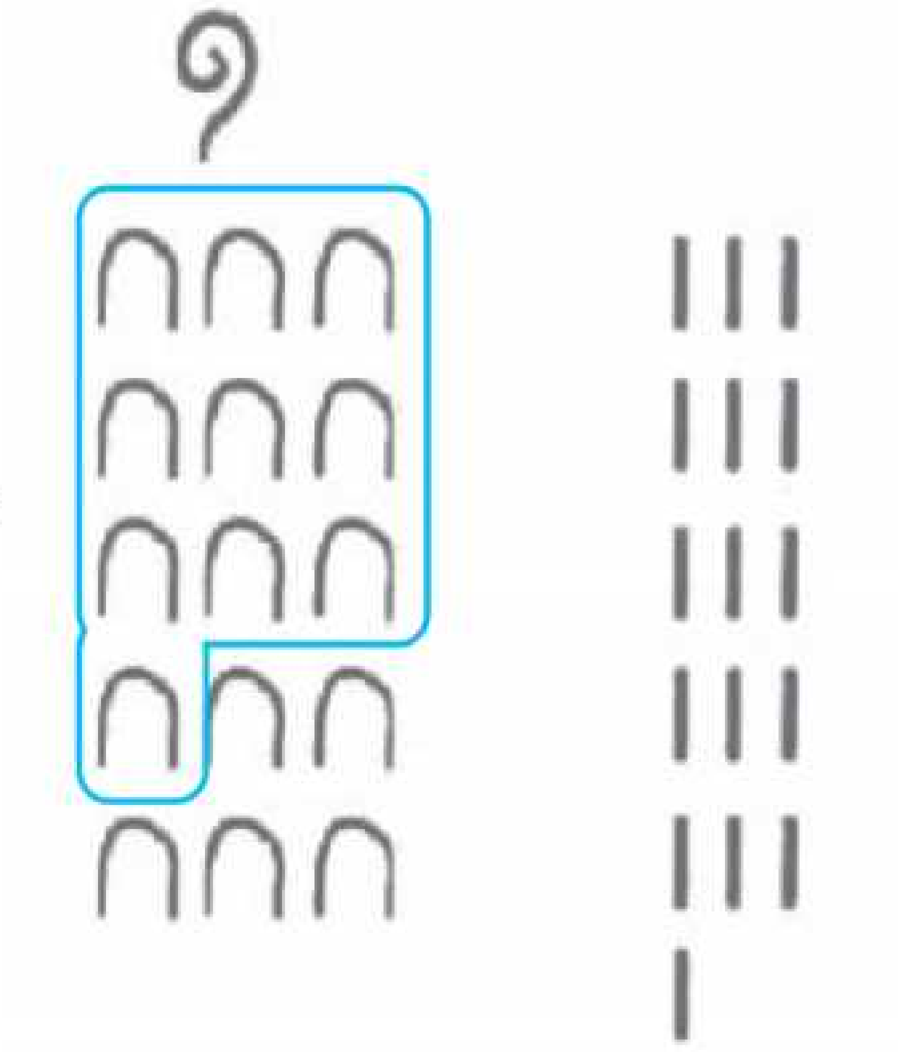
ଏହାକୁ ବୁଝିବା ପାଇଁ ଆସ ସେଗୁଡିକୁ ବ୍ୟବହାର କରି ଆମେ କେତେକ ଗାଣିତିକ ପ୍ରକ୍ରିୟା ସଂପାଦନ କରିବା ।

? **ଉଦାହରଣ :** ନିମ୍ନଲିଖିତ ମିଶରୀୟ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡିକୁ ଯୋଗକର :



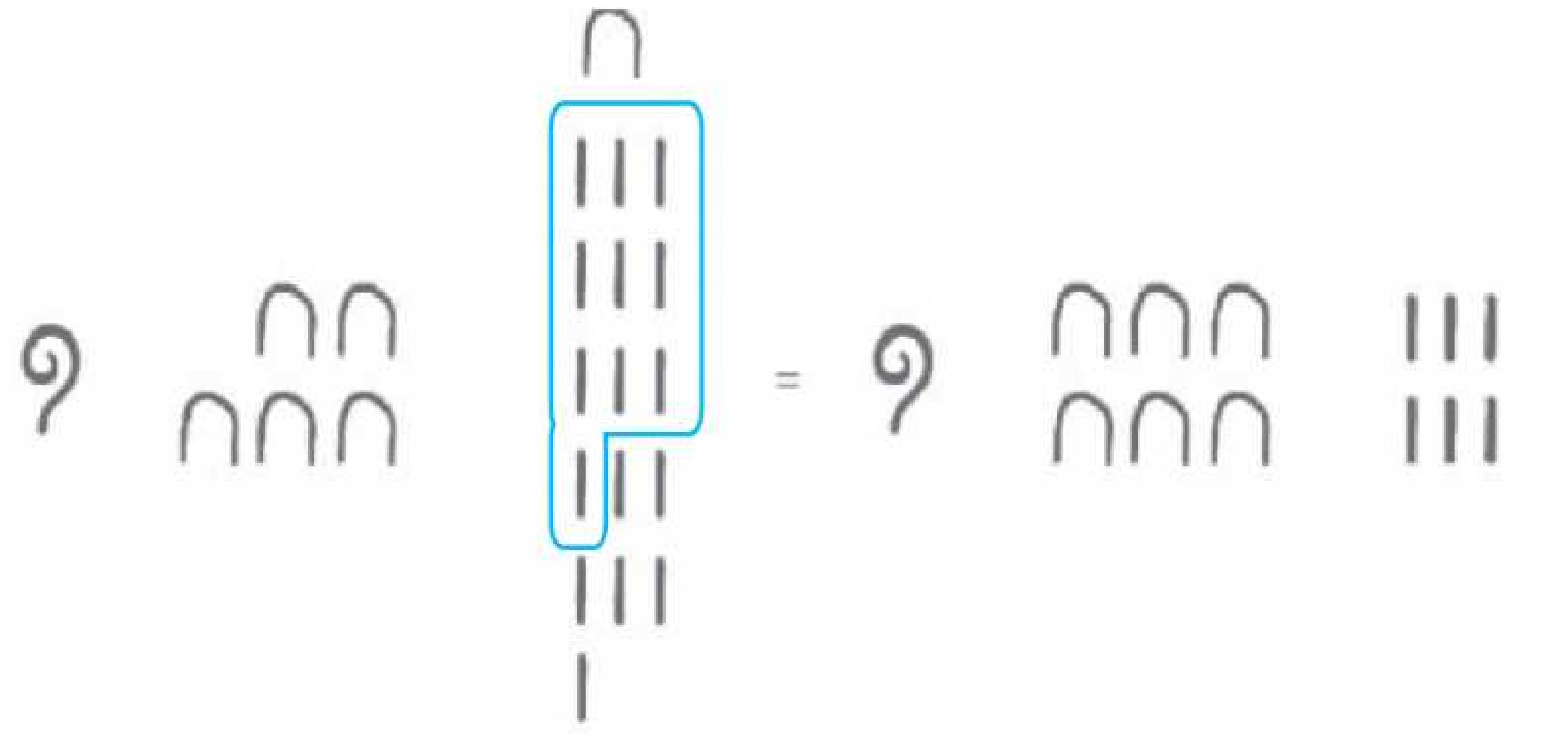
ଆମେ I ଏବଂ ∩ ର ମୋଟ ସଂଖ୍ୟା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ଏବଂ ସବୁଠାରୁ ବଡ ମାର୍ଗଦର୍ଶୀ ସଂଖ୍ୟାରୁ ଆରମ୍ଭ କରି ସେଗୁଡିକୁ ସମୂହଭୁକ୍ତ କରିବା । ଏଠାରେ ମୋଟ ହେଉଛି 15 ଟି ∩ ଏବଂ 15 ଟି । ଅଛନ୍ତି । ଯେହେତୁ 10 ର ପରବର୍ତ୍ତୀ ମାର୍ଗଦର୍ଶୀ ସଂଖ୍ୟା ହେଉଛି ୭, ତେଣୁ ପ୍ରଦର୍ଶନ ସଂଖ୍ୟା ଯୋଗ କରିବାକୁ ନିମ୍ନ ପରି ଆଉଥରେ ଦଳଭୁକ୍ତ କରାଯାଇ ପାରିବ ।

ଯୋଗଫଳ =



ଯେହେତୁ 10 ଟି 1 କୁ ∩ ଲେଖାଯାଇପାରିବ, ତେଣୁ ଆମେ ପାଇବା

ଯୋଗଫଳ =



? ନିଜେ କରି ଦେଖ

1. ନିମ୍ନ ମିଶରୀୟ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ଯୋଗକର ।

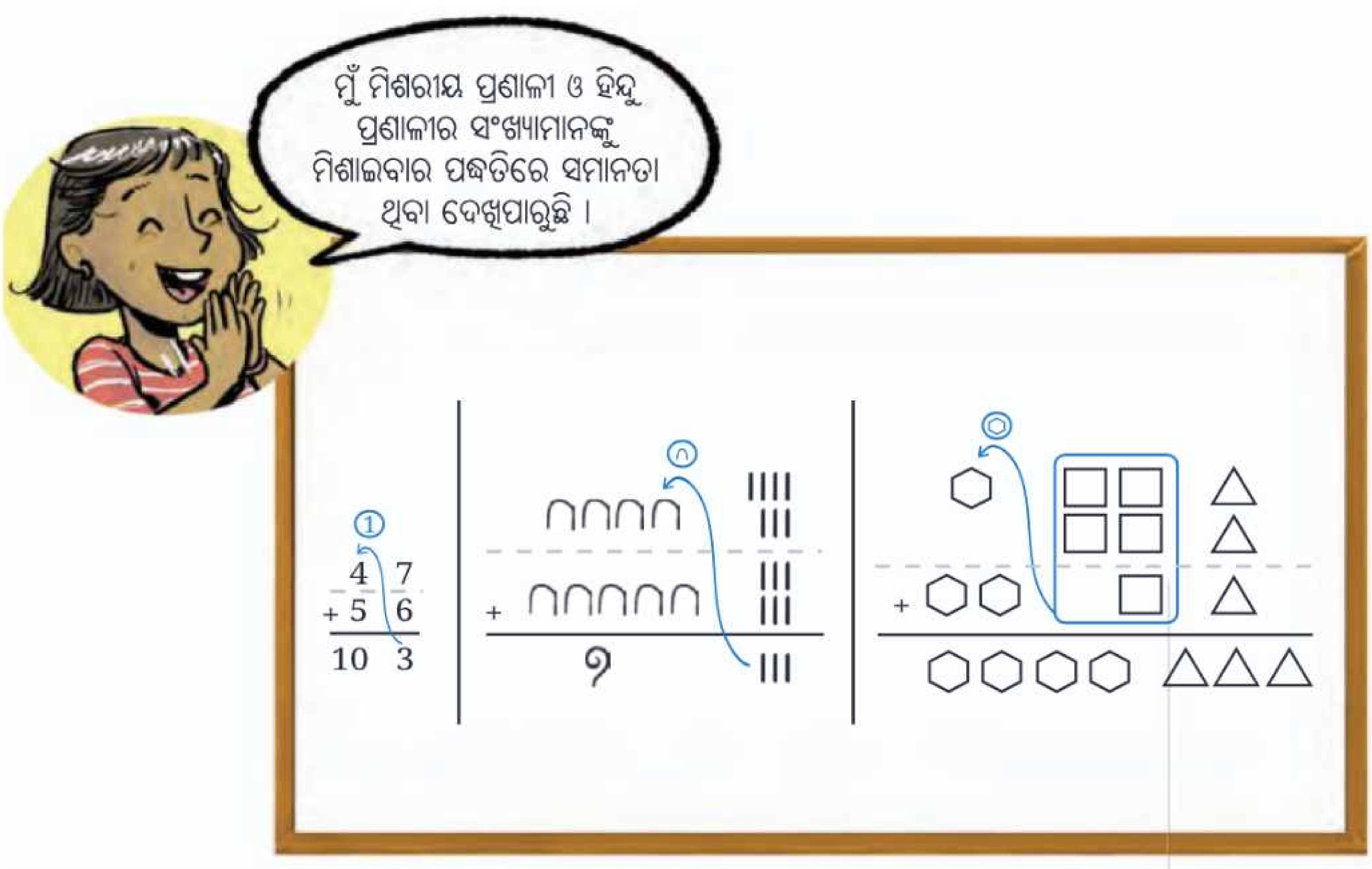
(i)

(ii)

2. 5 ଆଧାରବିଶିଷ୍ଟ ପ୍ରଣାଳୀରେ ଥିବା ନିମ୍ନଲିଖିତ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ଯୋଗକର :

○ ⬡ ⬡ □ △ △ + ○ ○ ○ ⬡ □ □ △ △

ମନେରଖ, ଏହି ପ୍ରଣାଳୀରେ ଏକ ମାର୍ଗଦର୍ଶୀ ସଂଖ୍ୟାରେ 5 ଗୁଣିଲେ ପରବର୍ତ୍ତୀ ସଂଖ୍ୟା ମିଳିଥାଏ ।



ଏକ n ଆଧାର ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା ପ୍ରଣାଳୀରେ କରାଯାଇଥିବା ଯୋଗକୁ ରୋମାନ୍ ପ୍ରଣାଳୀରେ କରାଯାଇଥିବା ଯୋଗ ସହ ତୁଳନା କର । ରୋମାନ ପ୍ରଣାଳୀରେ ସମୂହୀକରଣ (grouping) ଏବଂ ପୁନଃସଜ୍ଜିକରଣ (rearranging)କୁ ସତର୍କତାର ସହିତ କରିବାକୁ ହେବ, କାରଣ ପ୍ରତ୍ୟେକ ମାର୍ଗଦର୍ଶୀ ସଂଖ୍ୟାରୁ ପରବର୍ତ୍ତୀ ମାର୍ଗଦର୍ଶୀ ସଂଖ୍ୟା ପାଇବା ପାଇଁ ସର୍ବଦା ସମାନ ଆକାରରେ ସମୁହୀକରଣ ବା ଦଳଭୁକ୍ତ କରିବାକୁ ପଡ଼େନାହିଁ ।

ଆମେ ଯେତେବେଳେ ଗୁଣନ ସଂପର୍କରେ ବିଚାର କରିବା ସେତେବେଳେ ଆଧାର ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟାପ୍ରଣାଳୀର ସୁବିଧା ଅଧିକ ସ୍ପଷ୍ଟ ହୋଇଯାଏ ।

? ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟାକୁ ମିଶରୀୟ ସଂଖ୍ୟାପଦ୍ଧତି ବ୍ୟବହାର କରି କିପରି ଗୁଣନ କରିବ ?

ଆସ, ଦୁଇଟି ମାର୍ଗଦର୍ଶୀ ସଂଖ୍ୟାନେଇ ଗୁଣଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ।

? 1. ଯେକୌଣସି ମାର୍ଗଦର୍ଶୀ ସଂଖ୍ୟାକୁ ∩ (10) ଦ୍ୱାରା ଗୁଣନ କଲେ କ'ଣ ହୁଏ ? ନିମ୍ନଲିଖିତ ଗୁଣନକାର୍ଯ୍ୟ ସଂପାଦନ କର ।

(i) ∩ × ∩ (ii) 𓍢 × ∩ (iii) 𓆼 × ∩ (iv) 𓂭 × ∩

ପ୍ରତ୍ୟେକ ମାର୍ଗଦର୍ଶୀ ସଂଖ୍ୟା 10 ର ଘାତ ଅଟେ ଏବଂ ଏହାକୁ 10 ରେ ଗୁଣନ କଲେ ଗୋଟିଏ ଘାତର ବୃଦ୍ଧିହୁଏ, ଯାହା ପରବର୍ତ୍ତୀ ମାର୍ଗଦର୍ଶୀ ସଂଖ୍ୟା ହୋଇଥାଏ ।

? 2. ଯେ କୌଣସି ମାର୍ଗଦର୍ଶୀ ସଂଖ୍ୟାକୁ (10^2) ଦ୍ୱାରା ଗୁଣନ କଲେ କ'ଣ ପାଇବା ? ନିମ୍ନଲିଖିତ ଗୁଣନ କାର୍ଯ୍ୟ ସଂପାଦନ କର ।

(i) ∩ × 𓍢 (ii) 𓍢 × 𓍢 (iii) 𓆼 × 𓍢 (iv) 𓂭 × 𓍢

❓ ନିମ୍ନଲିଖିତ ଗୁଣନଗୁଡିକ ସଂପାଦନ କର -

(i) ∩ × ୨ (ii) ୨ × 𓆼 (iii) 𓆼 × 𓆼 (iv) 𓂭 × 𓁨

ଅର୍ଥାତ୍, ଯେ କୌଣସି ଦୁଇଟି ମାର୍ଗଦର୍ଶୀ ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣଫଳ ଆଉ ଏକ ମାର୍ଗଦର୍ଶୀ ସଂଖ୍ୟା ଅଟେ ।

❓ ଏହି ଧର୍ମ ଆମେ ପୂର୍ବରୁ ପାଇଥିବା 5 ଆଧାର ବିଶିଷ୍ଟ ପ୍ରଣାଳୀ ପାଇଁ ପ୍ରଯୁଜ୍ୟ ହେବ କି ? ଯେକୌଣସି ଆଧାର ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା ପ୍ରଣାଳୀ ପାଇଁ ଏହା ପ୍ରଯୁଜ୍ୟ କି ?

ଗାଣିତିକ୍ କଥାବାର୍ତ୍ତା

❓ ମିଶରୀୟ ପ୍ରଣାଳୀରେ ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟା ଏବଂ ∩ (10) ମଧ୍ୟରେ ଗୁଣନ ସଂପର୍କରେ ଆମେ କେଉଁ ସିଦ୍ଧାନ୍ତରେ ପହଞ୍ଚି ପାରିବା ?

(i) ୨୨ × ∩

୨୨ ସହିତ ସମାନ ୨ + ୨

ତେଣୁ ୨୨ × ∩ = (୨ + ୨) × ∩

ଯେହେତୁ ଏଗୁଡ଼ିକ ସଂଖ୍ୟା ତେଣୁ ବଣ୍ଟନ ନିୟମ ଏହିଗୁଡ଼ିକ ପାଇଁ ପ୍ରଯୁଜ୍ୟ, ତେଣୁ

(୨ + ୨) × ∩ = ୨ × ∩ + ୨ × ∩

= 𓆼 + 𓆼

= 𓆼𓆼

(ii) ୨∩∩| × ∩

୨∩∩| ସଂଖ୍ୟାଟି ୨ + ∩∩ + | ସହିତ ସମାନ ।

୨∩∩| × ∩ = (୨ + ∩∩ + |) × ∩

ଏଠାରେ ବଣ୍ଟନ ନିୟମ ପ୍ରଯୁଜ୍ୟ ହେବ କି ? ଯେହେତୁ ଏହା $(a + b) \times n$ କ୍ଷେତ୍ରରେ ପ୍ରଯୁଜ୍ୟ, ଠିକ୍ ସେହି କାରଣ ପାଇଁ ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟାରେ 2 ରୁ ଅଧିକ ପଦ ଥିବା ସଂଖ୍ୟାପାଇଁ ମଧ୍ୟ ଏହା ପ୍ରଯୁଜ୍ୟ । ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ $(a + b + c) \times n = an + bn + cn$; ତେଣୁ

(୨ + ∩∩ + |) × ∩ = (୨ × ∩) + (∩∩ × ∩) + (| × ∩)

= 𓆼 + ୨୨ + ∩

= 𓆼୨୨∩

? ଏବେ ନିମ୍ନଲିଖିତ ଗୁଣଫଳଗୁଡ଼ିକ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(i) (ii)

? ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟାକୁ ∩ ସହିତ ଗୁଣନ କରିବାର ସରଳ ନିୟମ କ'ଣ ହେବ ?

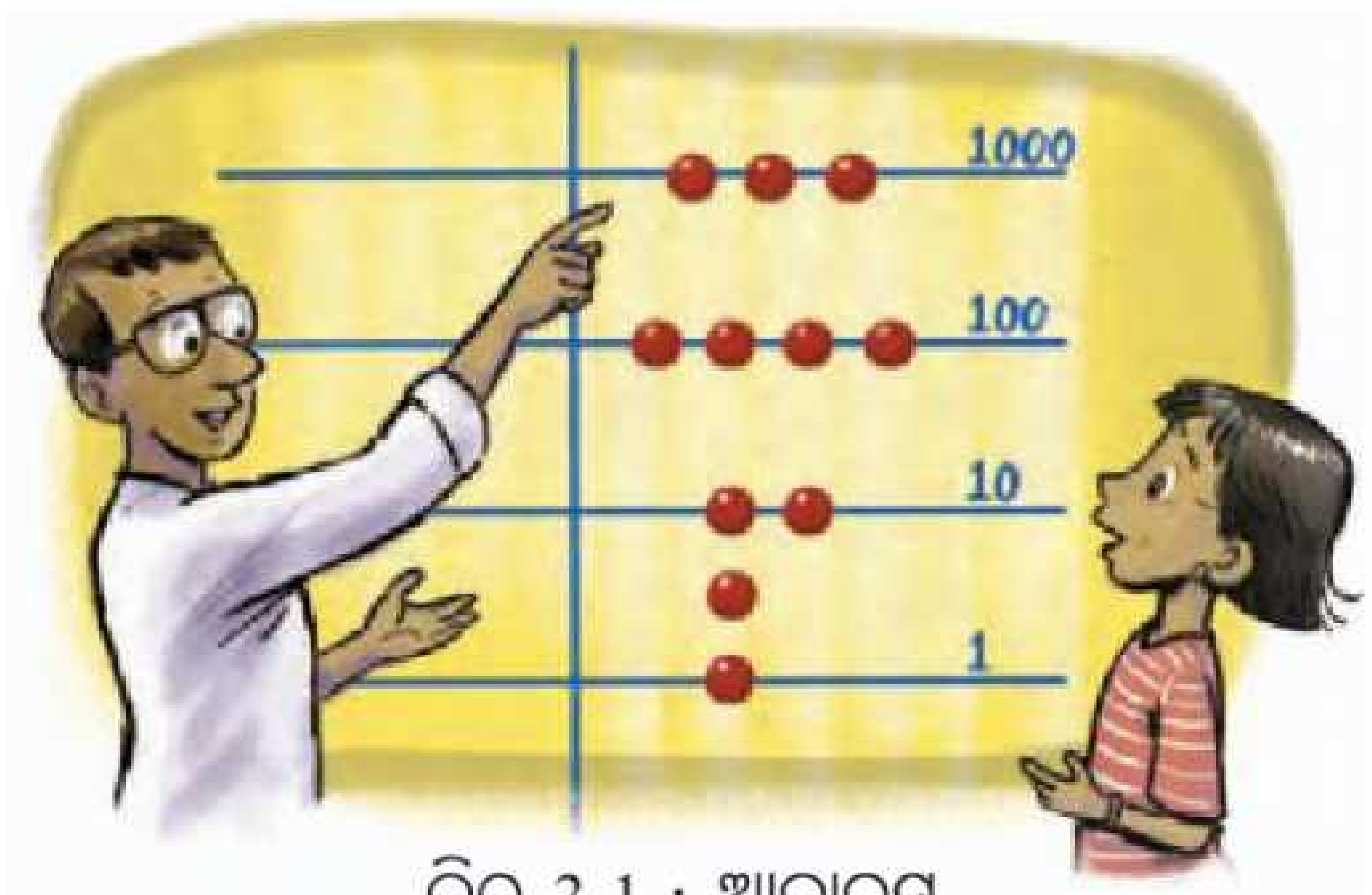
ଆମେ ଜାଣିଛୁ, ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟାକୁ ଗୁଣନ କରିବାର ପ୍ରକ୍ରିୟାରେ ମାର୍ଗଦର୍ଶୀ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡିକର ଗୁଣନ ସଂପୃକ୍ତ । ଯେତେବେଳେ ମାର୍ଗଦର୍ଶୀ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡିକ ଏକ ସଂଖ୍ୟାର ଘାତ ଅଟନ୍ତି, ସେତେବେଳେ ସେମାନଙ୍କର ଗୁଣଫଳ ଆଉ ଏକ ମାର୍ଗଦର୍ଶୀ ସଂଖ୍ୟା ହୋଇଥାଏ । ଏହି ତଥ୍ୟ ଗୁଣନ ପ୍ରକ୍ରିୟାକୁ ସରଳ କରିଥାଏ । ମାତ୍ର ରୋମାନ୍ ସଂଖ୍ୟା ପ୍ରଣାଳୀରେ ଏହା ସତ୍ୟ ନୁହେଁ । ସେଥିପାଇଁ ସେଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରେ ଗୁଣନ କରିବା କଷ୍ଟକର ହୋଇଥାଏ ।

ଅର୍ଥାତ୍, ଏକ ସଂଖ୍ୟା ପ୍ରଣାଳୀ ଯେଉଁଥିରେ ମାର୍ଗଦର୍ଶୀ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡିକ କୌଣସି ସଂଖ୍ୟାର ଘାତ ହୋଇଥାନ୍ତି ଅର୍ଥାତ୍ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଆଧାର ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟାପ୍ରଣାଳୀ କେବଳ ସଂଖ୍ୟା ପରିପ୍ରକାଶରେ ସୁବିଧାଜନକ ନୁହେଁ, ବରଂ ଗାଣିତିକ ପ୍ରକ୍ରିୟା ସଂପାଦନ କରିବାରେ ବହୁତ ଉପଯୋଗୀ ହୋଇଥାନ୍ତି;

ଆଧାର ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା ପ୍ରଣାଳୀର ଧାରଣା ସଂଖ୍ୟାପ୍ରଣାଳୀର କ୍ରମବିକାଶ ଇତିହାସରେ ଏକ ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ମାଇଲଖୁଣ୍ଟ; ଆମ୍ଭମାନଙ୍କର ଆଧୁନିକ ହିନ୍ଦୁ ସଂଖ୍ୟା ପ୍ରଣାଳୀ ଏହି ଧାରଣା ଉପରେ ପର୍ଯ୍ୟବସିତ ।

ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା ପ୍ରଣାଳୀର ପ୍ରୟୋଗ ଆବାକସ୍ :

ପ୍ରାୟ ଏକାଦଶ ଶତାବ୍ଦୀରେ ରୋମାନ୍ ସଂଖ୍ୟା ପ୍ରଣାଳୀ ବ୍ୟବହାର କରୁଥିବା ଲୋକମାନେ ଏକ ହିସାବକାରୀ ଯନ୍ତ୍ର/ଚିତ୍ରର ବ୍ୟବହାର କରିଥିଲେ, ଯାହାର ନାମ ଆବାକସ୍, ଏହା ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାପ୍ରଣାଳୀକୁ ଆଧାର କରି ତିଆରି ହୋଇଥିଲା । ଚିତ୍ର **3.1** ରେ ଦର୍ଶାଯାଇଥିବା ପରି କେତୋଟି ସିଧା ଧାଡ଼ି, 1 ପାଇଁ ଉଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଥିବା ରଡ (ରେଖା)ଠାରୁ ଆରମ୍ଭ କରି ପ୍ରତ୍ୟେକ ପରବର୍ତ୍ତୀ ରେଖା / ଧାଡ଼ି ଠାରେ ପରବର୍ତ୍ତୀ ଘାତସଂଖ୍ୟାକୁ ସୂଚାଉଥିଲା ।



ଚିତ୍ର 3.1 : ଆବାକସ୍

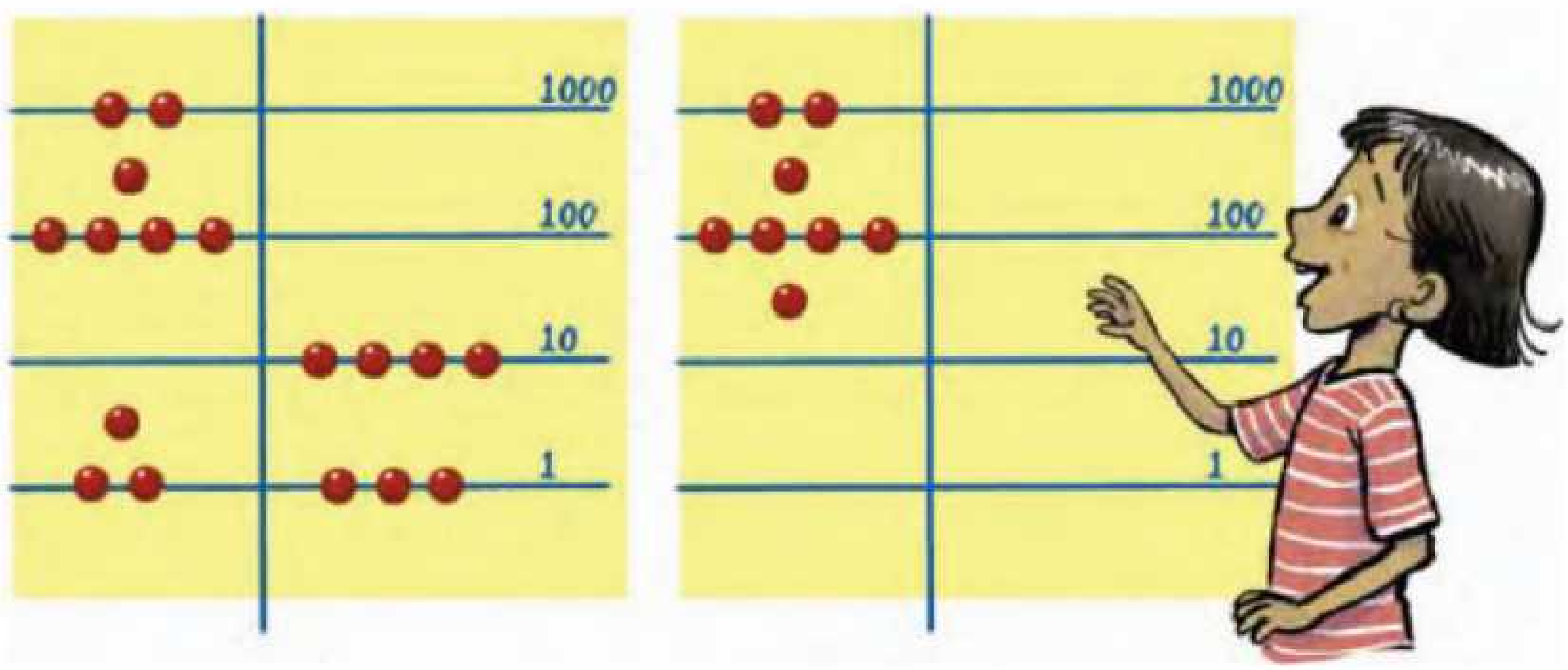
ଏଥିରେ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡିକ ନିମ୍ନଭଳି ଉପସ୍ଥାପିତ କରାଯାଉଥିଲା । ଦିଆଯାଇଥିବା ସଂଖ୍ୟାକୁ ପ୍ରଥମେ ମାର୍ଗଦର୍ଶୀ ସଂଖ୍ୟା (10 ର ଘାତ)ରେ ଦଳଭୁକ୍ତ କରାଯାଉଥିଲା, ଯେପରି ଆମେ ଏ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ କରିଆସିଛୁ । ଯେତୋଟି ଗୋଲି (ଗୋଟି) ଗୋଟିଏ ଧାଡିରେ ରହିବ, ପ୍ରତ୍ୟେକ ଗୋଲି (ଗୋଟି) ସେହି ଧାଡ଼ିର ମୂଲ୍ୟ (10 ର ଘାତ)କୁ ସୂଚାଇବ । ଗୋଟିଏ ରେଖା ଉପର ଭାଗରେ ଥିବା

ଏକ ଗୋଲି (ଗୋଟି)ର ମୂଲ୍ୟ ଦର୍ଶାଉଥିଲା । ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ, ସଂଖ୍ୟା 3426 କୁ ନେବା । ଏହାକୁ ନିମ୍ନମତେ ଦଳଭୁକ୍ତ (ସମୁହୀକରଣ) କରାଯାଇପାରିବ ।

$3426 = 1000 + 1000 + 1000 + 100 + 100 + 100 + 100 + 10 + 10 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1$

ଚିତ୍ର 3.1 ରେ ଏହି ସଂଖ୍ୟାଟିକୁ ଦର୍ଶାଯାଇଛି । 6 ଟି ଏକକ କିପରି ସୂଚିତ କରାଯାଇଛି ତାହା ଲକ୍ଷ୍ୟକର ।

ଆବାକସ୍ କିପରି ହିସାବ କରିବା ପାଇଁ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଉଥିଲା ତାହାର ଏକ ଧାରଣା ପାଇବା ପାଇଁ ଆମେ ଏକ ସରଳ ଯୋଗ ସମସ୍ୟାକୁ ବିଚାର କରିବା । ଯେପରି: 2907 + 43 । ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟାକୁ ଆବାକସ୍‌ରେ ଭୂଲମ୍ବ ଅବସ୍ଥିତିରେ ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ଦର୍ଶାଯାଇଛି । ଏହାକୁ ବ୍ୟବହାର କରି ଯୋଗଫଳ କିପରି ପାଇପାରିବା ?



ପ୍ରତ୍ୟେକ ଧାଡ଼ି ଓ ଏହାର ଉପରଭାଗରେ ଥିବା ଗୋଟି (ଗୋଲି) ଗୁଡିକୁ ଏକାଠି କରାଯିବ । ଯଦି କୌଣସି ଧାଡ଼ିରେ ମୋଟ ସଂଖ୍ୟା 10 ରୁ ଅଧିକ ହୁଏ, ତେବେ କ'ଣ କରାଯିବ ?

ସୂଚନା : ଏହି ସମସ୍ୟାଟିରେ 7 ଏକକ ଏବଂ 3 ଏକକ ମିଶି 10 ଏକକ ହେଉଛି ଯାହାକୁ 10 କୁ ସୂଚାଉଥିବା ଧାଡ଼ିରେ ଗୋଟିଏ (1) ଗୋଟି (ଗୋଲି) ରେ ସୂଚାଯାଇଛି ଓ ଏହା ଧାଡ଼ିର ଟିକିଏ ଉପରକୁ ରଖାଯାଇଛି ।

III ମିଶରୀୟ ସଂଖ୍ୟା ପ୍ରଣାଳୀର ଅସୁବିଧା (Shortcomings of the Egyptian System)

ଯଦିଓ ମିଶରୀୟ ସଂଖ୍ୟା ପ୍ରଣାଳୀ କୋଟି (10^7) ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡିକୁ ଫଳପ୍ରଦ ଭାବେ ଲେଖିବା ପାଇଁ ଅପେକ୍ଷାକୃତ ସହଜ ଥିଲା, ତଥାପି ସେଥିରେ କେତେକ ଅସୁବିଧା ଥିଲା :

ଯେତେବେଳେ ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ଉପସ୍ଥାପନ କରିବାର ଆବଶ୍ୟକତା ପଡ଼ିଲା, ସେତେବେଳେ 10ର ବଡଘାତ ପାଇଁ ସଂକେତଗୁଡିକର ଏକ ଅସୀମକ୍ରମ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବାର ଆବଶ୍ୟକତା ଥିଲା । ଏଠାରେ ଆମେ ସଂଖ୍ୟା ଉପସ୍ଥାପନର ମୌଳିକ ସମସ୍ୟାକୁ ଭିନ୍ନ ରୂପରେ ପୁଣିଥରେ ଦେଖାଯାଉଥିବାର ଲକ୍ଷ୍ୟ କରାଯାଏ ।

ସଂଖ୍ୟା ପ୍ରଣାଳୀର କ୍ରମବିକାଶ ଇତିହାସରେ ପରବର୍ତ୍ତୀ ଓ ଶେଷ ଧାରଣା କେବଳ ଏହି ସମସ୍ୟାର ସମାଧାନ କରେନାହିଁ ବରଂ ସଂଖ୍ୟାଲିଖନ ଓ ଗଣନକୁ ମଧ୍ୟ ଉଲ୍ଲେଖନୀୟ ଭାବେ ସରଳୀକୃତ କରିଥାଏ ।

? ନିଜେ କରି ଦେଖ

1. ଏପରି କୌଣସି ସଂଖ୍ୟା ଅଛି କି ଯାହାକୁ ମିଶରୀୟ ପ୍ରଣାଳୀରେ ପରିପ୍ରକାଶ କଲେ ସଂକେତ 10 ଥରେ କିମ୍ବା ତା'ଠାରୁ ଅଧିକ ଥର ଆସିଥାଏ ? କାହିଁକି ନୁହେଁ ?

ଗାଣିତିକ୍ କଥାବାର୍ତ୍ତା

2. 4 ଆଧାର ବିଶିଷ୍ଟ ନିଜର ଏକ ସଂଖ୍ୟାପ୍ରଣାଳୀ ସୃଷ୍ଟିକର ଏବଂ 1 ରୁ 16 ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଲେଖ ।
3. ଆମେ ତିଆରି କରିଥିବା 5 ଆଧାର ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା ପ୍ରଣାଳୀରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ସଂଖ୍ୟାକୁ 5 ରେ ଗୁଣିବା ପାଇଁ ଏକ ସରଳ ନିୟମ ଲେଖ ।

ଗାଣିତିକ୍ କଥାବାର୍ତ୍ତା

3.4 ସ୍ଥାନୀୟମାନ ପରିପ୍ରକାଶ (Place Value Representation)

I. ମେସୋପଟାମୀୟ ସଂଖ୍ୟାପ୍ରଣାଳୀ (The Mesopotamian System)

ପ୍ରାରମ୍ଭିକ ସମୟରେ, ପ୍ରାଚୀନ ମେସୋପଟାମିଆରେ ବ୍ୟବହୃତ ସଂଖ୍ୟା ପ୍ରଣାଳୀରେ ବିଭିନ୍ନ ମାର୍ଗଦର୍ଶୀ ସଂଖ୍ୟା ପାଇଁ ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ସଂକେତ ଥିଲା । ପରବର୍ତ୍ତୀ ସମୟରେ ଏହା 60 ଆଧାର ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା ପ୍ରଣାଳୀରେ ପରିଣତ ହେଲା, ଯାହାକୁ ଷଷ୍ଠାଂଶ ସଂଖ୍ୟା ପ୍ରଣାଳୀ (Sexagesimal System) ମଧ୍ୟ କୁହାଯାଏ । ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକର ପରିପ୍ରକାଶ କରିବା ପାଇଁ ଏହା ଏକ ଅତ୍ୟନ୍ତ ବଳିଷ୍ଠ ଉପାୟ ।

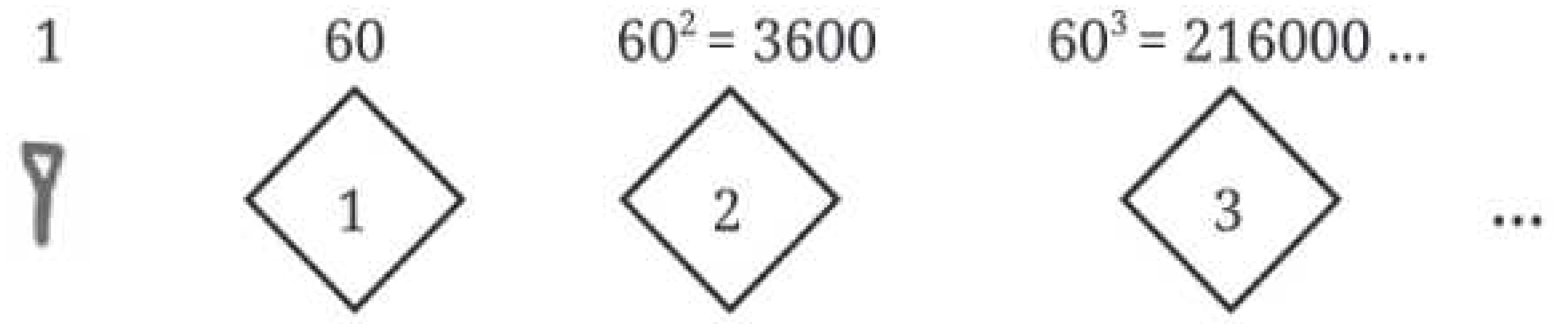
ଏଥିରେ 60 କୁ ଆଧାର ଭାବରେ କାହିଁକି ନିଆଯାଇଥିଲା ତାହା ଅନେକଙ୍କୁ ଦ୍ୱନ୍ଦ୍ୱରେ ପକାଇଥାଏ । ଏହାକୁ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରିବା ପାଇଁ ଅନେକ ସିଦ୍ଧାନ୍ତ ଅଛି, ଯେଉଁଥିରେ 60 ସମ୍ପର୍କିତ କେତେକ ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ଘଟଣାବଳୀ (ଯେପରିକି- ସେମାନଙ୍କର ଚାନ୍ଦ୍ରମାସର ଅବଧି 30 ଦିନ, କିମ୍ବା ପୃଥିବୀକୁ ସ୍ଥିର ଧରିନେଲେ, ପୃଥିବୀ ଚାରିପଟେ ପୂର୍ଣ୍ଣ ପରିକ୍ରମା କରିବା ପାଇଁ ସୂର୍ଯ୍ୟକୁ ଲାଗୁଥିବା, ସମୟ, ଭଗ୍ନାଂଶଂକୁ ପରିପ୍ରକାଶ କରିବାର ସହଜ ଉପାୟ (ଏଠାରେ ଏହାକୁ ବିସ୍ତୃତ ଭାବରେ ଆଲୋଚନା କରିବା ନାହିଁ) ସେମାନଙ୍କର ପୂର୍ବ ମାର୍ଗଦର୍ଶୀ ସଂଖ୍ୟାର କ୍ରମ - 1,10, 60, 600, 3600, 36000.... କେବଳ 60 ର ଘାତକୁ ହ୍ରାସ କରିବା ଆଦି ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ।

ମେସୋପଟାମୀୟ ଷଷ୍ଟିତମିକ ଷଷ୍ଠାଂଶପ୍ରଣାଳୀ, ଯାହା ବାବିଲୋନୀୟ ସଂଖ୍ୟାପ୍ରଣାଳୀ ନାମରେ ମଧ୍ୟ ପରିଚିତ, ଏହାର ପ୍ରଭାବ ଏବେ ମଧ୍ୟ ଆମର ସମୟ ମାପିବା ଏକକ - ଯଥା 1 ଘଣ୍ଟା = 60 ମିନିଟ୍ = 60 ସେକେଣ୍ଡରେ ଦେଖିବାକୁ ପାଉ ।

ଏହି ପ୍ରଣାଳୀରେ 𒁹 ପାଇଁ I ଏବଂ 10 ପାଇଁ 𒌋 ସଂକେତ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଉଥିଲା ।

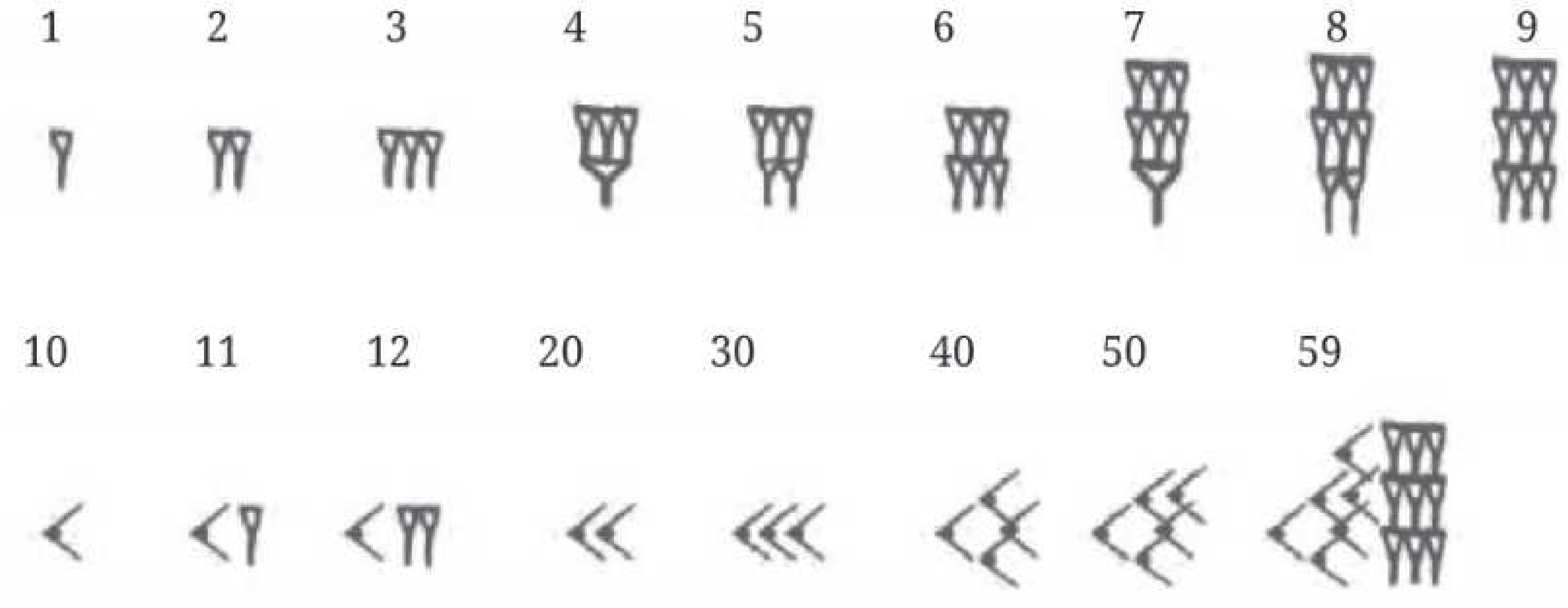
ଆସ ଏବେ ଆମେ ସେମାନଙ୍କର ସଂଖ୍ୟାପ୍ରଣାଳୀ ଅଧ୍ୟୟନରେ ସାମାନ୍ୟ ବିରାମ ଦେବା, ଏବଂ ଏ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ପଢ଼ିଥିବା ମେସୋପଟାମୀୟ ପ୍ରଣାଳୀ ବୈଶିଷ୍ଟ୍ୟଗୁଡ଼ିକୁ ବ୍ୟବହାର କରି କିପରି ଏକ ବଳିଷ୍ଠ ସଂଖ୍ୟା ପ୍ରଣାଳୀ ସୃଷ୍ଟି କରାଯାଇ ପାରିବ, ସେ ସଂପର୍କରେ ସଂକ୍ଷେପରେ ଆଲୋଚନା କରିବା ।

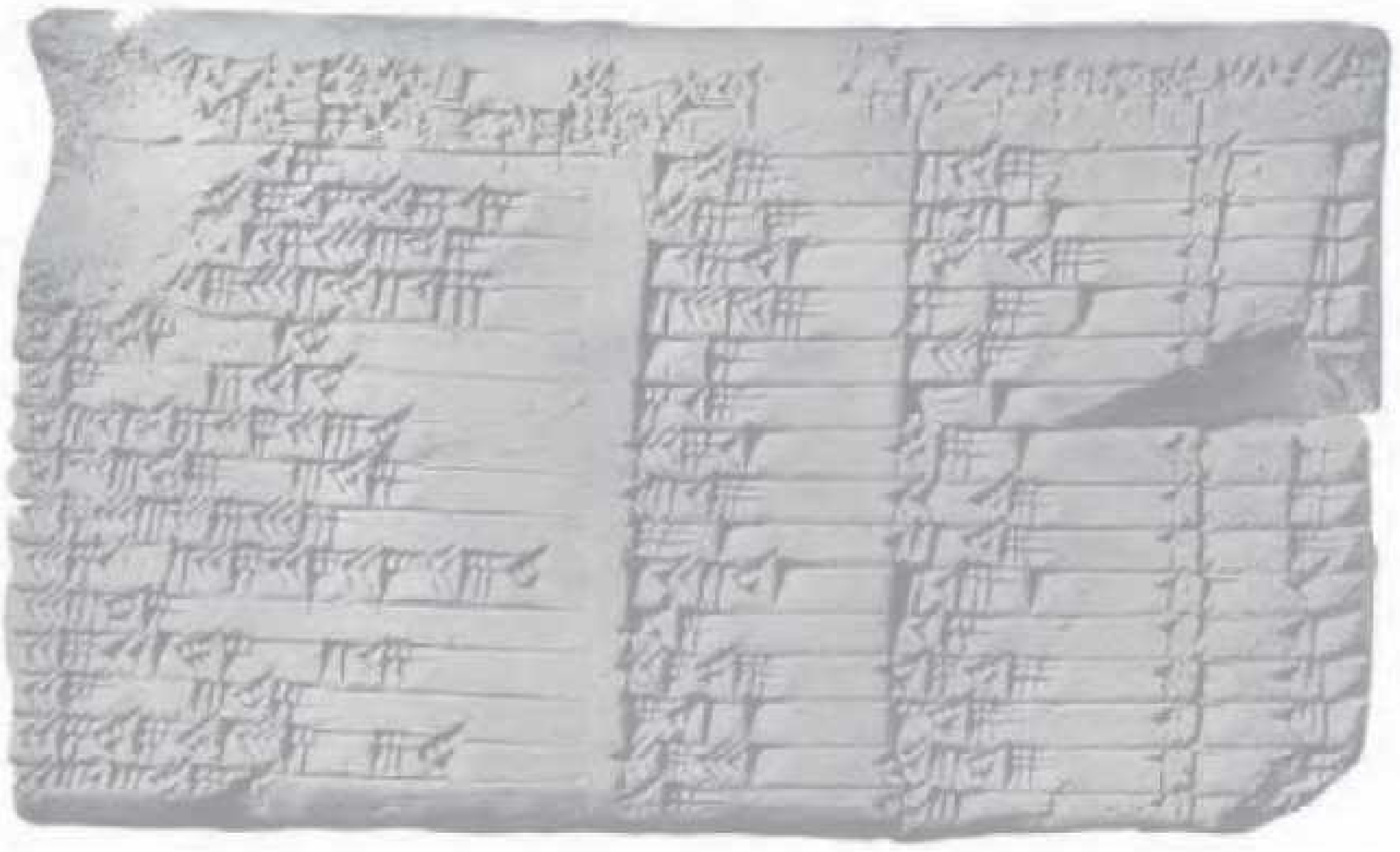
ଆସ ଆମେ ମାର୍ଗଦର୍ଶୀ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ଆମର ନିଜସ୍ୱ ସଂକେତ ପ୍ରଦାନ କରି ଲେଖିବା-



ଲକ୍ଷ୍ୟକର, ଏହି ସଂକେତଗୁଡ଼ିକୁ ସୃଷ୍ଟି କରିବାରେ ଆମେ ପ୍ରକୃତରେ ଭାରତୀୟ ସଂଖ୍ୟାସୂଚକ ବ୍ୟବହାର କରିଛୁ । ଆମେ ନିଜସ୍ୱ ସଂକେତ ମଧ୍ୟ ବ୍ୟବହାର କରି ପାରିଥାନ୍ତୁ; କିନ୍ତୁ ସହଜରେ ମନେରଖିବା ଏବଂ ବ୍ୟବହାର କରିବା ପାଇଁ, ଆମେ ପରିଚିତ ସଂଖ୍ୟାସୂଚକ 1, 2, 3...... ଇତ୍ୟାଦିର ସାହାଯ୍ୟ ନେବାକୁ ଉଚିତ ମନେ କରିଛୁ ।

ସଂକେତ 𒁹 ଏବଂ 𒌋 ବ୍ୟବହାର କରି 1 ରୁ 59 ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ସଂଖ୍ୟାକୁ ନିମ୍ନମତେ ପରିପ୍ରକାଶ କରାଯାଇ ପାରିବ-





ମେସୋପଟାମୀୟ ଟାବଲେଟର ପ୍ରତିରୂପ

? **ଉଦାହରଣ :** ଆସ, ଏହି ପ୍ରଣାଳୀରେ 640 ସଂଖ୍ୟାଟିକୁ ଲେଖିବା, ଏହାକୁ ମାର୍ଗଦର୍ଶୀ ସଂଖ୍ୟାରେ ଦଳଭୁକ୍ତ କଲେ ଆମେ ପାଇବା- $640 = 10 \times 60 + 40$

ଯଦି ଆମେ ମିଶରୀୟ ଧାରଣାକୁ ବ୍ୟବହାର କରୁ, ତେବେ ସଂଖ୍ୟାଟିକୁ 10 ◇1 s ବ୍ୟବହାର କରି ଏବଂ 40 କୁ 4 𒌋 s ବ୍ୟବହାର କରି ଲେଖାଯାଇ ପାରିବ ।

? ଆମେ ଏହାକୁ ଆହୁରି ସଂକ୍ଷେପରେ ପ୍ରକାଶ କରିପାରିବା କି ? ଆମେ ଏହି ସଂଖ୍ୟାକୁ ସରଳ ଭାବରେ ନିମ୍ନରୂପରେ ପ୍ରକାଶ କରିପାରିବା ।

ଯାହାକୁ ଦଶଟି 60 ଏବଂ ଗୋଟିଏ 40 ଭାବରେ ପଢ଼ାଯାଇପାରିବ ଯେପରି ପୂର୍ବରୁ ସମୀକରଣରେ ଲେଖାଯାଇଛି ।

? **ଉଦାହରଣ :** ଆସ, ଆଉ ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟାନେଇ ଚେଷ୍ଟାକରିବା

$7530 = (2) \times 3600 + (5) \times 60 + 30$

ତେଣୁ ଏହାର ପରିପ୍ରକାଶ ନିମ୍ନମତେ ହେବ ।

ଲକ୍ଷ୍ୟକର, ଯେତେବେଳେ ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟାକୁ 60 ର ଘାତରେ ଦଳଭୁକ୍ତ କରାଯାଏ, 60 ର କୌଣସି ଘାତ 60 କିମ୍ବା ତା'ଠାରୁ ଅଧିକଥର ଆସି ପାରିବ ନାହିଁ । ଯଦି ଏହା ଘଟେ ସେମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ 60 କୁ ଦଳଭୁକ୍ତ କରି 60 ର ପରବର୍ତ୍ତୀ ଘାତ ରୂପେ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଇ ପାରିବ ।

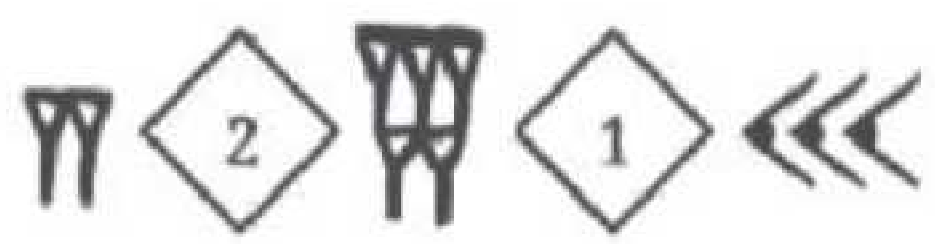
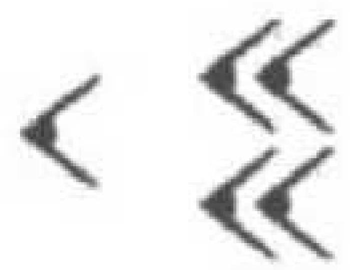
ନିମ୍ନଲିଖିତ ପରିପ୍ରକାଶକୁ ଉଦାହରଣ ଭାବେ ନେବା –

$(1) \times 3600 + (70) \times 60 + 2 = (1) \times 60^2 + (60 + 10) \times 60 + 2$

$= (1) \times 60^2 + 60^2 + (10) \times 60 + 2$

$= (2) \times 60^2 + (10) \times 60 + 2$

ଅର୍ଥାତ୍ 1 ରୁ 59 ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ସଂଖ୍ୟାସୂଚକ ଓ ମାର୍ଗଦର୍ଶୀ ସଂଖ୍ୟାକୁ ବ୍ୟବହାର କରି ଯେ କୌଣସି ସଂଖ୍ୟାକୁ (ପରିଚିତ ସଂଖ୍ୟା) ଲେଖାଯାଇ ପାରିବ । ଏବେ, ଯଦି ଆମେ 60 ର ବିଭିନ୍ନ ଘାତ ପାଇଁ ସଂକେତଗୁଡ଼ିକୁ ସଂପୂର୍ଣ୍ଣ ରୂପେ ବାଦଦେଇ ପରିପ୍ରକାଶକୁ ଆହୁରି ସଂକ୍ଷିପ୍ତ କରିବା, ତେବେ କ'ଣ ହେବ ?

	640	7530
ଆମର ପୂର୍ବ ପରିପ୍ରକାଶ		
ଆମର ସଂକ୍ଷିପ୍ତ ପରିପ୍ରକାଶ		

ମେସୋପଟାମିଆର ଲୋକମାନେ ଠିକ୍ ଏହା ହିଁ କରିଥିଲେ । ସେମାନଙ୍କ ସଂଖ୍ୟାପ୍ରଣାଳୀରେ ସବୁଠାରୁ ଡାହାଣ ପଟରେ ଥିବା ସଙ୍କେତ ସବୁ 1 ର ସଂଖ୍ୟା ଦର୍ଶାଉଥିଲା । ତାର ବାମ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ଥିବା ସଂଙ୍କେତସବୁ 60ର ସଂଖ୍ୟା ଦର୍ଶାଉଥିଲା। ପରବର୍ତ୍ତୀଟି 3600 ର ସଂଖ୍ୟା ଦର୍ଶାଉଥିଲା ଇତ୍ୟାଦି । ଯେତେବେଳେ 60 ର କୌଣସି ଘାତ ଦେଖା ଯାଉନଥିଲା, ସେତେବେଳେ ସେହି ସ୍ଥାନକୁ ଖାଲି ଛଡାଯାଉଥିଲା ।

ଆମେ ଯେପରି ଏହି ଧାରଣାରେ ପହଞ୍ଚିଲୁ ମେସୋପଟାମିଆର ଲୋକମାନେ ସେହିପରି ଏହି ଧାରଣାରେ ପହଞ୍ଚିଥିବେ ବୋଲି ମନେ ହୁଏନାହିଁ । କେତେକ ବିଦ୍ୱାନ ମତ ଦିଅନ୍ତି ଯେ ସେମାନଙ୍କର ପୂର୍ବ ସଂଖ୍ୟା ପ୍ରଣାଳୀରେ 1 ଏବଂ 60 ପରି ମାର୍ଗଦର୍ଶୀ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ଦିଆଯାଇଥିବା ସଂକେତଗୁଡ଼ିକର ସମାନତା ଏବଂ ସେଗୁଡିକର ଏକ ଅପ୍ରତ୍ୟଶିତ ବ୍ୟବହାର ସେମାନଙ୍କୁ ଏହି ଧାରଣାରେ ପହଞ୍ଚିବାରେ ସାହାଯ୍ୟ କରିଥାଇପାରେ ।

? ନିଜେ କରିଦେଖ

1. ନିମ୍ନଲିଖିତ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ମେସୋପଟାମୀୟ ପ୍ରଣାଳୀରେ ପରିପ୍ରକାଶ କର ।

   (i) 63 (ii) 132 (iii) 200 (iv) 60 (v) 3605

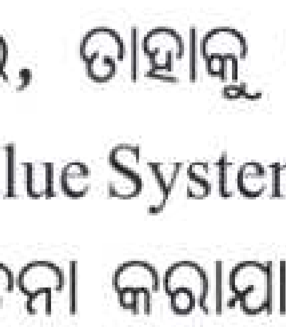
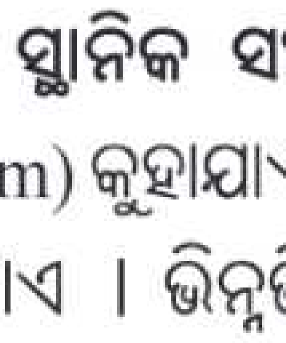
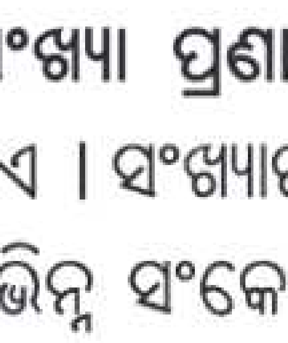
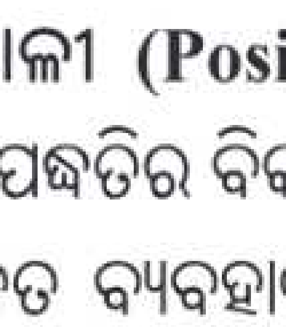
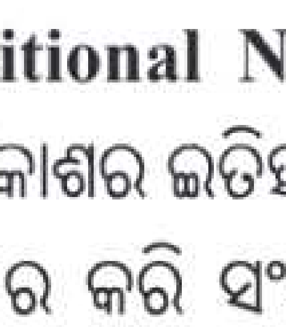
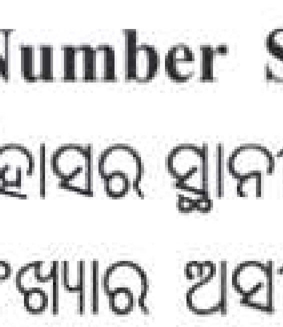
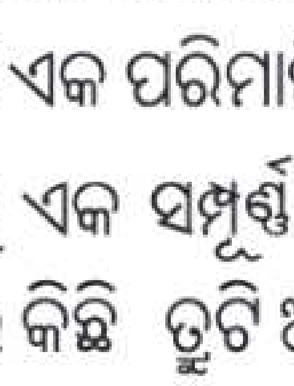
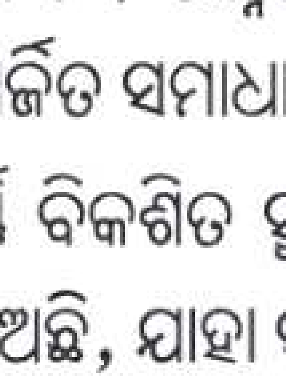
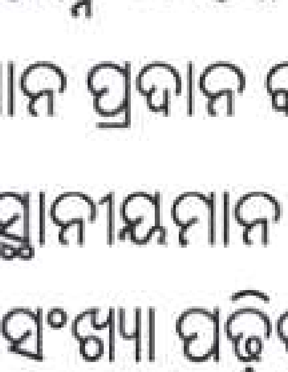
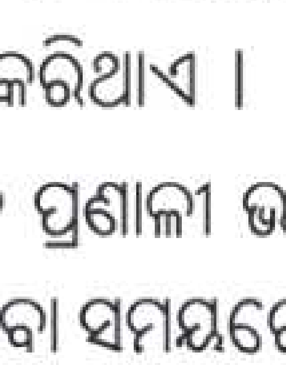
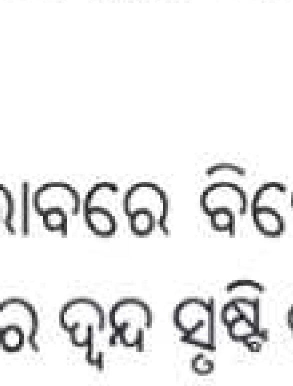
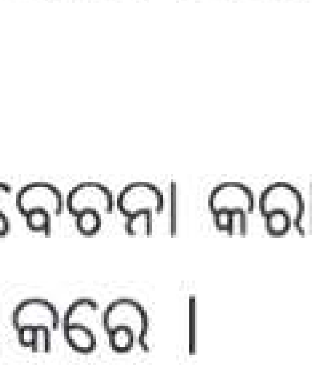
ଅର୍ଥାତ୍, ଆମେ ଦେଖିପାରୁଛୁ ଯେ ମେସୋପଟାମୀୟ ପ୍ରଣାଳୀ କିପରି ସ୍ଥାନଗୁଡ଼ିକର ବ୍ୟବହାର କରି ମାର୍ଗଦର୍ଶୀ ସଂଖ୍ୟାପାଇଁ ଏକ ଅସୀମ ସଂକେତ କ୍ରମ ସୃଷ୍ଟି କରିବାର ଆବଶ୍ୟକତାକୁ ଦୂର କରିପାରୁଛି ।

ଏପରି ଏକ ସଂଖ୍ୟା ପ୍ରଣାଳୀ (ଏକ ଆଧାର ଥିବା) ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂକେତର ଅବସ୍ଥିତିକୁ ବ୍ୟବହାର କରି ଏହା ସଂପୃକ୍ତ ମାର୍ଗଦର୍ଶୀ ସଂଖ୍ୟାକୁ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରେ, ତାହାକୁ **ସ୍ଥାନିକ ସଂଖ୍ୟା ପ୍ରଣାଳୀ (Positional Number System) ବା ସ୍ଥାନୀୟମାନ ପ୍ରଣାଳୀ** (Place Value System) କୁହାଯାଏ । ସଂଖ୍ୟାପଦ୍ଧତିର ବିକାଶର ଇତିହାସର ସ୍ଥାନୀୟମାନର ଏହି ଧାରଣା ସର୍ବଶ୍ରେଷ୍ଠ ବୋଲି ବିବେଚନା କରାଯାଏ । ଭିନ୍ନଭିନ୍ନ ସଂକେତ ବ୍ୟବହାର କରି ସଂଖ୍ୟାର ଅସୀମ ଅନୁକ୍ରମକୁ ପରିପ୍ରକାଶ କରିବାର ସମସ୍ୟା ପାଇଁ ଏକ ପରିମାର୍ଜିତ ସମାଧାନ ପ୍ରଦାନ କରିଥାଏ ।

ମେସୋପଟାମୀୟ ପଦ୍ଧତିକୁ ଏକ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ବିକଶିତ ସ୍ଥାନୀୟମାନ ପ୍ରଣାଳୀ ଭାବରେ ବିବେଚନା କରାଯାଇ ପାରିବ ନାହିଁ । ସଂଖ୍ୟା ପଠନ ପାଇଁ ଏଥିରେ କିଛି ତ୍ରୁଟି ଅଛି, ଯାହା ସଂଖ୍ୟା ପଢ଼ିବା ସମୟରେ ଦ୍ୱନ୍ଦ ସୃଷ୍ଟି କରେ ।

? 60 ର ପରିପ୍ରକାଶକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟକର । 3600 ର ପରିପ୍ରକାଶ କ'ଣ ହେବ ?

ସଂଖ୍ୟା ସୂଚକକୁ ଲେଖିବା ସମୟରେ ସଂକେତ ମାଧ୍ୟମରେ ଆମେ ଏଠାରେ ଉଲ୍ଲେଖ କରିଥିବା ଭଳି ସଂକେତ ବ୍ୟବଧାନ ଦିଆଯାଇ ନ ଥିଲା । ବିଭିନ୍ନ ଲୋକଙ୍କ ଦ୍ୱାରା ଲିଖିତ ବିଭିନ୍ନ ପାଣ୍ଡୁଲିପିରେ ଥିବା ଖାଲିସ୍ଥାନଗୁଡ଼ିକ ପାଇଁ ଏହାକୁ ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସଂରଚନାରେ ରଖିବା କଷ୍ଟକର । ଏହା ଦ୍ୱନ୍ଦ୍ୱ ସୃଷ୍ଟି କରୁଥିଲା । ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ ନିମ୍ନ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କର ସଂରଚନାକୁ ବିଚାର କରାଯାଉ ।

ସଂଖ୍ୟା	1	60	3600	12	602	36002
ଆମର ପରିପ୍ରକାଶ						
ମେସୋପଟାମୀୟ ପରିପ୍ରକାଶ						

କେଉଁ ସଂକେତଗୁଡ଼ିକ 60 ର କେଉଁ ଘାତ ସହିତ ମେଳ ଖାଉଛି ତାହା ଖୋଜିବାରେ ଅସ୍ୱଷ୍ଟତା ହେତୁ, ସମାନ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଭିନ୍ନଭିନ୍ନ ଉପାୟରେ ପଢ଼ାଯାଇପାରିବ । ଆମ ପରିପ୍ରକାଶରେ ମଧ୍ୟ ଯାହା 60 ର ବିଭିନ୍ନ ଘାତପାଇଁ ସଂକେତଗୁଡିକ ମଧ୍ୟରେ ସମାନ ବ୍ୟବଧାନ ବ୍ୟବହାର କର । 3600 ର ପରିପ୍ରକାଶ ପରି ଦୁଇଟି ସଂକେତ ସେଟ୍ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ଖାଲିସ୍ଥାନ ସଂଖ୍ୟା ଜାଣିବା କଷ୍ଟକର ।

ଖାଲିସ୍ଥାନରୁ ସ୍ପଷ୍ଟ ହେଉଥିବା ସମସ୍ୟାର ସମାଧାନ ପାଇଁ ପରବର୍ତ୍ତୀ ସମୟରେ ମେସୋପଟାମିଆର ଲୋକମାନେ ଏକ ସ୍ଥାନଧାରକ (Place holder) ସଂକେତ ≮ ବ୍ୟବହାର କରିଥିଲେ । ଏହା ଆମ ସଂଖ୍ୟା ପ୍ରଣାଳୀରେ ବ୍ୟବହୃତ ହେଉଥିବା 0 (ଶୂନ) ପରି, ଅର୍ଥାତ୍ ସ୍ଥାନୀୟ ମାନ ପ୍ରଣାଳୀରେ ଶୂନ (ଯେଉଁ ସଂକେତ କିଛି ନାହିଁକୁ ସୂଚାଏ) ର ଆବଶ୍ୟକ ମାନରେ ସ୍ଥାନ ଧାରକ ଭାବେ ଅପରିହାର୍ଯ୍ୟ ।

ଖାଲି ସ୍ଥାନରୁ ଉପୁଜୁଥିବା ସମସ୍ୟାର ସମାଧାନ ହେବାପରେ ମଧ୍ୟ ସଂଖ୍ୟା ପଦ୍ଧତିରେ ଅନ୍ୟାନ୍ୟ ଅସ୍ୱଷ୍ଟତା ରହିଥିଲା । ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ, ସ୍ଥାନ ଧାରକର ସଂକେତ ମୁଖ୍ୟତଃ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡିକର ମଝିରେ ବ୍ୟବହୃତ ହେଉଥିଲା, ଶେଷରେ ନୁହେଁ । ତେଣୁ ସେମାନେ ଏହାକୁ 3600 ଭଳି ସଂଖ୍ୟାର ପରିପ୍ରକାଶ କରିବାପାଇଁ ବ୍ୟବହାର କରୁନଥିଲେ ।

II ମାୟା ସଂଖ୍ୟା ପ୍ରଣାଳୀ : (The Mayan Number System)

କେନ୍ଦ୍ରୀୟ ଆମେରିକାରେ ମାୟା ସଭ୍ୟତା ନାମରେ ଜଣାଶୁଣା ଏକ ସଭ୍ୟତା ତୃତୀୟରୁ ଦଶମ ଶତାବ୍ଦୀ ମଧ୍ୟରେ ବିକଶିତ ହୋଇଥିଲା । ଏହି ସଭ୍ୟତା ବୌଦ୍ଧିକ ଏବଂ ସାଂସ୍କୃତିକ ପ୍ରଗତି ହାସଲ କରିଥିଲା । ଏହି ସଭ୍ୟତାର ଲୋକମାନଙ୍କର ବୌଦ୍ଧିକ ଉପଲବ୍ଧି ମଧ୍ୟରେ ସେମାନଙ୍କ ଦ୍ୱାରା ସୃଷ୍ଟ ସ୍ଥାନୀୟମାନ ପ୍ରଣାଳୀ ରହିଛି ଯାହା ଏସିଆର ସ୍ଥାନୀୟମାନ ପ୍ରଦ୍ଧତି ଠାରୁ ସ୍ୱାଧୀନଭାବେ ବିକଶିତ ହୋଇଥିଲା । ସେମାନେ ବର୍ତ୍ତମାନ ବ୍ୟବହୃତ ହେଉଥିବା 0 ଭଳି ଏକ ସ୍ଥାନଧାରକ ସଂକେତ ମଧ୍ୟ ବ୍ୟବହାର କରୁଥିଲେ ଯାହା ଏକ ଶାମୁକା ପରି ଦେଖାଯାଉଥିଲା ।

ମାୟା ସଂଖ୍ୟା ପ୍ରଣାଳୀ

ପ୍ରାୟତଃ 20 – ଆଧାରବିଶିଷ୍ଟ ପ୍ରଣାଳୀ

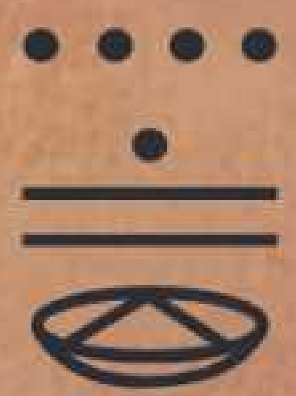
ମାର୍ଗଦର୍ଶୀ ସଂଖ୍ୟା

$1, 20, 20 \times 18 = 360, 20^2 \times 18 = 7200,$

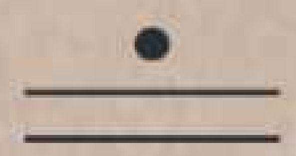
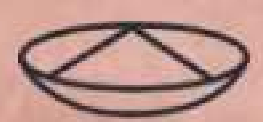
$20^3 \times 18 = 144000$

ସଂକେତ  ହେଉଛି 0 • ହେଉଛି 1 —— ହେଉଛି 5

ମାୟା ସଂଖ୍ୟା ପ୍ରଣାଳୀରେ ସଂଖ୍ୟାକୁ ପରିପ୍ରକାଶ କରିବା ପାଇଁ ସଂକେତଗୁଡ଼ିକୁ ଭୂଲମ୍ବରେ ସଜାଯାଇଥାଏ ।

ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟା 

ଏହାକୁ କିପରି ପଢ଼ାଯିବ

ମାର୍ଗଦର୍ଶୀ ସଂଖ୍ୟାର ସ୍ଥାନ	ଉପରୁ ତଳକୁ ସଜାଯାଇଥିବା ସଂକେତ	ସଂକେତର ଅର୍ଥ
360	• • • •	4
20		11
1		0

$= (4) \times 360 + (11) \times 20 + (0) \times 1$

$= 1660$

ଏଠାରେ ଆମେ ଏକ ରୋଚକ ଘଟଣା ଦେଖିବାକୁ ପାଉଛୁ । ସେମାନଙ୍କର ତୃତୀୟ ମାର୍ଗଦର୍ଶୀ ସଂଖ୍ୟାଟି 400 ସଂଖ୍ୟା ବଦଳରେ 360 କାହିଁକି ଥିଲା ? କେତେକ ବିଦ୍ୱାନ ଭାବନ୍ତି ଯେ, ସେମାନଙ୍କ କ୍ୟାଲେଣ୍ଡର ସହିତ ଏହାର କିଛି ସମ୍ପର୍କ ଥାଇପାରେ ।

ସେମାନେ 1 ପାଇଁ ଡଟ୍, ଏବଂ 5 ପାଇଁ ରେଖା ବ୍ୟବହାର କରୁଥିଲେ । ଏଗୁଡିକ 1 ରୁ 19 ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ସଂଖ୍ୟାକୁ ସୂଚାଇବା ପାଇଁ ବ୍ୟବହୃତ ହେଉଥିଲା ।

ବିଭିନ୍ନ ସଂଖ୍ୟାସହିତ ସଂପୃକ୍ତ ସଂକେତଗୁଡ଼ିକୁ ଗୋଟିଏ ତଳେ ଗୋଟିଏ ଲେଖାଯାଉଥିଲା, ଯେଉଁଥିରେ ସବୁଠାରୁ ତଳେ ଥିବା ସଂକେତ ସେଟ୍ 1ର ଅନୁରୂପ ସଂଖ୍ୟା ସହିତ ତା'ଉପର ସଂକେତ ସେଟ୍ 20 ର ସେଟ୍ ସଂଖ୍ୟା ସହିତ, ସବୁଠାରୁ ଉପର ସଂକେତ 360ର ସେଟ୍ ସଂଖ୍ୟା ଇତ୍ୟାଦି ।

? ମାୟା ପ୍ରଣାଳୀ ବ୍ୟବହାର କରି ନିମ୍ନଲିଖିତ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡିକୁ ପ୍ରକାଶ କର ।

(i) 77 (ii) 100 (iii) 361 (iv) 721

ଯେହେତୁ ମାୟା ପ୍ରଣାଳୀ ପ୍ରକୃତପକ୍ଷେ ଏକ 20 ଆଧାର ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା ପ୍ରଣାଳୀ ନୁହେଁ, ଏଥିରେ ଗଣନ କରିବା ପାଇଁ ଆଧାର ବିଶିଷ୍ଟ ପ୍ରଣାଳୀ ଭଳି ସୁବିଧା ନାହିଁ । ତଥାପି ସେମାନଙ୍କର ସ୍ଥାନୀୟ ମାନ ସଙ୍କେତ ପ୍ରଣାଳୀ ଏବଂ ଶୂନ ପାଇଁ ଏକ ସ୍ଥାନଧାରକ ସଂକେତର ବ୍ୟବହାରକୁ ସଂଖ୍ୟାପ୍ରଣାଳୀର ଇତିହାସରେ ଏକ ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ଅଗ୍ରଗତି ଭାବରେ ବିବେଚନା କରାଯାଏ । ଆଉ ଏକ ରୋଚକ ପୂର୍ଣ୍ଣ ତଥ୍ୟ ହେଉଛି, ଆମେ ଏବେ ବି କିଛି ୟୁରୋପୀୟ ଭାଷାରେ ସଂଖ୍ୟାନାମରେ 20 ଆଧାର ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟାପଦ୍ଧତିର ବ୍ୟବହାର ହେଉଥିବାର ଲକ୍ଷ୍ୟ କରୁଛୁ ।

III ଚୀନର ସଂଖ୍ୟା ପ୍ରଣାଳୀ (The Chinese Number System)

ଚୀନ୍ ଦେଶର ଲୋକମାନେ ଦୁଇ ପ୍ରକାରର ସଂଖ୍ୟା ପ୍ରଣାଳୀ ବ୍ୟବହାର କରିଥିଲେ । ପରିମାଣ ଲିପିବଦ୍ଧ କରିବା ପାଇଁ ଏକ ଲିଖିତ ପ୍ରଣାଳୀ ଏବଂ ଗଣନା କରିବା ପାଇଁ ରଡ୍ ଆଧାରିତ ଏକ ପ୍ରଣାଳୀ ।

ରଡ୍ (rod) – ଆଧାରିତ ସଂଖ୍ୟା ପ୍ରଣାଳୀରେ ଥିବା ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ **ରଡ୍ ସଂଖ୍ୟା** କୁହାଯାଏ । ଏଠାରେ ଆମେ ରଡ୍ ସଂଖ୍ୟା ବିଷୟରେ ଆଲୋଚନା କରିବା, ଯାହା ଚୀନ୍‌ମାନଙ୍କର ଲିଖିତ ପ୍ରଣାଳୀ ଅପେକ୍ଷା ସଂଖ୍ୟା ସହିତ ଲେଖିବା ଓ ହିସାବ କରିବାରେ ଅଧିକ ଫଳପ୍ରଦ ଥିଲା । ଚୀନ୍‌ରେ ଅତି କମ୍‌ରେ ତୃତୀୟ ଶତାବ୍ଦୀ ସୁଦ୍ଧା ରଡ୍ (rod) ସଂଖ୍ୟା ବିକଶିତ ହୋଇଥିଲା ଏବଂ ସପ୍ତଦଶ ଶତାବ୍ଦୀ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ବ୍ୟବହୃତ ହେଉଥିଲା । ଏହା ଏକ ଦଶମିକ ପ୍ରଣାଳୀ (10 ଆଧାର) ଥିଲା । 1 ରୁ 9 ପାଇଁ ସଂକେତ ଗୁଡିକ ନିମ୍ନଭଳି ଥିଲା :

ଚୀନ୍ ଦେଶର ସଂଖ୍ୟା ପ୍ରଣାଳୀ

10 - ଆଧାର କିମ୍ବା ଦଶମିକ

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
ଜୋଙ୍ଗ୍	𝍠	𝍡	𝍢	𝍣	𝍤	𝍥	𝍦	𝍧	𝍨
ହେଙ୍ଗସ୍	𝍩	𝍪	𝍫	𝍬	𝍭	𝍮	𝍯	𝍰	𝍱

ଟିପ୍ପଣୀ : ଜୋଙ୍ଗ (Zongs) ଏକକ, ଶହ, ଦଶହଜାର ଇତ୍ୟାଦିକୁ ସୂଚାଏ ଏବଂ ହେଙ୍ଗସ୍ (Hengs) ଦଶ, ହଜାର, ଲକ୍ଷ ଇତ୍ୟାଦିକୁ ସୂଚାଏ ।

ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟା 𝍪 𝍥 𝍫 𝍣

ଏହାକୁ କିପରି ପଢ଼ିବେ ?	2 (ହେଙ୍ଗ୍) 𝍪	6 (ଜୋଙ୍ଗ୍) 𝍥	3 (ହେଙ୍ଗସ୍) 𝍫	4 (ଜୋଙ୍ଗ୍) 𝍣
ମାର୍ଗଦର୍ଶୀ ସଂଖ୍ୟାର ସ୍ଥାନ	10^3	10^2	10	1

$$= (2) \times 10^3 + (6) \times 10^2 + (3) \times 10 + (4) \times 1$$

$$= 2634$$

数学

ମେସୋପଟାମିଆ ମାନଙ୍କ ପରି ରଡ୍ ସଂଖ୍ୟା ସୂଚକ ଗୁଡିକ ସ୍ଥାନୀୟମାନ ଛାଡିବାକୁ ସୂଚାଇବା ପାଇଁ ବ୍ୟବହାର କରିଥିଲେ । ତେବେ ଏକରୁ ନଅ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ସଂକେତ ଗୁଡିକର ଟିକିଏ ଅଧିକ ସମାନ ଆକାର ହେତୁ ମେସୋପଟାମିଆନ୍ ପ୍ରଣାଳୀ ତୁଳନାରେ ଖାଲି ସ୍ଥାନଗୁଡିକୁ ଚିହ୍ନଟ କରିବା ସହଜ ଥିଲା ।

ଲକ୍ଷ୍ୟକର, ରଡ୍ ସଂଖ୍ୟା ସୂଚକଗୁଡ଼ିକ ଓ ହିନ୍ଦୁ ପ୍ରଣାଳୀ ମଧ୍ୟରେ କିପରି ସମାନତା ଥିଲା । ଚୀନ୍ ଦେଶ ସଂଖ୍ୟା ପ୍ରଣାଳୀ ଶୂନ ପାଇଁ ଏକ ସଂକେତ ସହ ଏକ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ବିକଶିତ ସ୍ଥାନୀୟମାନ ପ୍ରଣାଳୀ ଭାବେ ବିକଶିତ ହୋଇଥିଲା ।

IV ହିନ୍ଦୁ ସଂଖ୍ୟା ପ୍ରଣାଳୀ :

? ସଂଖ୍ୟାଗୁଡିକ ପରିପ୍ରକାଶ କରିବା ପ୍ରଣାଳୀଗୁଡିକର କ୍ରମବିକାଶରେ ହିନ୍ଦୁ / ଭାରତୀୟ ସଂଖ୍ୟା ପ୍ରଣାଳୀର ସ୍ଥାନ କେଉଁଠି ? ଏହାର ମାର୍ଗଦର୍ଶୀ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡିକ କ'ଣ ? ଏବଂ ଏଥିରେ ସ୍ଥାନୀୟମାନ ପ୍ରଣାଳୀ ବ୍ୟବହୃତ ହୁଏ କି ?

ହିନ୍ଦୁ ସଂଖ୍ୟା ପ୍ରଣାଳୀ

ଦଶ-ଆଧାର କିମ୍ବା ଦଶମିକ

ଦଶଟି ସଂକେତ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟା ହେଉଛି 375

ଏହାକୁ କିପରି ପଢ଼ାଯିବ	3	7	5
ମାର୍ଗଦର୍ଶୀ ସଂଖ୍ୟାର ସ୍ଥାନ	10^2	10	1

$= (3) \times 10^2 + (7) \times 10 + (5) \times 1$

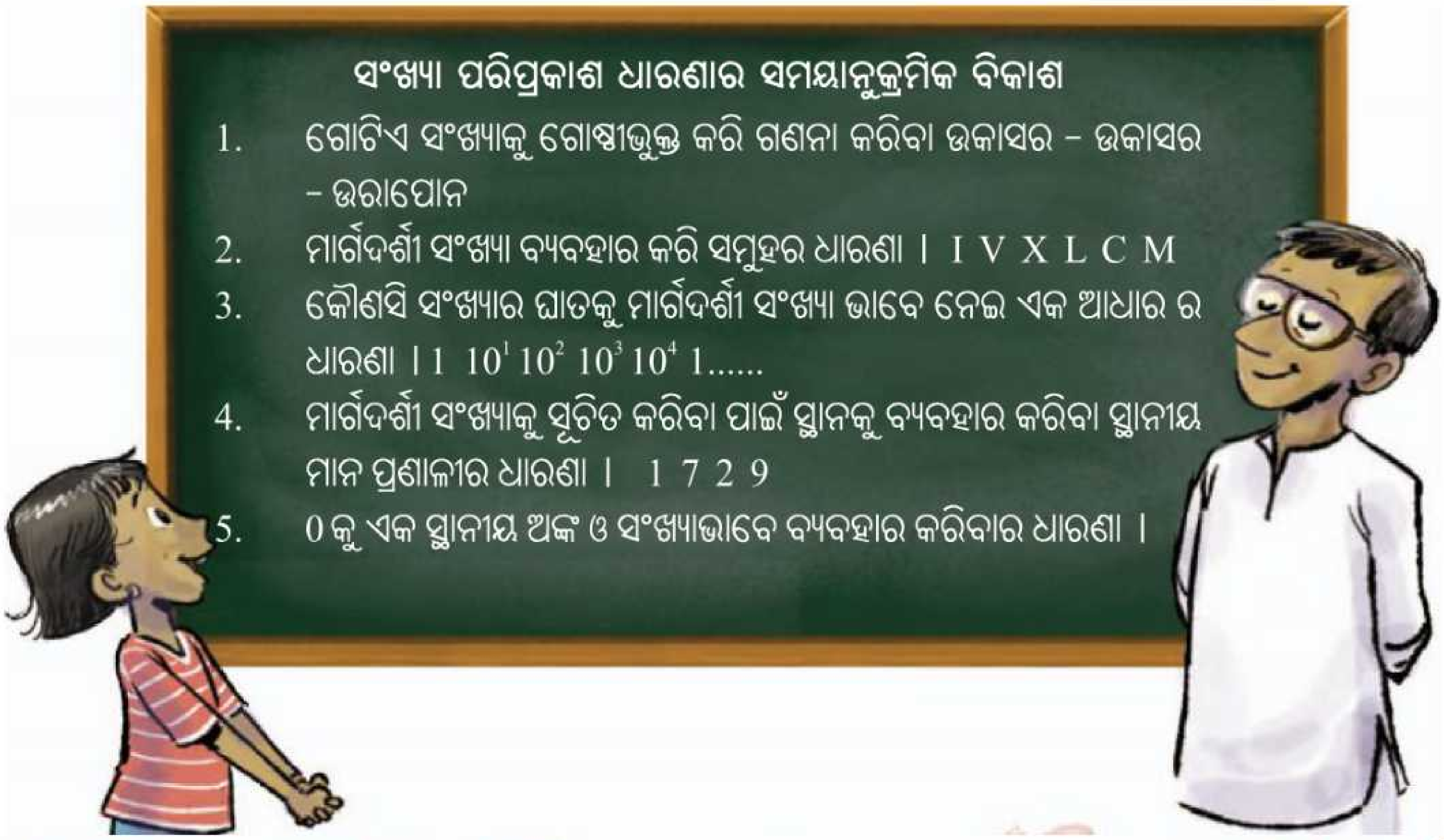
$= 375$

ଏହା ଲକ୍ଷ୍ୟ କରାଯାଇପାରେ, ହିନ୍ଦୁ ସଂଖ୍ୟା ପ୍ରଣାଳୀ ହେଉଛି ସ୍ଥାନୀୟ ମାନ ପ୍ରଣାଳୀ ଉପରେ ଆଧାରିତ। ହିନ୍ଦୁ ସଂଖ୍ୟା ପ୍ରଣାଳୀରେ ଅତିକମ୍‌ରେ ଖ୍ରୀଷ୍ଟପୂର୍ବ 200 ରୁ '0' ପାଇଁ ଏକ ସଂକେତ ରହିଛି। 0 କୁ ଗୋଟିଏ ଅଙ୍କ ଭାବେ ବ୍ୟବହାର କରିବା ଏବଂ ପ୍ରତ୍ୟେକ ସ୍ଥାନରେ ଏକ ଅଙ୍କଭାବେ ବ୍ୟବହାର ହେତୁ, ଏହି ପଦ୍ଧତିରେ ସଂଖ୍ୟା ସୂଚକଗୁଡ଼ିକୁ ପଢ଼ିବା କିମ୍ବା ଲେଖିବାରେ କୌଣସି ପ୍ରକାରର ଦ୍ୱନ୍ଦ ସୃଷ୍ଟି ହୁଏ ନାହିଁ । ଏହି କାରଣରୁ ହିନ୍ଦୁସଂଖ୍ୟା ପ୍ରଣାଳୀ ବର୍ତ୍ତମାନ ସମଗ୍ର ବିଶ୍ୱରେ

ବ୍ୟବହୃତ ହେଉଛି । '0' କୁ ଏକ ଅଙ୍କ ଭାବରେ ଏବଂ ବାସ୍ତବରେ ଏକ ସଂଖ୍ୟା ଭାବରେ ବ୍ୟବହାର ଏହାର ଏକ ସଫଳତା ଥିଲା, ଯାହା ଗଣିତ ଏବଂ ବିଜ୍ଞାନ ଜଗତକୁ ପ୍ରକୃତରେ ପରିବର୍ତ୍ତନ କରିଥିଲା । ଭାରତୀୟ ଗଣିତରେ, ଶୂନ କେବଳ ସ୍ଥାନୀୟମାନ ପ୍ରଣାଳୀରେ ଏକ ସ୍ଥାନଧାରକ ଭାବରେ ବ୍ୟବହୃତ ହୋଇନଥିଲା, ବରଂ ଏହାକୁ ଅନ୍ୟ ସଂଖ୍ୟା ସହିତ ସମାନ ମାନ୍ୟତା ଦିଆଯାଉଥିଲା । ସଂଖ୍ୟା '0' ର ଗାଣିତିକ ଧର୍ମ (ଯଥା, 0 ସହିତ କୌଣସି ସଂଖ୍ୟାକୁ ଯୋଗକଲେ ସେହି ସଂଖ୍ୟା ଏବଂ 0କୁ ଯେ କୌଣସି ସଂଖ୍ୟାରେ ଗୁଣନ କଲେ '0' ମିଳିଥାଏ) ଯାହାକୁ ଆର୍ଯ୍ୟଭଟ୍ଟ 499 ଖ୍ରୀଷ୍ଟାବ୍ଦରେ ତାଙ୍କର *ଆର୍ଯ୍ୟଭଟ୍ଟୀୟ ପୁସ୍ତକ*ରେ ହିନ୍ଦୁ ସଂଖ୍ୟା ବ୍ୟବହାର କରି ଗଣନା କରିବା ଏବଂ ବିସ୍ତୃତ ବୈଜ୍ଞାନିକ ଗଣନା କରିବା ପାଇଁ ସ୍ପଷ୍ଟ ଭାବରେ ବ୍ୟବହାର କରିଥିଲେ। ଅନ୍ୟ ଯେ କୌଣସି ସଂଖ୍ୟା ପରି 0 ର ବ୍ୟବହାର ଯାହା ଉପରେ ଜଣେ ମୌଳିକ ଗାଣିତିକ କାର୍ଯ୍ୟ କରିପାରିବ, ତାହା ବ୍ରହ୍ମଗୁପ୍ତ 628 ଖ୍ରୀଷ୍ଟାବ୍ଦରେ ତାଙ୍କ ପୁସ୍ତକ *ବ୍ରହ୍ମସ୍ଫୁଟସିଦ୍ଧାନ୍ତ* ରେ ସଂହିତାବଦ୍ଧ କରିଥିଲେ, ଯେପରି ଆମେ ପୂର୍ବ ଶ୍ରେଣୀରେ ଶିଖିଥିଲୁ ।

0 କୁ ଅନ୍ୟ ଋଣାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ମାନଙ୍କ ସହିତ ନେଇ ବ୍ରହ୍ମଗୁପ୍ତ ଏକ ଆଧୁନିକ ପରିଭାଷା ସୃଷ୍ଟି କରିଥିଲେ, ଯାହାକୁ **ରିଙ୍ଗ** (Ring) କୁହାଗଲା । ଅର୍ଥାତ୍ ସଂଖ୍ୟାର ଏକ ସେଟ୍ ଯାହା ଯୋଗ, ବିୟୋଗ ଏବଂ ଗଣନ ପ୍ରକ୍ରିୟାରେ ସଂବୃତ୍ତି ନିୟମ ସେହି ସେଟ୍‌ର ଯେ କୌଣସି ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟାକୁ ଯୋଗକଲେ, ବିୟୋଗ କଲେ କିମ୍ବା ଗୁଣନ କଲେ ଯାହା ଫଳ ମିଳେ ତାହା ସେହି ସେଟ୍‌ର ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ପାଳନ କରେ । ଏହି ନୂତନ ଧାରଣାଗୁଡିକ ଆଧୁନିକ ଗଣିତ ପାଇଁ ବିଶେଷ କରି ବୀଜଗଣିତ ଏବଂ ବିଶ୍ଳେଷଣାତ୍ମକ ପ୍ରମାଣକ୍ଷେତ୍ରରେ ମୂଳଦୁଆ ସ୍ଥାପନ କରିଥିଲା ।

ଆଶା କରାଯାଏ, ଏହା ନିଶ୍ଚିତଭାବେ ତୁମକୁ ସଂଖ୍ୟାଲିଖନ ଓ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କ ସହିତ ହିସାବ କରିବାର ଧାରଣାର ଅନୁଭବ ଦେଇଥିବ । 0 ର ଆବିଷ୍କାର ଓ ଏହାର ଫଳସ୍ୱରୂପ ଭାରତୀୟ ସଂଖ୍ୟାପ୍ରଣାଳୀ ପ୍ରକୃତରେ ସର୍ବକାଳୀନ ଶ୍ରେଷ୍ଠ, ସବୁଠାରୁ ସୃଜନଶୀଳ ଏବଂ ଫଳପ୍ରଦ ଉଦ୍ଭାବକ ମଧ୍ୟରୁ ଅନ୍ୟତମ - ଯାହା ଆମ ନିତିଦିନିଆ ଜୀବନରେ ନିରନ୍ତର ଦେଖାଯାଉଛି ଏବଂ ଆଧୁନିକ ବିଜ୍ଞାନ, ପ୍ରଯୁକ୍ତିବିଦ୍ୟା, ହିସାବ କରିବା, ସର୍ବେକ୍ଷଣ ଏବଂ ଅନ୍ୟାନ୍ୟ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଏକ ଦୃଢ଼ ମୂଳଦୁଆ ସୃଷ୍ଟି କରିଛି । ପରବର୍ତ୍ତୀ ସମୟରେ ଯେତେବେଳେ ତୁମେ ସଂଖ୍ୟା ଲେଖିବ ସେତେବେଳେ ତା ପଛରେ ଥିବା ଆଶ୍ଚର୍ଯ୍ୟଜନକ ଇତିହାସ ଏବଂ ସେମାନଙ୍କ ଆବିଷ୍କାର ସହିତ ସଂପୃକ୍ତ ଗଭୀର ଧାରଣା ବିଷୟରେ ଚିନ୍ତା କରିପାରିବା ।



? ନିଜେ କରିଦେଖ

1. ତୁମେ କାହିଁକି ଭାବୁଛ ଯେ ଚୀନ୍ ଦେଶର ଲୋକମାନେ ଜୋଙ୍ଗ (Zong) ଏବଂ ହେଙ୍ଗ (Heng) ସଂକେତ ମଧ୍ୟରେ ଅଦଳବଦଳ କରୁଥିଲେ ? ଯଦି କେବଳ ଜୋଙ୍ଗ (Zong) ସଂକେତ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଏ, ତେବେ 41 କୁ କିପରି ଲେଖାଯାଇପାରିବ ? ଯଦି କ୍ରମରେ ଥିବା ଦୁଇଟି ସ୍ଥାନ ମଧ୍ୟରେ କୌଣସି ଆଖିଦୃଶିଆ ଖାଲିଯାଗା ନ ଥାଏ, ତେବେ ସେହି ସଂଖ୍ୟାକୁ ଅନ୍ୟ କୌଣସି ଉପାୟରେ ବର୍ଣ୍ଣନା କରାଯାଇପାରିବ କି ? ଗାଣିତିକ୍ କଥାବାର୍ତ୍ତା

2. 'ଉକାସାର' ଏବଂ ''ଉରାପୋନ''କୁ ଅଙ୍କ ଭାବରେ ବ୍ୟବହାର କରି ଏକ ସ୍ଥାନୀୟମାନ ପ୍ରଣାଳୀ ଗଠନ କର । ଗୁମୁଲଗାଲ ପ୍ରଣାଳୀ ସହିତ ଏହାକୁ ତୁଳନା କର ।

3 ତୁମର ଦୈନନ୍ଦିନ ଜୀବନରେ କେଉଁଠାରେ ଏବଂ କେଉଁ ବୃତ୍ତିରେ ହିନ୍ଦୁସଂଖ୍ୟା ସୂଚକ ଏବଂ 0 ଏକ ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ଭୂମିକା ଗ୍ରହଣ କରନ୍ତି । ଯଦି ଆମର ସଂଖ୍ୟା ପ୍ରଣାଳୀ ଏବଂ 0 ଆବିଷ୍କୃତ ହୋଇନଥାନ୍ତା କିମ୍ବା କଳ୍ପନା କରାଯାଇ ନଥାନ୍ତା, ତେବେ ଆମର ଜୀବନ କିପରି ଭିନ୍ନ ହୋଇଥାନ୍ତା ?

4. ପ୍ରାଚୀନ ଭାରତୀୟମାନେ ହିନ୍ଦୁ ସଂଖ୍ୟା ପ୍ରଣାଳୀ ପାଇଁ ସମ୍ଭବତଃ 10 କୁ ଆଧାରରୂପେ ବ୍ୟବହାର କରୁଥିଲେ । କାରଣ ମଣିଷର 10 ଟି ଆଙ୍ଗୁଠି ଅଛି ଏବଂ ଆମେ ଗଣନା କରିବା ପାଇଁ ଆମର ଆଙ୍ଗୁଠିକୁ ବ୍ୟବହାର କରିଥାଉ । କିନ୍ତୁ ଯଦି ଆମର କେବଳ ୪ ଟି ଆଙ୍ଗୁଠି ଥାଆନ୍ତା ତେବେ କ'ଣ ହୋଇଥାନ୍ତା ? ସେ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଆମେ ସଂଖ୍ୟା କିପରି ଲେଖିଥାନ୍ତେ ? ଯଦି ଆମେ 10 ପରିବର୍ତ୍ତେ ୪ କୁ ଆଧାର ଭାବେ ବ୍ୟବହାର କରିଥାନ୍ତୁ, ତେବେ ହିନ୍ଦୁ ସଂଖ୍ୟା ସୂଚକଗୁଡ଼ିକ କିପରି ହୋଇଥାନ୍ତା ? ସେହିପରି 5 ଆଧାର ହୋଇଥିଲେ କ'ଣ ହୋଇଥାଆନ୍ତା ? ସେହିପରି 5 ଆଧାର ହୋଇଥିଲେ ହିନ୍ଦୁ ସଂଖ୍ୟା 25 କୁ ୪ ଆଧାର ଏବଂ 5 ଆଧାର ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା ପ୍ରଣାଳୀ ବ୍ୟବହାର କରି ଲେଖିବାକୁ ଚେଷ୍ଟାକର । ଏହାକୁ ତୁମେ 2 ଆଧାର ବିଶିଷ୍ଟ ପ୍ରଣାଳୀରେ ଲେଖିପାରିବ କି ? ଗାଣିତିକ୍ କଥାବାର୍ତ୍ତା

ଉପରୋକ୍ତ ମାନଚିତ୍ର ବିଭିନ୍ନ ସଭ୍ୟତାର ଅବସ୍ଥିତିକୁ ସୂଚିତ କରୁଛି । ଯେଉଁଗୁଡ଼ିକ ବିଭିନ୍ନ ସମୟରେ ଗଢ଼ି ଉଠିଥିଲା ।

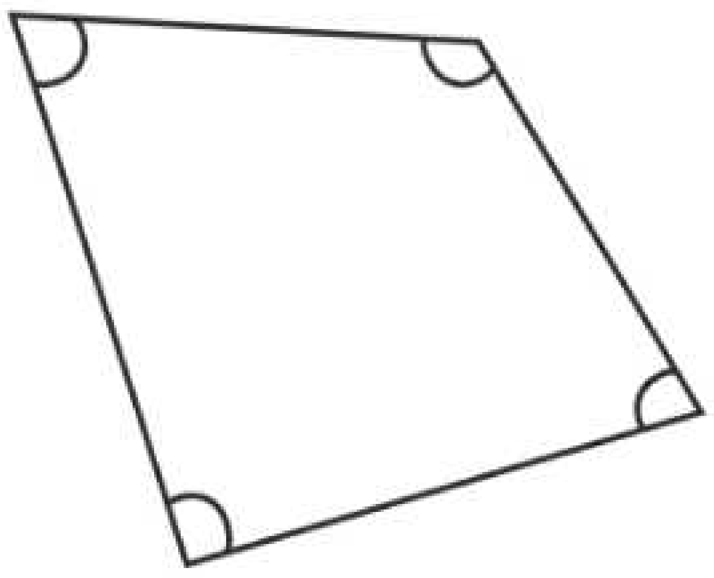
ଆମେ କ'ଣ ଶିଖିଲେ

- ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ପରିପ୍ରକାଶ କରିବା ପାଇଁ ଆମକୁ ବସ୍ତୁ, ନାମ କିମ୍ବା ଲିଖିତ ସଂକେତଗୁଡ଼ିକର ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ମାନକ କ୍ରମ ଆବଶ୍ୟକ । ମାନକ କ୍ରମକୁ **ସଂଖ୍ୟା ପ୍ରଣାଳୀ** କୁହାଯାଏ ।
- ଏକ ଲିଖିତ ସଂଖ୍ୟା ପ୍ରଣାଳୀରେ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ସୂଚାଉଥିବା ସଙ୍କେତଗୁଡ଼ିକୁ **ସଂଖ୍ୟାସୂଚକ** କୁହାଯାଏ ।
- ଏକ ସଂଖ୍ୟାପ୍ରଣାଳୀରେ **ମାର୍ଗଦର୍ଶୀ ସଂଖ୍ୟା** ହେଉଛି ସହଜରେ ଚିହ୍ନାଯାଇ ପାରୁଥିବା ସଂଖ୍ୟା ଏବଂ ଅନ୍ୟ ସଂଖ୍ୟାକୁ ବୁଝିବା ଏବଂ ସେମାନଙ୍କ ସହିତ ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକ୍ରିୟା କରିବା ପାଇଁ ଏହା ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁ (Reference Point) ଭାବେ ବ୍ୟବହୃତ ହୁଏ । ସେମାନେ ସଂଖ୍ୟା ପ୍ରଣାଳୀରେ ସମନ୍ୱୟକ ଭାବେ କାର୍ଯ୍ୟକରନ୍ତି । ନିଜକୁ ବୁଝିବାରେ ଏମାନେ ସାହାଯ୍ୟ କରିଥାଆନ୍ତି, ପରିମାଣଗୁଡିକୁ ବିଶେଷକରି ବଡ ପରିମାଣଗୁଡିକୁ ବୁଝିବାରେ ସାହାଯ୍ୟ କରିଥାନ୍ତି ।
- ଏକ ସଂଖ୍ୟା ପ୍ରଣାଳୀ ଯାହାର ମାର୍ଗଦର୍ଶୀ ସଂଖ୍ୟା ଗୁଡିକ ଏକ ସଂଖ୍ୟା n ର ଘାତ ହୋଇଥାଏ, ତାହାକୁ **n ଆଧାର ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା ପ୍ରଣାଳୀ** କୁହାଯାଏ ।
- ଯେଉଁ ସଂଖ୍ୟା ପ୍ରଣାଳୀଗୁଡିକର ଏକ ଆଧାର ଥାଏ, ଯାହା ସଂକେତର ଅବସ୍ଥିତିକୁ ବ୍ୟବହାର କରି ଏହା ସହିତ ସଂପୃକ୍ତ ମାର୍ଗଦର୍ଶୀ ସଂଖ୍ୟା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରେ । ତାହାକୁ **ସ୍ଥାନୀକ ସଂଖ୍ୟା ପ୍ରଣାଳୀ** ବା **ସ୍ଥାନୀୟମାନ ପ୍ରଣାଳୀ** କୁହାଯାଏ ।
- ସ୍ଥାନୀୟମାନ ପରିପ୍ରକାଶକୁ ମେସୋପଟାମିଆ (ବେବିଲୋନୀୟ) ମାୟାନ୍, ଚୀନ୍ ଏବଂ ଭାରତୀୟ ସଭ୍ୟତାଗୁଡ଼ିକ ଦ୍ୱାରା ବ୍ୟବହାର କରାଯାଉଥିଲା ।
- ଆଜି ସାରା ବିଶ୍ୱରେ ଆମେ ବ୍ୟବହାର କରୁଥିବା ସଂଖ୍ୟା ପ୍ରଣାଳୀ **ହିନ୍ଦୁ ସଂଖ୍ୟା ପ୍ରଣାଳୀ** (ଏହାକୁ କେତେବେଳେ **ଭାରତୀୟ ସଂଖ୍ୟା ପ୍ରଣାଳୀ** କିମ୍ବା **ହିନ୍ଦୁ ଆରବୀୟ ସଂଖ୍ୟା ପ୍ରଣାଳୀ** ମଧ୍ୟ କୁହାଯାଇପାରେ । ଏହା 10 ଟି ଅଙ୍କ ଥିବା ଏକ ସ୍ଥାନୀୟମାନ ପ୍ରଣାଳୀ ଯେଉଁଥିରେ 0 ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ଏବଂ ଏହାକୁ ଅନ୍ୟ ଅଙ୍କଗୁଡ଼ିକ ସହିତ ସମକକ୍ଷ ଭାବେ ବିବେଚନା କରାଯାଏ । 0 କୁ ଏକ ସଂଖ୍ୟା ଭାବରେ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଉଥିବା ହେତୁ, ଏହି ପ୍ରଣାଳୀ କେବଳ ସୀମିତସଂଖ୍ୟକ ସଂକେତ ବ୍ୟବହାର କରିବା ପାଇଁ ସମର୍ଥ କରାଯାଇଥାଏ । ଏହି ପ୍ରଣାଳୀ ପ୍ରାୟ 2000 ବର୍ଷ ପୂର୍ବେ ଭାରତରେ ସୃଷ୍ଟି ହୋଇଥିଲା ଏବଂ ପରବର୍ତ୍ତୀ ସମୟରେ ସମଗ୍ର ବିଶ୍ୱକୁ ପରିବ୍ୟାପ୍ତ ହୋଇଥିଲା । ଏହାକୁ ମାନବ ଇତିହାସର ସର୍ବବୃହତ୍ ଉଦ୍ଭାବନ ଭାବେ ବିବେଚନା କରାଯାଏ ।

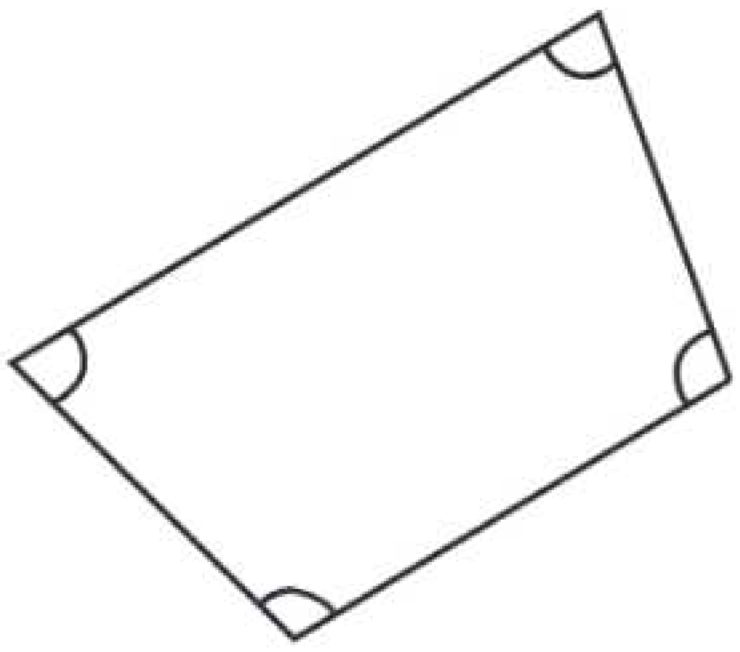
4 ଚତୁର୍ଭୁଜ (QUADRILATERALS)

ଏହି ଅଧ୍ୟାୟରେ ଆମେ ଚାରିବାହୁ ବିଶିଷ୍ଟ କିଛି ମଜାଦାର ଆକୃତି ବିଷୟରେ ପଢ଼ିବା ଓ ତତ୍-ଆଧାରିତ ସମସ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ସମାଧାନ କରିବା । ନିମ୍ନୋକ୍ତ ଚିତ୍ରଗୁଡ଼ିକୁ ସାଧାରଣତଃ ଚତୁର୍ଭୁଜ କୁହାଯାଏ । 'ଚତୁର୍ଭୁଜ' ଶବ୍ଦଟି ଲାଟିନ୍ ଶବ୍ଦ"quadri"ରୁ ଆସିଛି, ଯାହାର ଅର୍ଥ ଚାରି ଏବଂ "Latus" ର ଅର୍ଥ ବାହୁ । ଅର୍ଥାତ୍, ଚତୁର୍ଭୁଜର ଅର୍ଥ ଚାରିବାହୁ ବିଶିଷ୍ଟ ଚିତ୍ର ବା ଆକୃତି ।

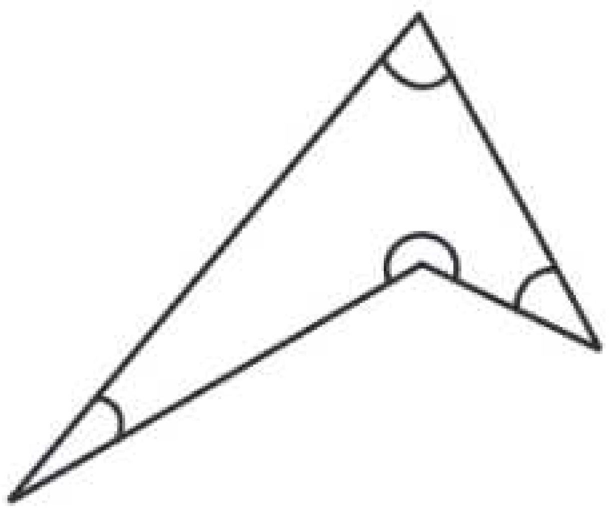
? ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ଚିତ୍ରଗୁଡ଼ିକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର ।



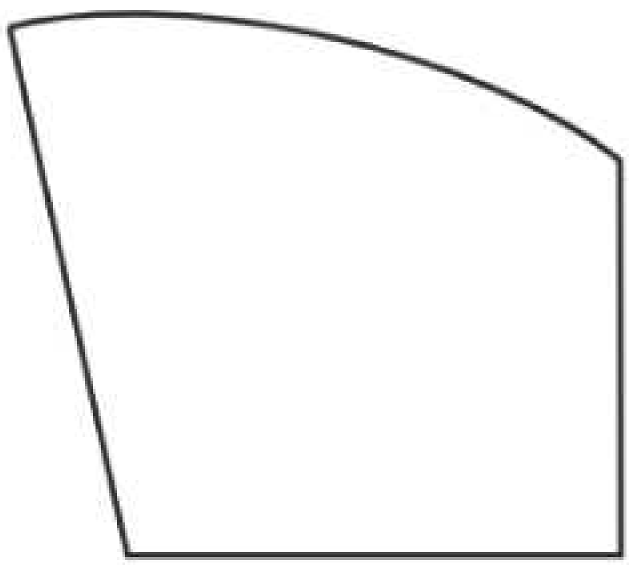
(i)



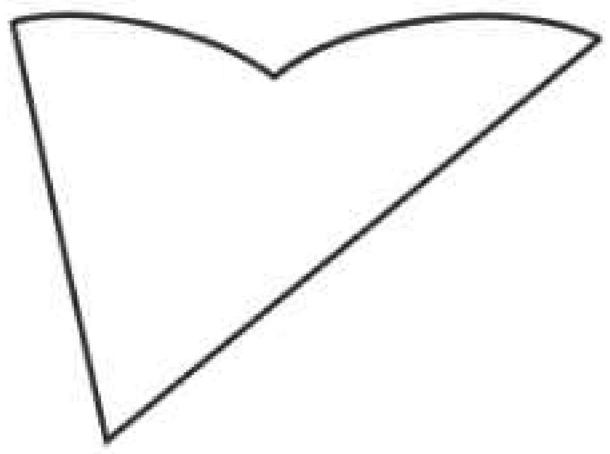
(ii)



(iii)



(iv)



(v)

ଚିତ୍ର (i), (ii) ଓ (iii) ହେଉଛି ଚତୁର୍ଭୁଜ, କିନ୍ତୁ ଅନ୍ୟଚିତ୍ରଗୁଡ଼ିକ ନୁହନ୍ତି । କାହିଁକି ?

ଏକ ଚତୁର୍ଭୁଜର **କୋଣ**ଗୁଡ଼ିକ ହେଉଛି ଏହାର ବାହୁମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ଉତ୍ପନ୍ନ ହେଉଥିବା କୋଣ, ଯେପରି ଚିତ୍ର (i), (ii) ଏବଂ (iii) ରେ ଦର୍ଶାଯାଇଛି ।

ଆମେ ସବୁଠାରୁ ଅଧିକ ଜଣାଶୁଣା ଚତୁର୍ଭୁଜ- ଆୟତଚିତ୍ର ଓ ବର୍ଗଚିତ୍ରରୁ ଆରମ୍ଭ କରିବା ।

4.1 ଆୟତଚିତ୍ର ଓ ବର୍ଗଚିତ୍ର (Rectangle and Square)

ଆୟତଚିତ୍ର କହିଲେ ଆମେ କ'ଣ ଜାଣିଛୁ । ଆସ, ଏହାର ସଂଜ୍ଞା ନିରୂପଣ କରିବା ।

ଆୟତଚିତ୍ର : ଆୟତଚିତ୍ର ହେଉଛି ଏକ ଚତୁର୍ଭୁଜ ଯାହାର-

(i) ସମସ୍ତ କୋଣ ସମକୋଣ (90°), ଏବଂ

(ii) ବିପରୀତ ବାହୁମାନଙ୍କର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ ।

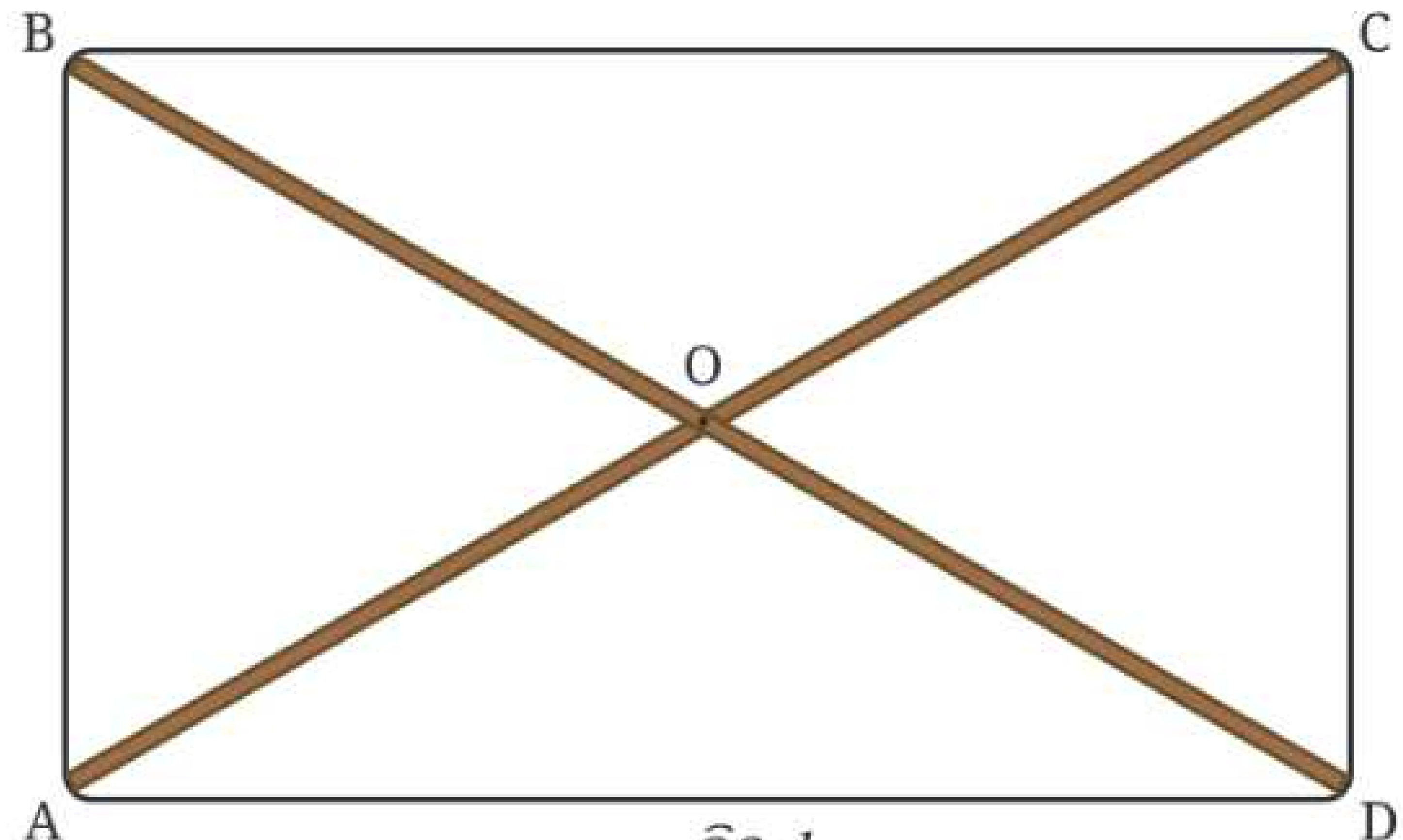
ଅର୍ଥାତ୍, ଏହି ସର୍ତ୍ତଗୁଡ଼ିକୁ ପୂରଣ କରୁଥିବା ଚତୁର୍ଭୁଜକୁ ଆୟତଚିତ୍ର କୁହାଯାଏ ।

? ଆୟତ ଚିତ୍ରର ସଂଜ୍ଞା ଦେବାପାଇଁ ଆଉ କିଛି ଉପାୟ ଅଛି କି ?

ଆସ ଆୟତଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ ସହିତ ସଂପୃକ୍ତ ନିମ୍ନଲିଖିତ ସମସ୍ୟାକୁ ବିଚାର କରିବା ।

ଏକ ବଢ଼େଇର ସମସ୍ୟା

? ଜଣେ ବଢ଼େଇକୁ ଚିତ୍ର 1ରେ ଦେଖାଯାଇଥିବା ଭଳି ଦୁଇଟି ପତଳା କାଠପଟା AC ଓ BD କୁ ଯୋଡ଼ିବାକୁ ପଡ଼ିବ, ଯେପରି ସେମାନଙ୍କ ପ୍ରାନ୍ତବିନ୍ଦୁ ଦେଇ ଏକ ସୁତା ବୁଲାଇଲେ ତାହା ଏକ ଆୟତଚିତ୍ର ସୃଷ୍ଟି କରିବ । ସେ ପୂର୍ବରୁ ଗୋଟିଏ ୪ ସେ.ମି. ଦୈର୍ଘ୍ୟର ପଟା ରଖିଛି । ତେବେ ଅନ୍ୟ ପଟାଟିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ କେତେ ହେବ ? ସେ ଦୁଇଟା ପଟା କେଉଁଠାରେ ଯୋଡ଼ି ହେବ ?



ଚିତ୍ର-1

ଆସ ପ୍ରଥମେ ବଢ଼େଇକୁ ତିଆରି କରିବାକୁ ଥିବା ଆକୃତିର ଏକ ନକ୍ସା ପ୍ରସ୍ତୁତ କରିବା । ପଟାଗୁଡ଼ିକୁ ରେଖାଖଣ୍ଡ ଭାବେ ବିଚାର କରିବା । ସେଗୁଡ଼ିକ ସେମାନଙ୍କର ପ୍ରାନ୍ତବିନ୍ଦୁ ଦ୍ୱାରା ସୃଷ୍ଟି ହେଉଥିବା ଚତୁର୍ଭୁଜର କର୍ଣ୍ଣ । ଚତୁର୍ଭୁଜଟି ଏକ ଆୟତଚିତ୍ର ହେବାପାଇଁ ଆମକୁ ନିମ୍ନଲିଖିତ ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକର ଉତ୍ତର ଦେବାକୁ ପଡ଼ିବ ।

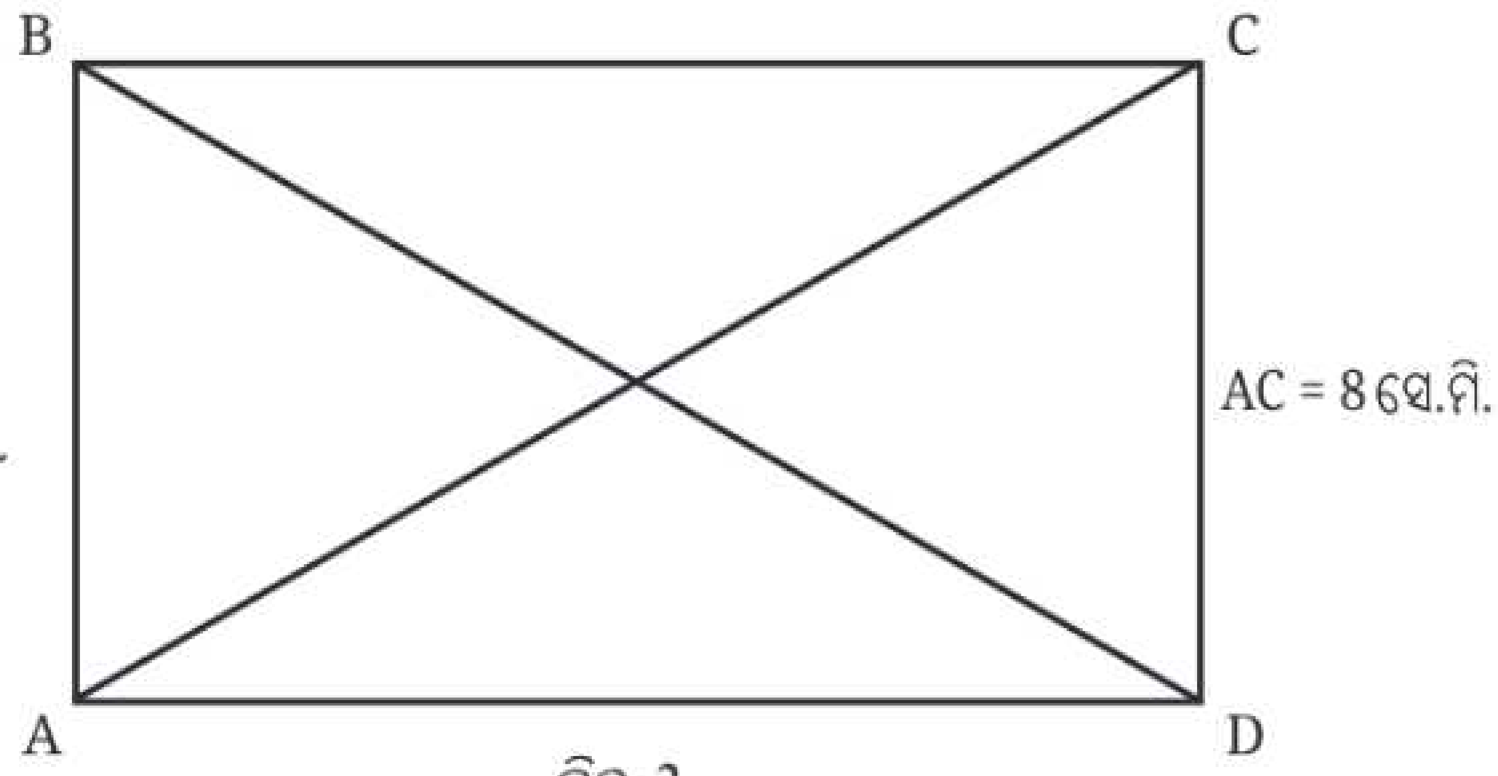
? 1. ଅନ୍ୟ କର୍ଣ୍ଣଟିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ କେତେ ?

? 2. କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟର ଛେଦବିନ୍ଦୁ କେଉଁଟି ?

? 3. କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରେ ସୃଷ୍ଟି ହେଉଥିବା କୋଣ କେତେ ହେବା ଉଚିତ୍ ?

? ଆସ ଜ୍ୟାମିତିକ ତର୍କ ବ୍ୟବହାର କରି ଏହି ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକର ଉତ୍ତର ଖୋଜିବା । ଯଦି ତାହା କଷ୍ଟକର ହେଉଥିବ, କେତେକ ଆୟତଚିତ୍ରର ଅଙ୍କନ ଓ ମାପ କରିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କର ।

ଏହି ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ପାଇବାପାଇଁ ଆମେ କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟକୁ ଏପରି ଭାବେ ରଖିବା, ଯେପରି ସେମାନଙ୍କର ପ୍ରାନ୍ତବିନ୍ଦୁଗୁଡ଼ିକ ଚିତ୍ର 2 ରେ ଦେଖାଯାଇଥିବା ଭଳି ଏକ ଆୟତଚିତ୍ରର ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ ହୋଇ ରହିବେ ।



ଚିତ୍ର-2

ତର୍କସିଦ୍ଧାନ୍ତ 1 (Deduction 1) : ଏହାର ଅନ୍ୟ କର୍ଣ୍ଣଟିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ କେତେ ?

ସର୍ବସମତା ସର୍ତ୍ତ ବ୍ୟବହାର କରି ଏହାକୁ ନିମ୍ନ ପ୍ରକାରେ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିହେବ–

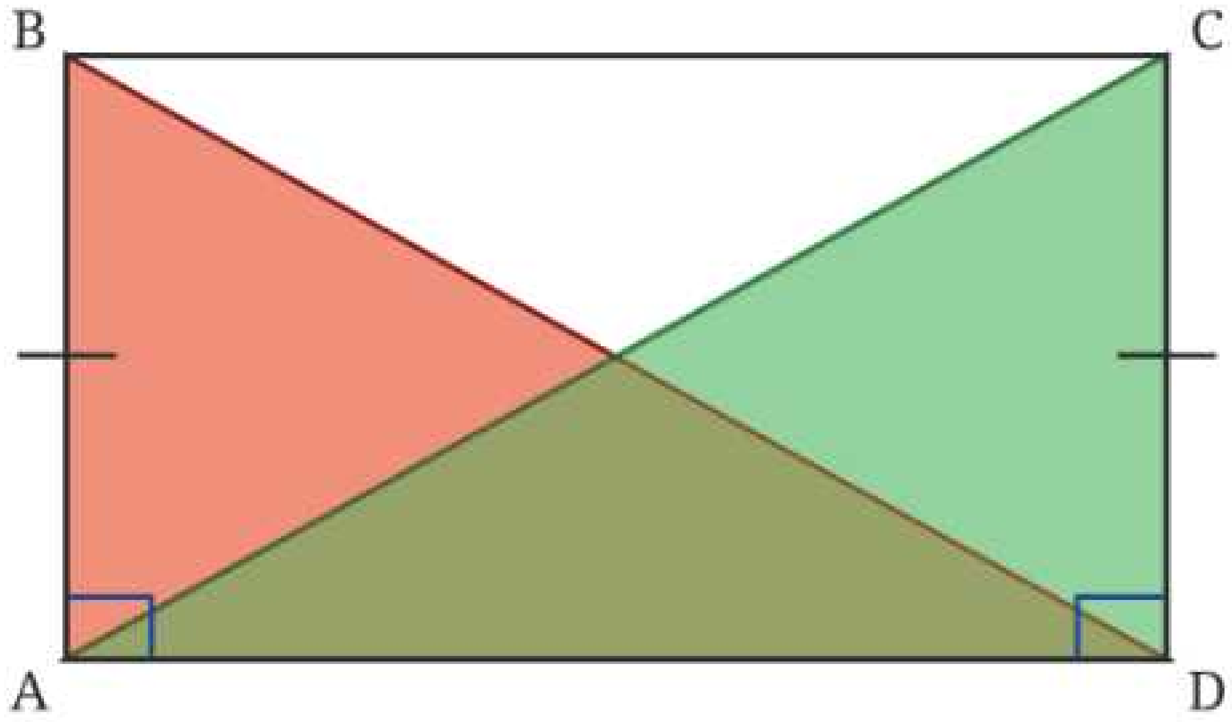
ଯେହେତୁ ABCD ଏକ ଆୟତଚିତ୍ର, ତେଣୁ $AB = CD$

$\angle BAD = \angle CDA = 90^0$

AD ଉଭୟ ତ୍ରିଭୁଜର ସାଧାରଣ ବାହୁ ।

ତେଣୁ $\Delta ADC \cong \Delta DAB$ (ବା-କୋ-ବା ସର୍ବସମତା)

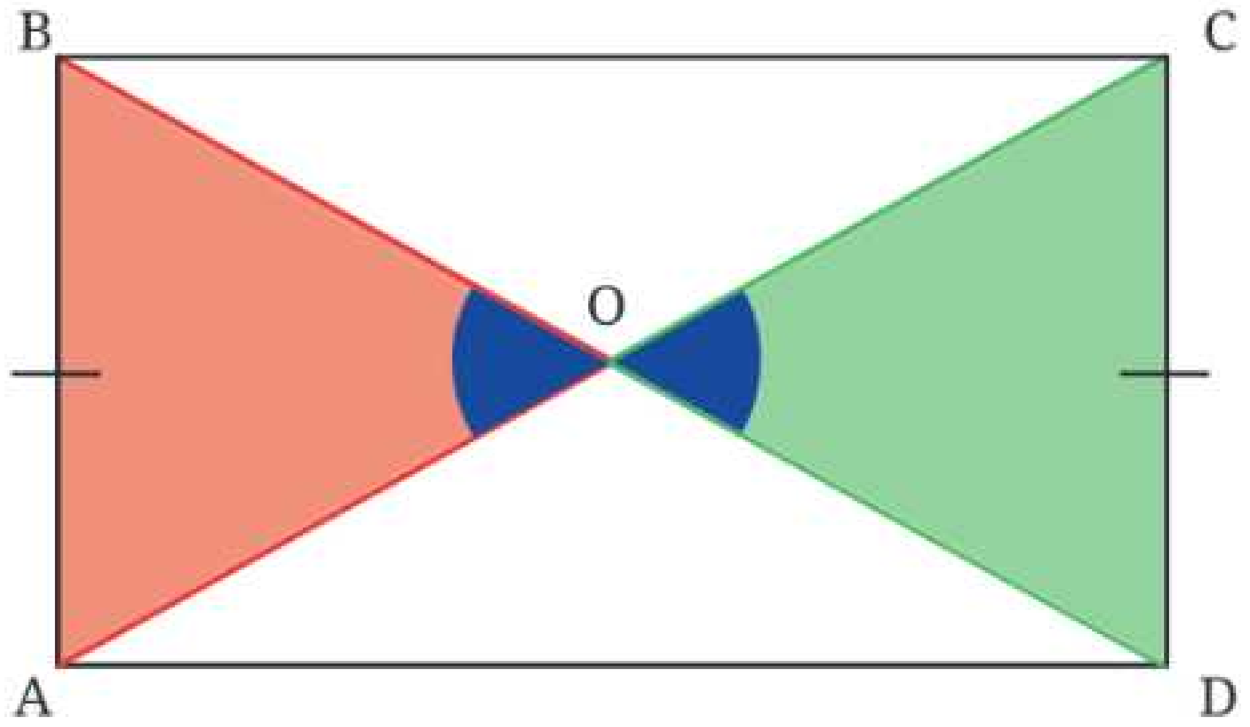
ତେଣୁ $AC = BD$ (ଯେହେତୁ ସର୍ବସମ ତ୍ରିଭୁଜଦ୍ୱୟର ଅନୁରୂପ ବାହୁ)



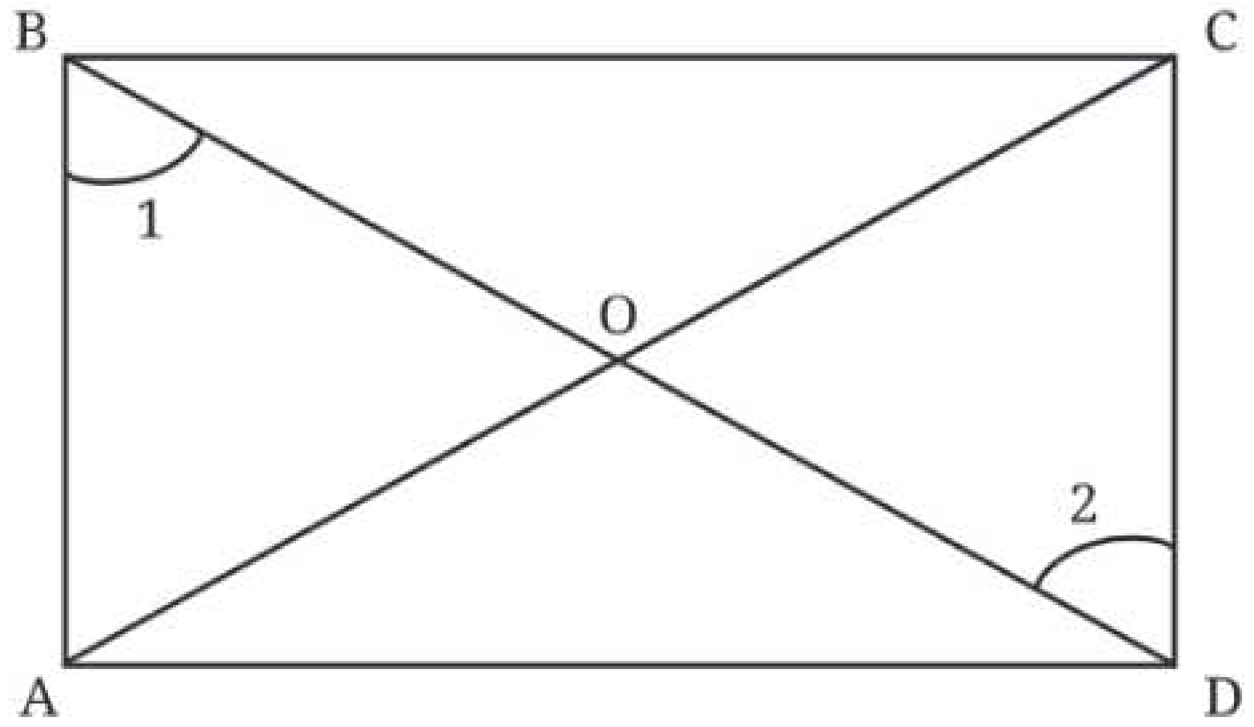
ଏଥିରୁ ଜଣାପଡ଼ିଲା ଯେ, ଆୟତଚିତ୍ରର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ସମଦୈର୍ଘ୍ୟବିଶିଷ୍ଟ । ତେଣୁ ଅନ୍ୟ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 8 ସେ.ମି. । ତୁମେ ଗୋଟିଏ ଆୟତଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ କରି, ଏହି ଧର୍ମର ଯାଞ୍ଚ କରିପାରିବ ।

ତର୍କସିଦ୍ଧାନ୍ତ 2 (Deduction 2) : କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟର ଛେଦବିନ୍ଦୁ କ'ଣ ?

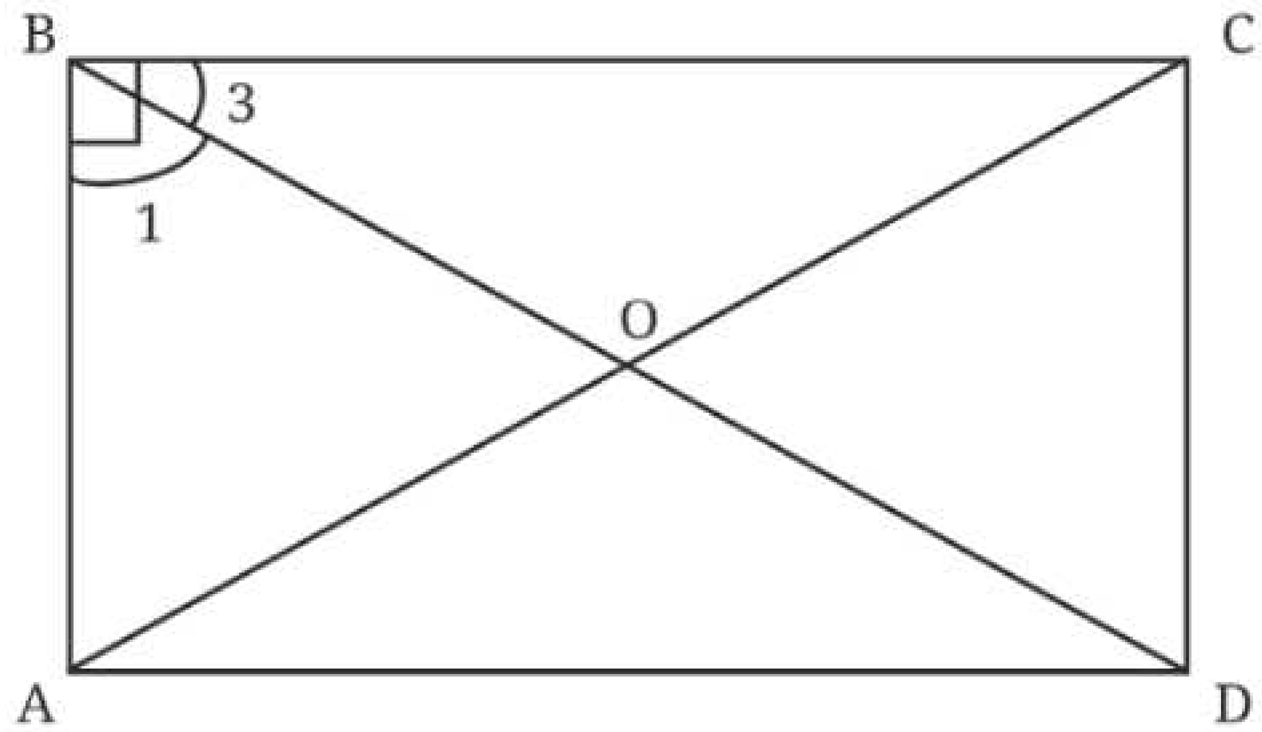
ସର୍ବସମତା ସର୍ତ୍ତ ବ୍ୟବହାର କରି, କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟର ଛେଦବିନ୍ଦୁ ସ୍ଥିର କରିହେବ । OA ଓ OC ଏବଂ OB ଓ OD ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ସମ୍ପର୍କ ଜାଣିବା ପାଇଁ ଆମେ ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜର କେଉଁ ତ୍ରିଭୁଜଦ୍ୱୟକୁ ସର୍ବସମ କରିବା ଆବଶ୍ୟକ ?



ପ୍ରତୀପ କୋଣ ହୋଇଥିବାରୁ ନୀଳରଙ୍ଗ ଚିହ୍ନିତ କୋଣଦ୍ୱୟ ସର୍ବସମ

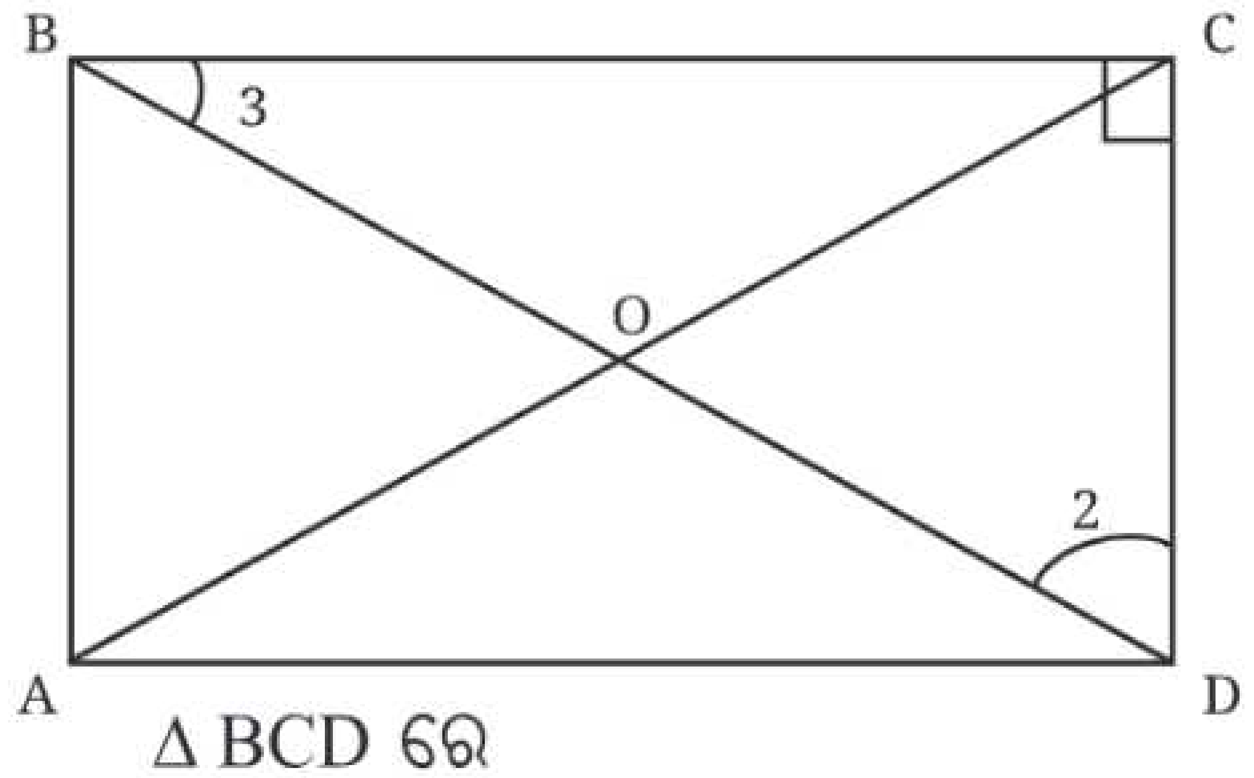


ସର୍ବସମତା ଦର୍ଶାଇବା ପାଇଁ $\angle 1$ ଓ $\angle 2$ କୁ ନିଅ । ସେମାନଙ୍କର ପରିମାଣ ସମାନ କି ?



ଯେହେତୁ $\angle B = 90°$

$\angle 1 + \angle 3 = 90°$



ΔBCD ରେ

$\angle 3 + \angle 2 + 90° = 180°$ ହୋଇଥିବାରୁ,

ଆମେ ପାଇବା $\angle 3 + \angle 2 = 90°$.

ତେଣୁ $\angle 1 = \angle 2 \; (=90° - \angle 3)$

କୋ-କୋ-ବା ସର୍ବସମତା ସର୍ତ୍ତ ଅନୁସାରେ $\Delta AOB \cong \Delta COD$ । ଅର୍ଥାତ୍ $OA = OC$ ଏବଂ $OB = OD$, କାରଣ ସେମାନେ ସର୍ବସମ ତ୍ରିଭୁଜର ଅନୁରୂପ ଅଂଶ । ତେଣୁ AC ଓ BD କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ ହେଉଛି ‘O’ ।

ଏଥିରୁ ଜଣାଯାଏ ଯେ, **ଆୟତଚିତ୍ରର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ସର୍ବଦା ସେମାନଙ୍କର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁରେ ପରସ୍ପରକୁ ଛେଦ କରନ୍ତି ।** ତେଣୁ ଏକ ଆୟତଚିତ୍ର ପାଇବା ପାଇଁ ସମଦୈର୍ଘ୍ୟ ବିଶିଷ୍ଟ ଦୁଇଟି କର୍ଣ୍ଣ ଅଙ୍କନ କରାଯିବା ଆବଶ୍ୟକ ଏବଂ ସେହି କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପରକୁ ସେମାନଙ୍କର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରୁଥିବେ ।

ଯେତେବେଳେ କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପରକୁ ସେମାନଙ୍କର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରନ୍ତି, ଆମେ କହୁ ଯେ କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପରକୁ **ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡ** କରନ୍ତି । ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡର ଅର୍ଥ ଦୁଇ ସମାନ ଭାଗରେ ବିଭକ୍ତ ହେବା ।

କେତୋଟି ଆୟତଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ କର । ସେମାନଙ୍କର କର୍ଣ୍ଣ ଓ କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟର ଛେଦବିନ୍ଦୁ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର, ଏହି ଧର୍ମର ପରୀକ୍ଷା କର ।

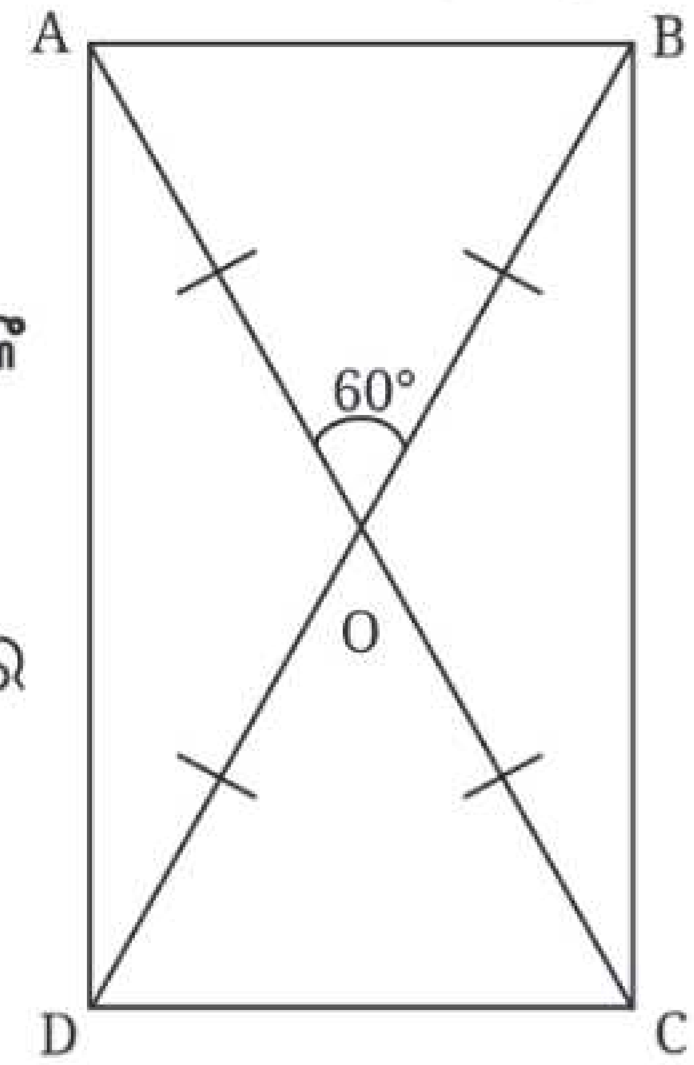
? $\Delta AOB \cong \Delta COD$ ପ୍ରମାଣ କରିବା ପାଇଁ ନିମ୍ନ ସମାନ ମାପଗୁଡ଼ିକୁ ବ୍ୟବହାର କରିପାରିବା କି ?

ଗାଣିତିକ କଥାବାର୍ତ୍ତା

$AO = CO$ (ପୂର୍ବରୁ ପ୍ରମାଣିତ)

$\angle AOB = \angle COD$ (ପ୍ରତୀପ କୋଣ)

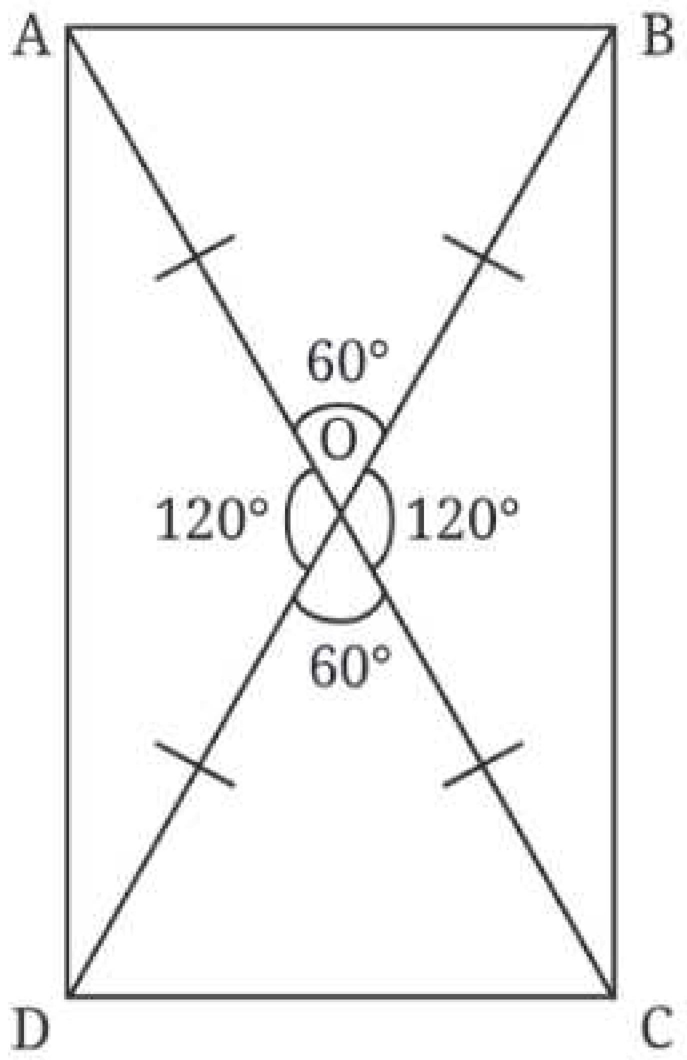
$AD = CB$



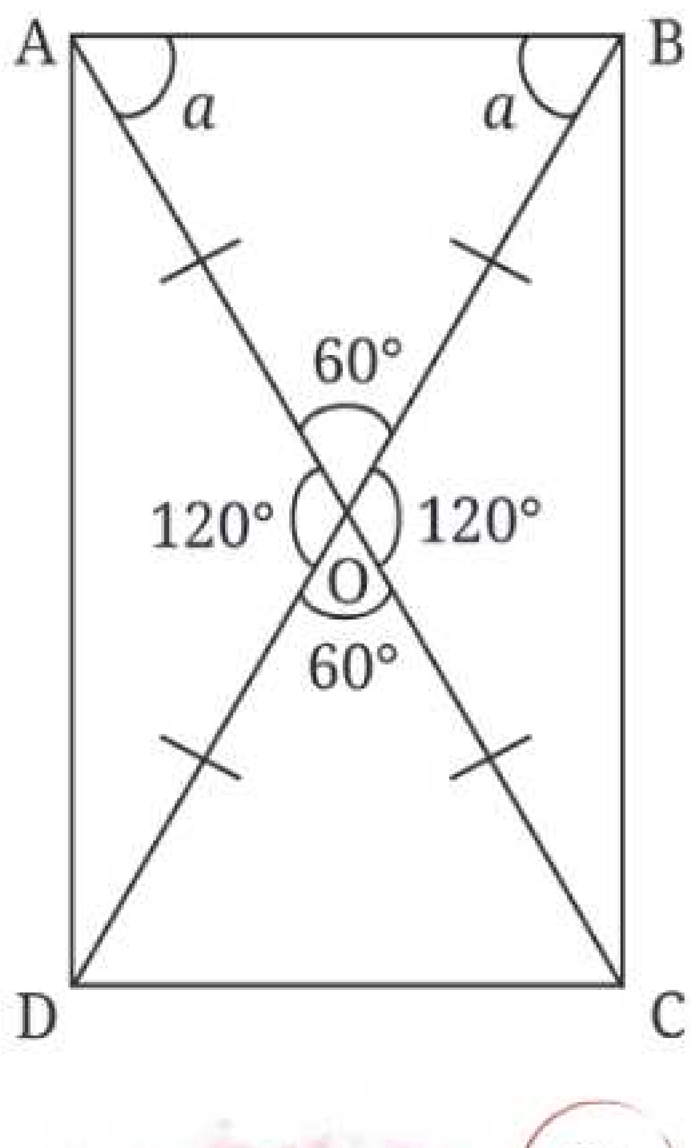
ତର୍କସିଦ୍ଧାନ୍ତ 3 (Deduction 3) : କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟର ଛେଦବିନ୍ଦୁରେ ଉତ୍ପନ୍ନ କୋଣମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ କି ସମ୍ପର୍କ ଥାଏ ?

ଆସ ଦେଖିବା, ପରସ୍ପରକୁ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡ କରୁଥିବା ଦୁଇଟି ସମଦୈର୍ଘ୍ୟବିଶିଷ୍ଟ କର୍ଣ୍ଣମଧ୍ୟରେ ସୃଷ୍ଟି ହେଉଥିବା କୋଣର ପରିମାଣ 60^0 ହେଲେ, କି ପ୍ରକାର ଚତୁର୍ଭୁଜ ଉତ୍ପନ୍ନ ହୁଏ ।

? ତୁମେ ଆୟତଚିତ୍ରର ଅବଶିଷ୍ଟ କୋଣମାନଙ୍କର ପରିମାଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିପାରିବ କି ?



ଆମେ ପ୍ରତୀପକୋଣ ଏବଂ ସରଳରେଖୀୟ ଯୋଡ଼ି ଧାରଣାର ବ୍ୟବହାର କରି ଅବଶିଷ୍ଟ କୋଣମାନଙ୍କର ପରିମାଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିପାରିବା ।



ΔAOB ରେ, $OA = OB$ ହୋଇଥିବାରୁ, ସେମାନଙ୍କର ସମ୍ମୁଖୀନ କୋଣଦ୍ୱୟର ପରିମାଣ ସମାନ, ମନେକର a ।

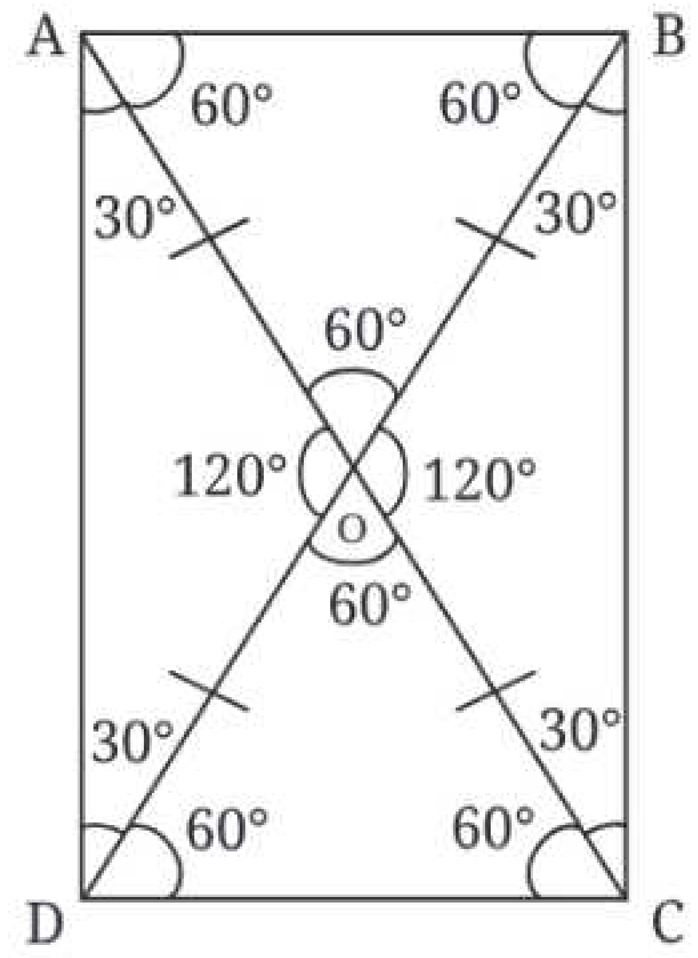
? ତୁମେ ‘a’ ର ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିପାରିବ କି ?

$\angle AOB$ ରେ, $a+a+60^\circ=180^\circ$ (ତ୍ରିଭୁଜର ଅନ୍ତଃସ୍ଥ କୋଣମାନଙ୍କର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି)

ତେଣୁ, $2a=120^\circ$

ଅର୍ଥାତ୍, $a=60^\circ$

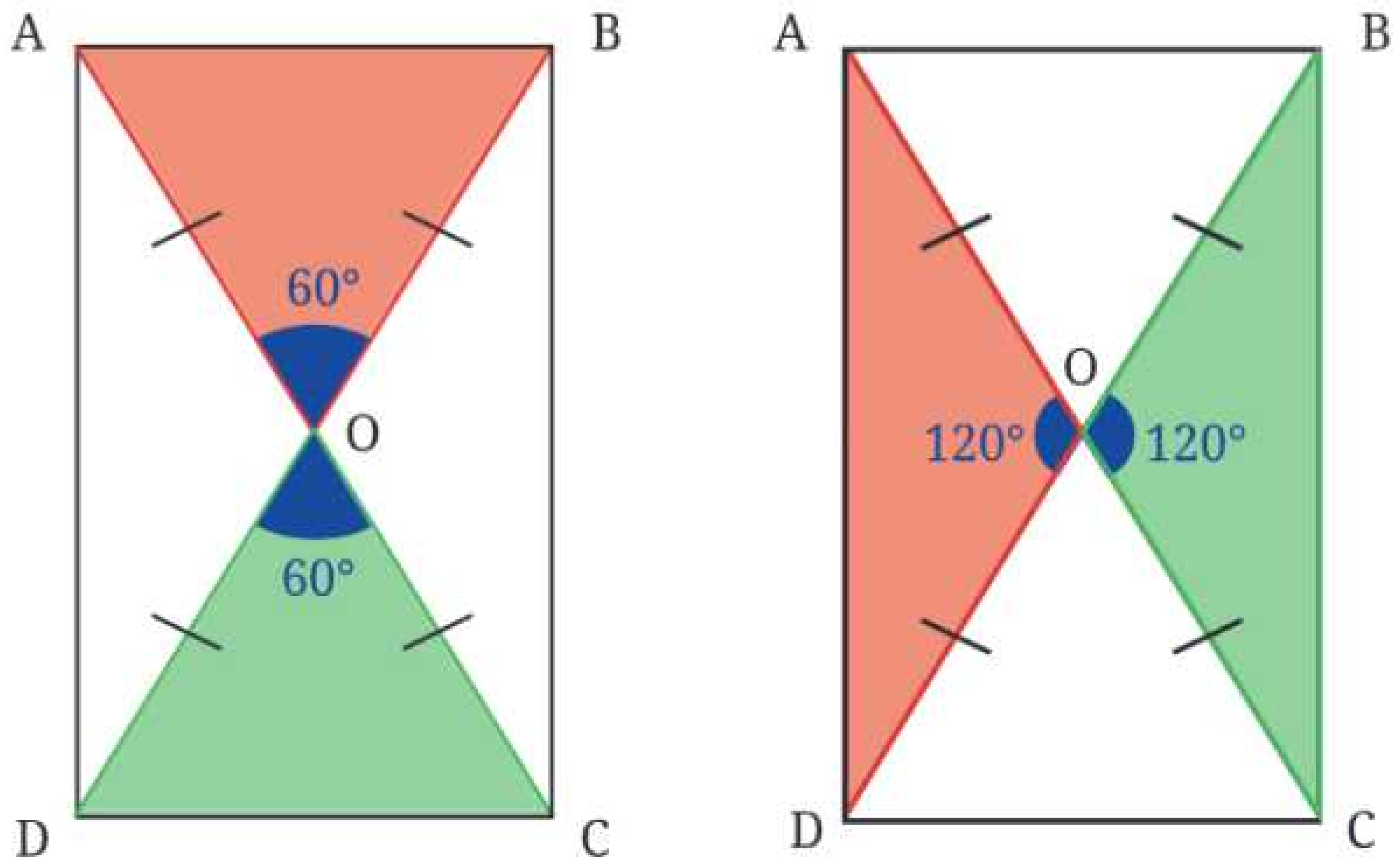
ସେହିପରି ଆମେ ଅନ୍ୟ ସମସ୍ତ କୋଣମାନଙ୍କର ପରିମାଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିପାରିବା ।



? ଆମେ ବର୍ତ୍ତମାନ ABCD କି ପ୍ରକାର ଚତୁର୍ଭୁଜ କହିପାରିବା କି ?

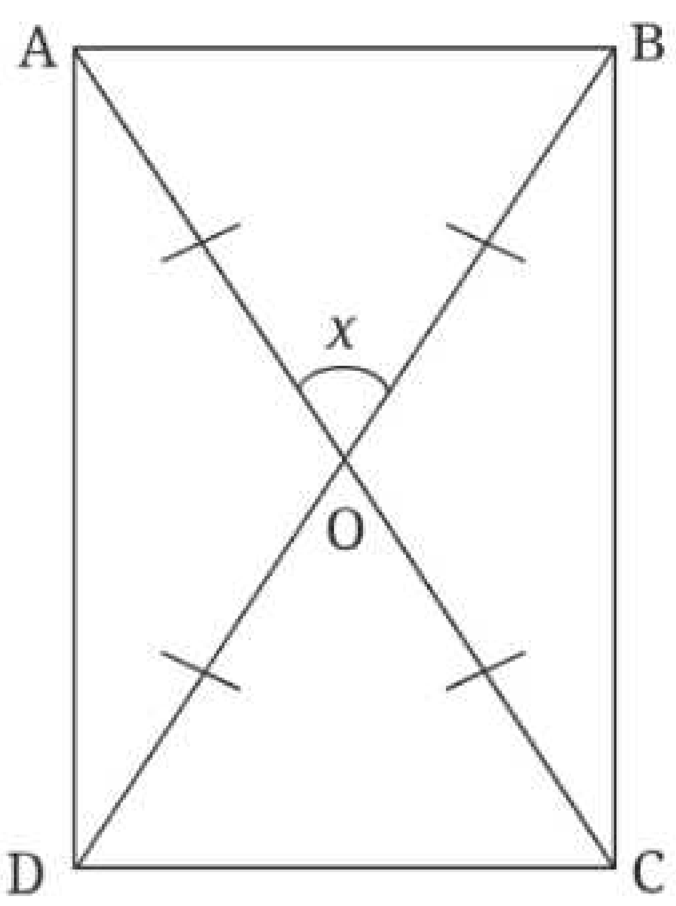
ଲକ୍ଷ୍ୟକର, ଏହାର ସମସ୍ତ ଅନ୍ତଃସ୍ଥ କୋଣମାନଙ୍କର ପରିମାଣ $90^0(30^0+60^0)$ ।

? ଆମେ ଏହାର ବାହୁମାନଙ୍କ ସମ୍ବନ୍ଧରେ କ'ଣ କହିପାରିବା ?



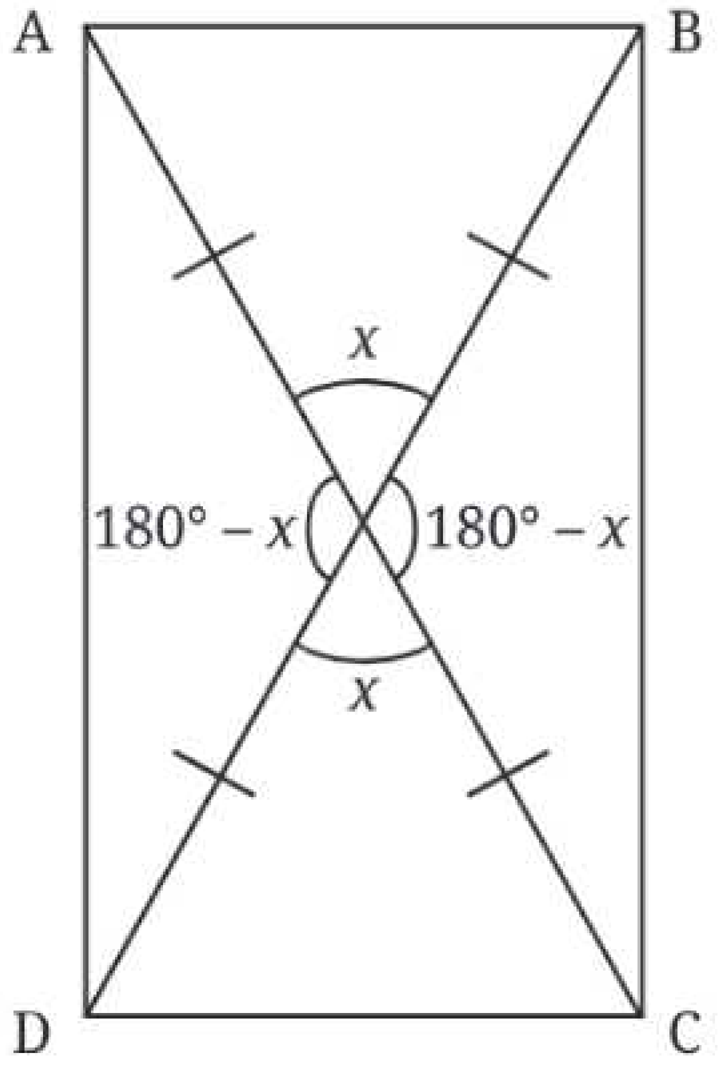
ଆମେ ଦେଖୁଛେ, $\Delta AOB \cong \Delta COD$ ଏବଂ $\Delta AOD \cong \Delta COB$ ।

ତେଣୁ AB = CD ଏବଂ AD = BC, କାରଣ ସେମାନେ ସର୍ବସମ ତ୍ରିଭୁଜମାନଙ୍କର ଅନୁରୂପ ଅଂଶ । ଅତଏବ ABCD ଏକ ଆୟତଚିତ୍ର । କାରଣ ଏହା ଆୟତଚିତ୍ରର ସମସ୍ତ ସର୍ତ୍ତ ପୂରଣ କରୁଛି ।



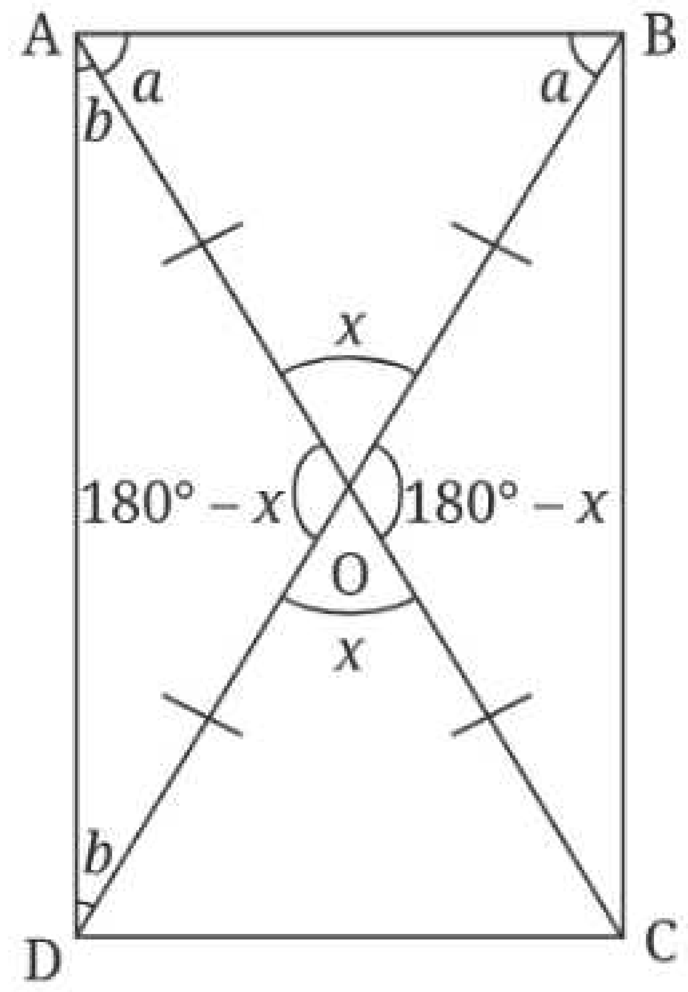
? ଯଦି କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା କୋଣର ପରିମାଣ ପରିବର୍ତ୍ତନ ହୁଏ, ଆମେ ଏହାକୁ ସାଧାରଣୀକରଣ କରିପାରିବା କି ?

କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ଗୋଟିଏ କୋଣକୁ x ନିଅ ।



ଆମେ ହିସାବ କରିପାରିବା ଯେ କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ଚାରୋଟି କୋଣର ପରିମାଣ ହେଉଛି, $x, x, 180–x, 180–x$ ।

? Δ AOB ଏକ ସମଦ୍ୱିବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ । ଏହାକୁ ଆଧାର କରି ତୁମେ ଚତୁର୍ଭୁଜର ଅନ୍ୟ କୋଣମାନଙ୍କର ପରିମାଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିପାରିବ କି ? ଆମେ ଏହି ସମଦ୍ୱିବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର ଭୂମି-ସଂଲଗ୍ନ ପ୍ରତ୍ୟେକ କୋଣର ପରିମାଣକୁ 'a' ନେଇପାରିବା ।



? a (ଡିଗ୍ରୀ ଏକକରେ)ର ମୂଲ୍ୟକୁ 'x' ମାଧ୍ୟମରେ ପ୍ରକାଶ କଲେ, କେତେ ହେବ ?

$a+a+x=180^0$

(ତ୍ରିଭୁଜର ଅନ୍ତଃସ୍ଥ କୋଣମାନଙ୍କର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି)

$2a=180^0-x$

$a = \frac{(180-x)}{2} = 90 - \frac{x}{2}.$

ସେହିପରି AOD ସମଦ୍ୱିବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜରେ ଭୂମିସଂଲଗ୍ନ ପ୍ରତ୍ୟେକ କୋଣର ପରିମାଣକୁ 'b' ନିଆଯାଉ ।

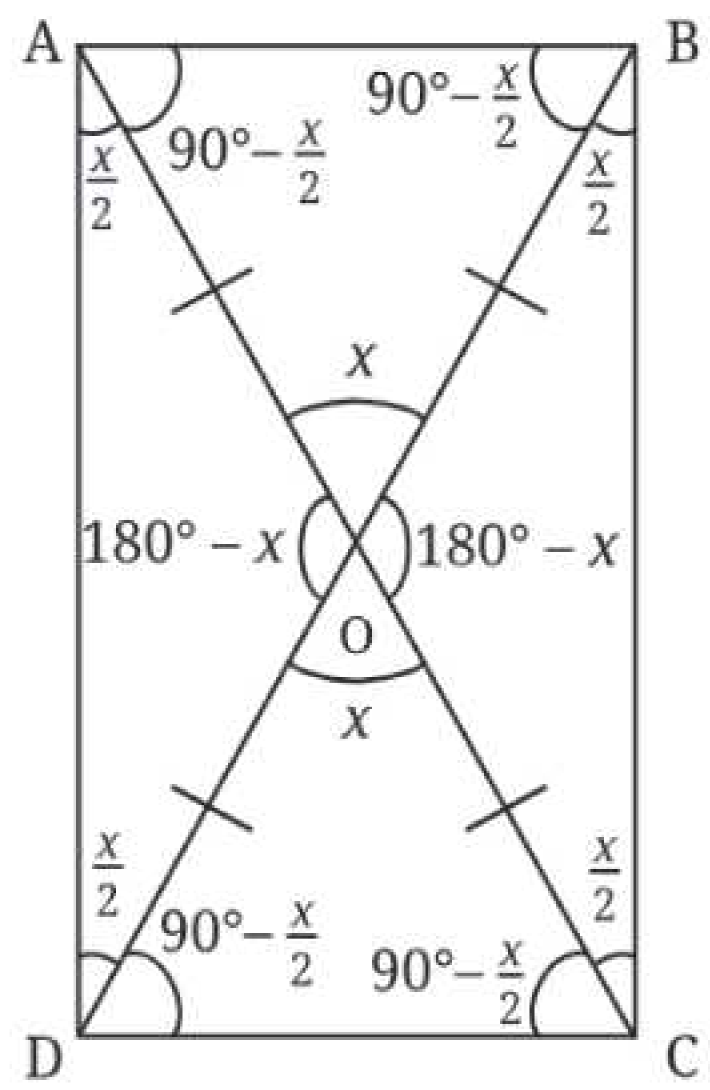
$b+b+(180^0-x)=180^0$

$2b=180^0-(180^0-x)$

$2b=180^0-180^0+x$

$2b=x$

$b = \frac{x}{2}.$



ଚତୁର୍ଭୁଜର ପ୍ରତ୍ୟେକ କୋଣର ପରିମାଣ ହେଉଛି $a+b$, ଯାହାକି

$90 - \frac{x}{2} + \frac{x}{2} = 90.$

ଅତଏବ, ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜର ସମସ୍ତ କୋଣ ସମକୋଣ ।

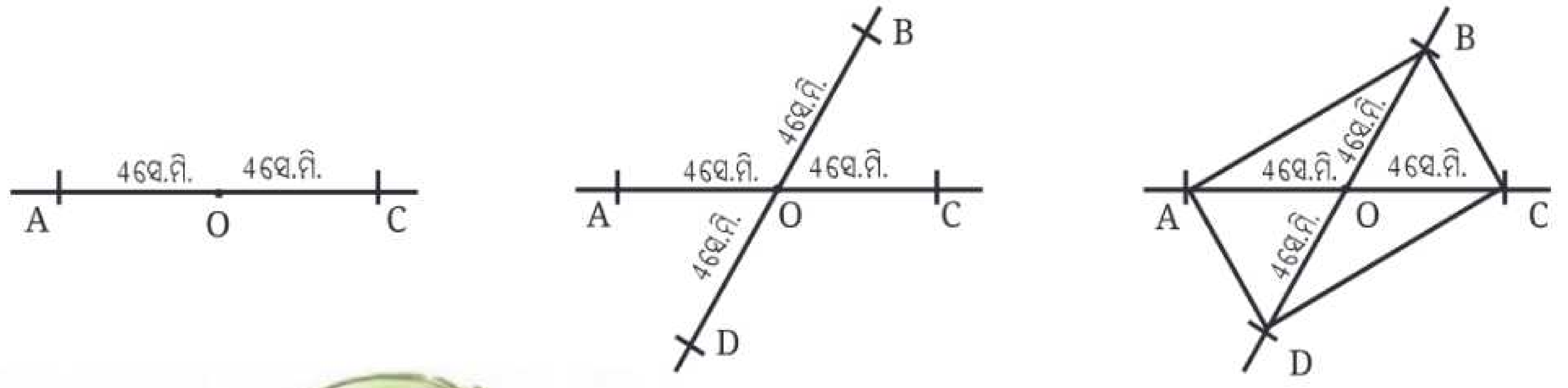
? ଆମେ AB, CD ଏବଂ AD, BC ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ସଂପର୍କ ବିଷୟରେ କ'ଣ କହିପାରିବା ?

$\Delta AOB \cong \Delta COD$ ଏବଂ $\Delta AOD \cong \Delta COB$ ।

ତେଣୁ AB = CD ଏବଂ AD = BC, ଯେହେତୁ ସର୍ବସମ ତ୍ରିଭୁଜ ଦ୍ୱୟର ଅନୁରୂପ ଅଂଶ ସର୍ବସମ ଅଟେ ।

ତେଣୁ କର୍ଣ୍ଣଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା କୋଣର ପରିମାଣ ଯାହା ହେଉନା କାହିଁକି, ଯଦି କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ସର୍ବସମ ହୁଅନ୍ତି, ଏବଂ ସେମାନେ ପରସ୍ପରକୁ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡ କରନ୍ତି, ତେବେ ସେହି ଚତୁର୍ଭୁଜର ପ୍ରତ୍ୟେକ କୋଣର ପରିମାଣ 90^0 ହେବ ଏବଂ ବିପରୀତ ବାହୁମାନଙ୍କର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ ହେବ । ଏପରି ଚତୁର୍ଭୁଜଟି ଏକ ଆୟତଚିତ୍ର ହେବ ।

ବର୍ତ୍ତମାନ ଆମେ ଜାଣିଲେ ଯେ ଆୟତଚିତ୍ରର ଶୀର୍ଷଗୁଡ଼ିକୁ ପାଇବା ପାଇଁ କାଠପଟାଗୁଡ଼ିକୁ କିପରି ଯୋଡ଼ିବାକୁ ହେବ । କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ସମଦୈର୍ଘ୍ୟବିଶିଷ୍ଟ ହେବେ ଏବଂ ସେମାନେ ପରସ୍ପରକୁ ସେମାନଙ୍କର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରିବେ ।



ଆୟତଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ କରିବା ପାଇଁ ଏହି ପ୍ରଣାଳୀର ବ୍ୟବହାର କରାଯାଏ । ୟୁରୋପରେ କାଠ ମିସ୍ତ୍ରୀମାନେ ଏକ ଆୟତାକାର ଫ୍ରେମ୍ ପାଇବା ପାଇଁ ଏହି ପ୍ରଣାଳୀ ଅବଲମ୍ବନ କରନ୍ତି । ଆଫ୍ରିକାର ମୋଜାମ୍ବିକରେ ଚାଷୀମାନେ ଘର ତିଆରି କରିବା ସମୟରେ ଘରର ମୂଳଦୁଆକୁ ଆୟତ ଆକୃତି କରିବା ପାଇଁ ଏହି ପ୍ରଣାଳୀ ବ୍ୟବହାର କରନ୍ତି ।

ଧର୍ମଗୁଡ଼ିକ ପାଇବାର ଉପାୟ

ଆମେ ତଳଶ୍ରେଣୀମାନଙ୍କରେ ଦେଖିଛେ ଯେ ସମାନ୍ତର ରେଖା, କୋଣ, ତ୍ରିଭୁଜ ପରି ଜ୍ୟାମିତିକ ଚିତ୍ରର ଧର୍ମଗୁଡ଼ିକୁ ଜ୍ୟାମିତିକ ତର୍କଦ୍ୱାରା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରାଯାଇପାରିବ । ଆମେ ଏହି ଅଧ୍ୟାୟରେ କେତେକ ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ପ୍ରକାର ଚତୁର୍ଭୁଜର ଧର୍ମଗୁଡ଼ିକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରିବା ।

ଥରେ ତୁମେ ଗୋଟିଏ ଚତୁର୍ଭୁଜର ଧର୍ମ ଜାଣିସାରିବାପରେ ଏହାକୁ ଏକ ବାସ୍ତବ ଦୁନିଆର ଚତୁର୍ଭୁଜ ସହିତ ତୁଳନା କରିପାରିବା, ତାହା କାଗଜ ଉପରେ ଅଙ୍କିତ ଚତୁର୍ଭୁଜ ହୋଇପାରେ ବା ଚତୁର୍ଭୁଜ ଆକୃତି ଥିବା ଏକ ପୃଷ୍ଠାହୋଇପାରେ ।

ଯଦି ତୁମେ ତର୍କ ସିଦ୍ଧାନ୍ତ ଦ୍ୱାରା ଧର୍ମଟିକୁ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିପାରୁନାହଁ, ତେବେ ବାସ୍ତବ ଦୁନିଆର ଚତୁର୍ଭୁଜ ନେଇ ପରୀକ୍ଷା କରିପାରିବ ଏବଂ ମାପ ମାଧ୍ୟମରେ ଧର୍ମଟିକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରିପାରିବ । ଧ୍ୟାନ ଦିଅ ଯେ ଆମର ଏହି ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣ ଜ୍ୟାମିତିକ ଚିତ୍ରର ଧର୍ମ ବିଷୟରେ ଉପଯୋଗୀ ଅନ୍ତର୍ଦୃଷ୍ଟି ପ୍ରଦାନ କରିଥାଏ । କିନ୍ତୁ ସେଗୁଡ଼ିକ କେବଳ ଏକ **ଗାଣିତିକ ଅନୁଧାରଣ** (conjecture), **ଯାହାର ଅର୍ଥ ହେଉଛି, ଏକ ଉକ୍ତି ଯାହା ଉପରେ ଆମର ଦୃଢ଼ ବିଶ୍ୱାସ ଅଛି, କିନ୍ତୁ ଏହା ସର୍ବଦା ସତ୍ୟ କି ନୁହେଁ, ସେ ସମ୍ପର୍କରେ ଆମେ ଦୃଢ଼ ନିଶ୍ଚିତ ନୁହେଁ ।** ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ, କିଛି ଆୟତଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ କରିବା ଏବଂ ସେମାନଙ୍କ କର୍ଣ୍ଣ ଦୁଇଟିକୁ ମାପି ଆମେ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରିପାରିବା ଯେ, କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପରକୁ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡ କରନ୍ତି । ତାର ଅର୍ଥ ନୁହେଁ ଯେ ଏହା ସର୍ବଦା ସତ୍ୟ ହେବ- ଆମେ ନିଶ୍ଚିତ ହୋଇପାରିବା କି ଆମେ ଅଙ୍କନ କରିଥିବା 1000ତମ ଆୟତଚିତ୍ର ମଧ୍ୟ ଏହି ଧର୍ମ ପ୍ରଦର୍ଶନ କରିବ ? ଏହି ଧର୍ମ ବିଷୟରେ ନିଶ୍ଚିତ ହେବାର ଏକମାତ୍ର ଉପାୟ ହେଉଛି, ତର୍କ ସିଦ୍ଧାନ୍ତ-2ରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ଭଳି ଏହି ଉକ୍ତିଟିକୁ ଠିକ୍ ବୋଲି ପ୍ରତିପାଦନ କରିବା ବା ପ୍ରମାଣ କରିବା ।

ଶିକ୍ଷକଙ୍କ ପାଇଁ ସୂଚନା : ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନଙ୍କୁ ଧର୍ମଗୁଡ଼ିକ ପ୍ରତିପାଦନ କରିବା ପାଇଁ ଆଦରର ସହିତ ଉତ୍ସାହିତ କରନ୍ତୁ। ଯେତେବେଳେ ସେମାନେ ଏହା କରିବାରେ ଅସୁବିଧାର ସମ୍ମୁଖୀନ ହୁଅନ୍ତି, ସେମାନଙ୍କୁ ପରୀକ୍ଷଣ, ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣ ଏବଂ ସେମାନଙ୍କର ଅନ୍ତର୍ଜ୍ଞାନ ବ୍ୟବହାର କରି ଧର୍ମଗୁଡ଼ିକୁ ବୁଝିବାକୁ ଉତ୍ସାହିତ କରନ୍ତୁ ।

ବଢ଼େଇଙ୍କ ସମସ୍ୟାରୁ ଜାଣିପାରିଲୁ ଯେ ଆୟତଚିତ୍ରକୁ ନିମ୍ନମତେ ସଂଜ୍ଞାବଦ୍ଧ କରାଯାଇପାରିବ :

ଆୟତଚିତ୍ର : ଯେଉଁ ଚତୁର୍ଭୁଜର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ ଓ କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପରକୁ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡ କରନ୍ତି, ତାହା ଏକ ଆୟତଚିତ୍ର ।

ତେବେ ପୂର୍ବ ସଂଜ୍ଞାଠାରୁ ଏହା କିପରି ଭିନ୍ନ ତାହା ଲକ୍ଷ୍ୟକର । ଯଦିଓ ଉଭୟ ସଂଜ୍ଞା ଚତୁର୍ଭୁଜକୁ ବୁଝାଏ । ଅଧିକନ୍ତୁ ଏହା ଜଣାପଡ଼େ ଯେ ପ୍ରଥମ ସଂଜ୍ଞାକୁ ସରଳ କରାଯାଇପାରିବ ।

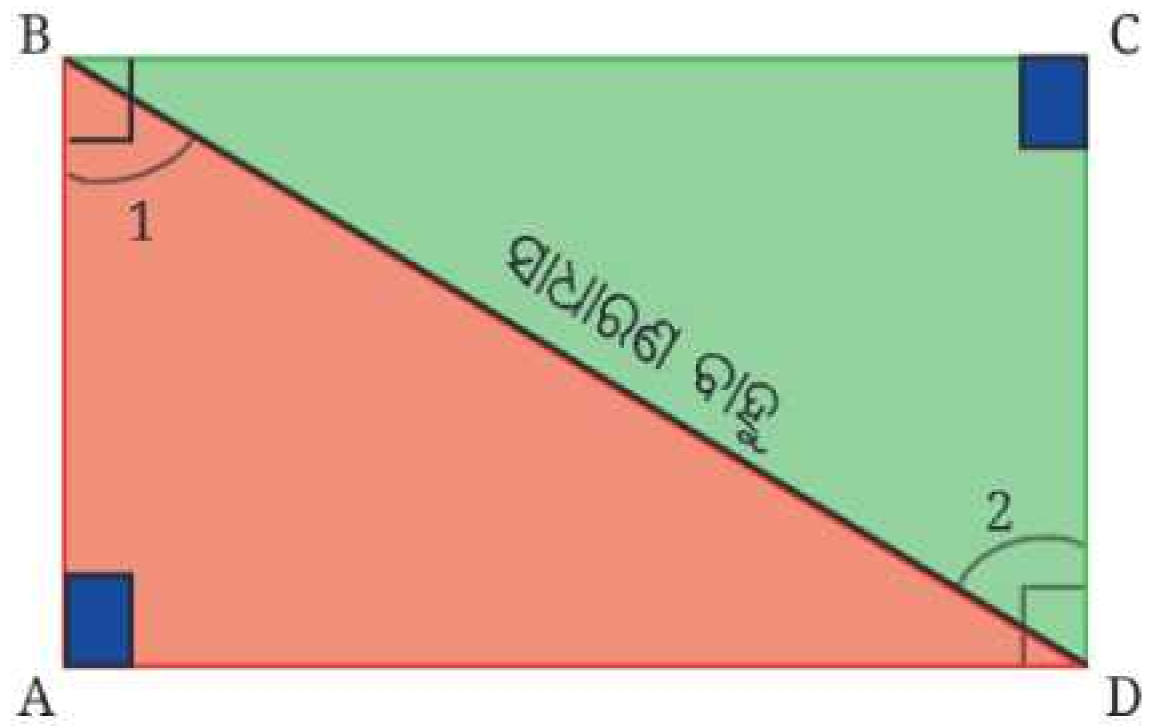
? ପୂର୍ବସଂଜ୍ଞାରେ ଆମେ କହିଥିଲୁ ଯେ ଗୋଟିଏ ଆୟତଚିତ୍ରରେ (କ) ବିପରୀତ ବାହୁମାନଙ୍କର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ ଏବଂ (ଖ) ପ୍ରତ୍ୟେକ କୋଣ ସମକୋଣ ହୋଇଥାଏ । ଯଦି କୌଣସି ଚତୁର୍ଭୁଜର ସମସ୍ତ କୋଣ ସମକୋଣ ତାହା ଏକ ଆୟତଚିତ୍ର ବୋଲି କହିଲେ ଭୁଲ୍ ହେବ କି ?

? ଯଦି ତୁମେ ଭାବୁଛ ଏହି ସଂଜ୍ଞା ଅସଂପୂର୍ଣ୍ଣ, ତେବେ ଏପରି ଗୋଟିଏ ଚତୁର୍ଭୁଜ ଅଙ୍କର କର, ଯାହାର ସମସ୍ତ କୋଣ ସମକୋଣ, କିନ୍ତୁ ବିପରୀତ ବାହୁମାନଙ୍କର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଅସମାନ ହେଉଥିବ ।

କ'ଣ ତୁମେ ଏପରି ଏକ ଚତୁର୍ଭୁଜ ଅଙ୍କନ କରିପାରିଲ କି ? ଆସ ପ୍ରମାଣ କରିବା ଯେ ଏହା କାହିଁକି ଅସମ୍ଭବ ।

ତର୍କସିଦ୍ଧାନ୍ତ 4 (Deduction 4) : ସମସ୍ତ କୋଣ ସମକୋଣ ଥିବା ଗୋଟିଏ ଚତୁର୍ଭୁଜର ଆକୃତି କିପରି ?

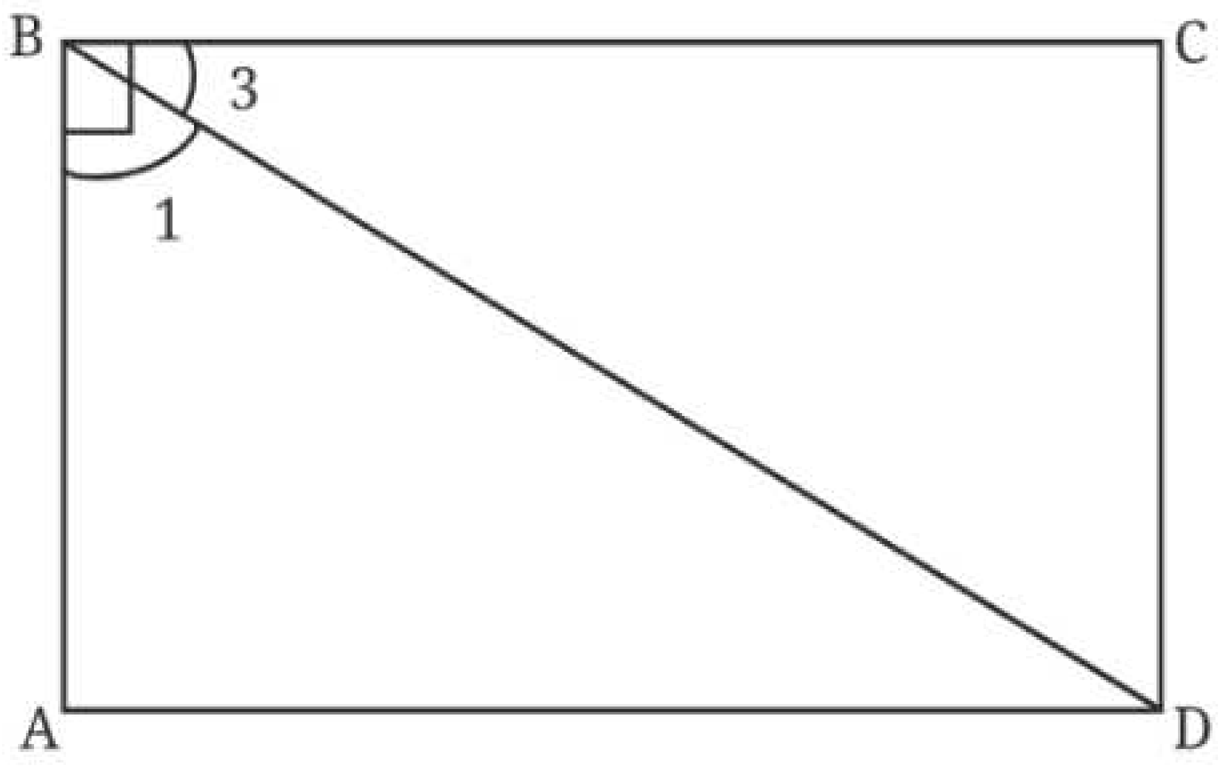
? ଚତୁର୍ଭୁଜ ABCD ନିଅ, ଯାହାର ସମସ୍ତ କୋଣ ସମକୋଣ । ଏପରି ଏକ ଚତୁର୍ଭୁଜର ବିପରୀତ ବାହୁମାନଙ୍କ ବିଷୟରେ କ'ଣ କୁହାଯାଇପାରିବ ?



BD ଅଙ୍କନ କର । Δ BAD ଓ Δ DCB ସର୍ବସମ ହେବାପରି ଜଣାପଡୁଛି । ଏହାକୁ ଆମେ ପ୍ରମାଣ କରିପାରିବା କି ?

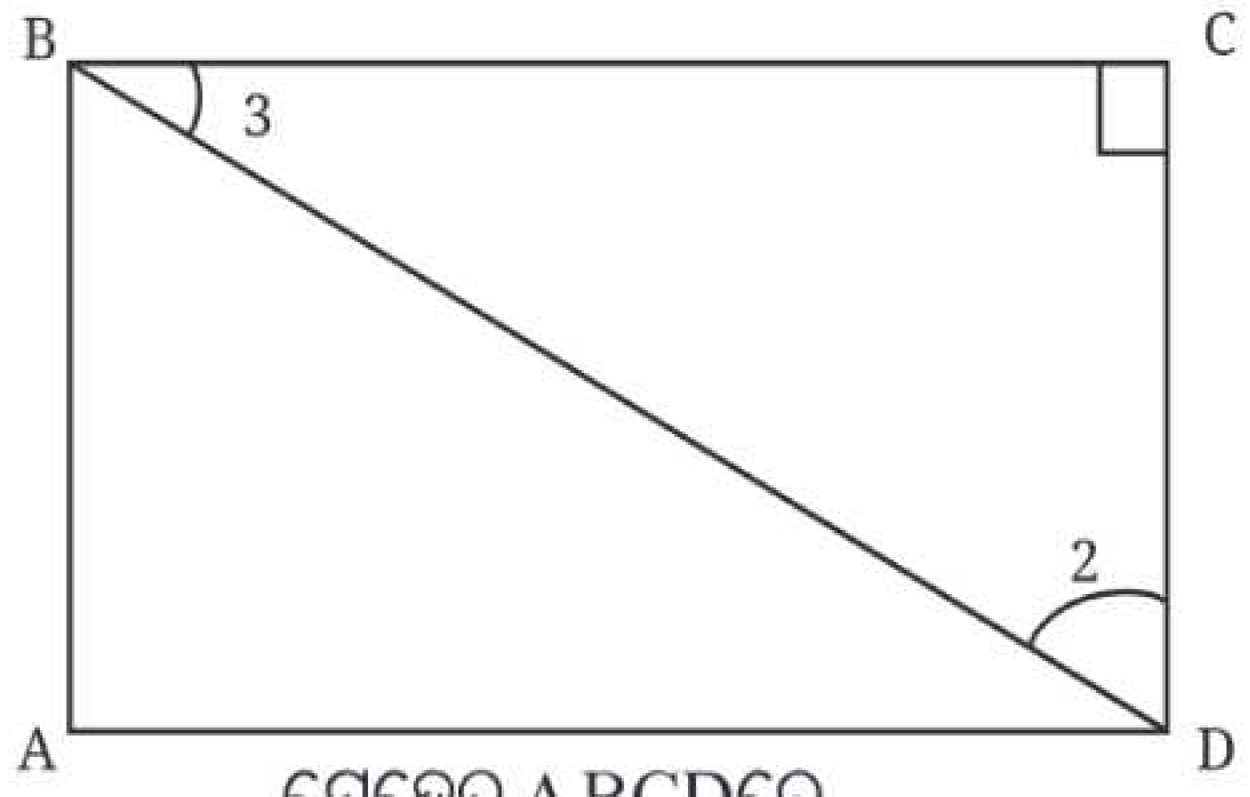
ଚିତ୍ରରେ Δ BAD ଓ Δ DCB ମଧ୍ୟରେ ଦୁଇଟି ସମାନତା ଲକ୍ଷ୍ୟ କରାଯାଇପାରିବ । $\angle 1$ ଓ $\angle 2$ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଆମେ କ'ଣ କହିପାରିବା ?

ମନେ ପକାଅ ଯେ ଆମେ ତର୍କ ସିଦ୍ଧାନ୍ତ 2ରେ ସମାନ ପ୍ରକାର ସମସ୍ୟାର ସମାଧାନ କରିଥିଲେ । ଏଠାରେ ସମାନ ତର୍କ ପ୍ରୟୋଗ କରିବା ।



ଯେହେତୁ $\angle B = 90^0$

$\angle 3 + \angle 1 = 90^0$



ଯେହେତୁ Δ BCDରେ

$\angle 3 + \angle 2 + 90^0 = 180^0$

ତେଣୁ $\angle 3 + \angle 2 = 90^0$

ତେଣୁ $\angle 1 = \angle 2$

କୋ-କୋ-ବା ସର୍ବସମତା ସର୍ତ୍ତ ଅନୁସାରେ Δ BAD $\cong \Delta$ DCB, ତେଣୁ AD = CB ଏବଂ DC = BA କାରଣ ସେମାନେ ସର୍ବସମ ତ୍ରିଭୁଜର ଅନୁରୂପ ବାହୁ ଅଟନ୍ତି ।

? ΔBAD$\cong\Delta$CDB ଲେଖିବା ଭୁଲ୍ ହେବ କି ? କାହିଁକି ?

ଏଣୁ ଆମେ ଜାଣିଲେ, ଗୋଟିଏ ଚତୁର୍ଭୁଜର ସମସ୍ତ କୋଣ ସମକୋଣ ହେଲେ, ଏହାର ବିପରୀତ ବାହୁମାନଙ୍କର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ ହେବ । ଏକ ଆୟତଚିତ୍ରକୁ ନିମ୍ନଲିଖିତ ଭାବରେ ସରଳ ରୂପେ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରାଯାଇପାରେ-

ଆୟତଚିତ୍ର : ଆୟତଚିତ୍ର ହେଉଛି ଏକ ଚତୁର୍ଭୁଜ, ଯାହାର ପ୍ରତ୍ୟେକ କୋଣ ସମକୋଣ ।

ଆସ ଆୟତଚିତ୍ରର ଧର୍ମଗୁଡ଼ିକର ତାଲିକା କରିବା ।

ଧର୍ମ 1 : ଏକ ଆୟତଚିତ୍ରର ସମସ୍ତ କୋଣର ପରିମାଣ 90^0 ଅଟେ ।

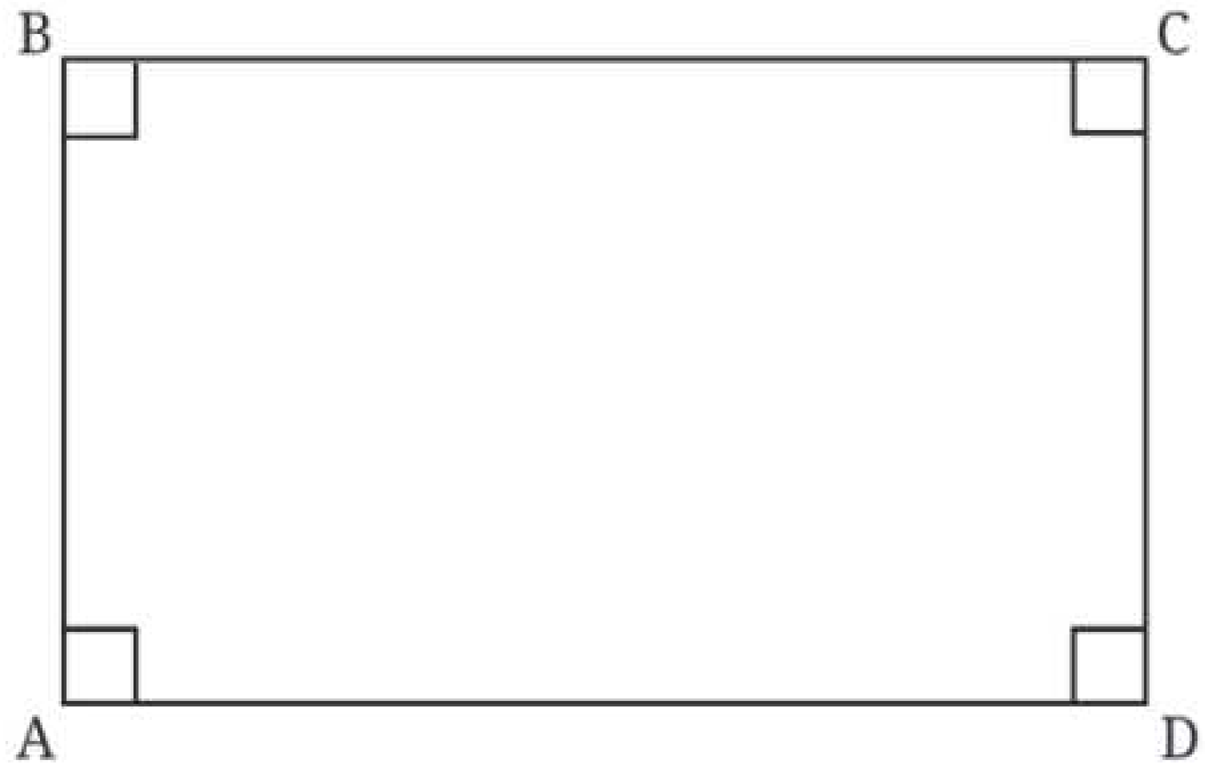
ଧର୍ମ 2 : ଏକ ଆୟତଚିତ୍ରର ବିପରୀତ ବାହୁମାନଙ୍କର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ ।

? ଆୟତଚିତ୍ରର ବିପରୀତ ବାହୁମାନେ ସମାନ୍ତର କି ?

ଚିତ୍ରରେ ସେମାନେ ସମାନ୍ତର ଭଳି ଦେଖାଯାଉଛନ୍ତି । ଛେଦକର ଧର୍ମ ବ୍ୟବହାର କରି ଏହି ତଥ୍ୟର ଯଥାର୍ଥତା ପ୍ରତିପାଦନ କରାଯାଇପାରିବ ।

ଲକ୍ଷ୍ୟକର, AD ଓ BC ପାଇଁ ରେଖାଖଣ୍ଡ AB ଏକ ଛେଦକ ଭାବେ କାର୍ଯ୍ୟ କରେ ।

$\angle A + \angle B = 90^0 + 90^0 = 180^0$



ଦୁଇଟି ରେଖାଖଣ୍ଡକୁ ଏକ ଛେଦକ ଦୁଇଟି ଭିନ୍ନ ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦକଲେ ଯଦି ଛେଦକର ଏକ ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଅନ୍ତଃସ୍ଥ କୋଣଦ୍ୱୟର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି 180^0 ହୁଏ, ତେବେ ରେଖାଖଣ୍ଡଦ୍ୱୟ ସମାନ୍ତର ହୁଅନ୍ତି ।

ଏହି ତଥ୍ୟକୁ ବ୍ୟବହାର କରି ଆମେ ନିମ୍ନ ସିଦ୍ଧାନ୍ତରେ ପହଞ୍ଚିପାରିବା

AD || BC ।

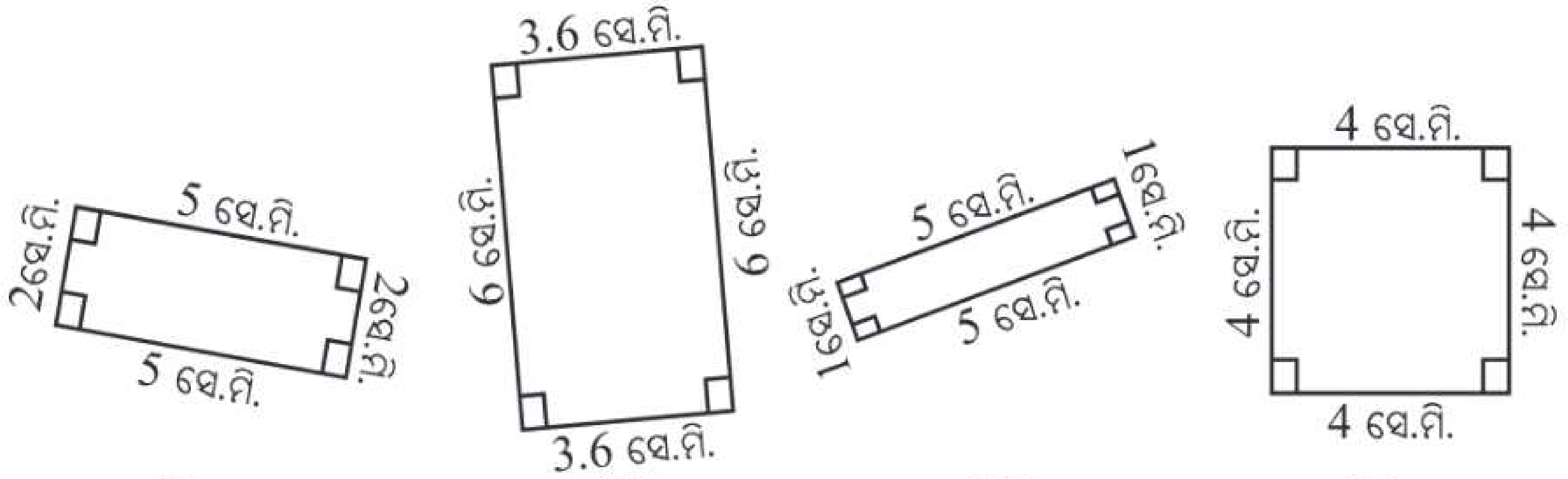
ତୁମେ ସେହିପରି AB || CD, ପ୍ରମାଣ କରିପାରିବ କି ?

ଧର୍ମ 3 : ଆୟତଚିତ୍ରର ବିପରୀତ ବାହୁମାନେ ପରସ୍ପର ସମାନ୍ତର ।

ଧର୍ମ 4 : ଆୟତଚିତ୍ରର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ ଏବଂ ସେମାନେ ପରସ୍ପରକୁ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡ କରନ୍ତି ।

ଏକ ବିଶେଷ ଆୟତଚିତ୍ର

ତଳେ ଦିଆଯାଇଥିବା ଚତୁର୍ଭୁଜମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁଟି ଆୟତଚିତ୍ର ନୁହେଁ ?



(i) (ii) (iii) (iv)

ଏହି ସମସ୍ତ ଚତୁର୍ଭୁଜଗୁଡ଼ିକ ଆୟତଚିତ୍ର ଅଟନ୍ତି, ଯେଉଁଥିରେ (iv) ମଧ୍ୟ ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ । ଚତୁର୍ଭୁଜ (iv) ଏକ ଆୟତଚିତ୍ର ଅଟେ। କାରଣ ଏହାର ପ୍ରତ୍ୟେକ କୋଣ ସମକୋଣ । ତେବେ ଏହା ଏକ ବିଶେଷ ପ୍ରକାର ଆୟତଚିତ୍ର, ଯାହାର ସମସ୍ତ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ । ଆମେ ଜାଣୁ ଏହି ଚତୁର୍ଭୁଜକୁ ବର୍ଗଚିତ୍ର କୁହାଯାଏ ।

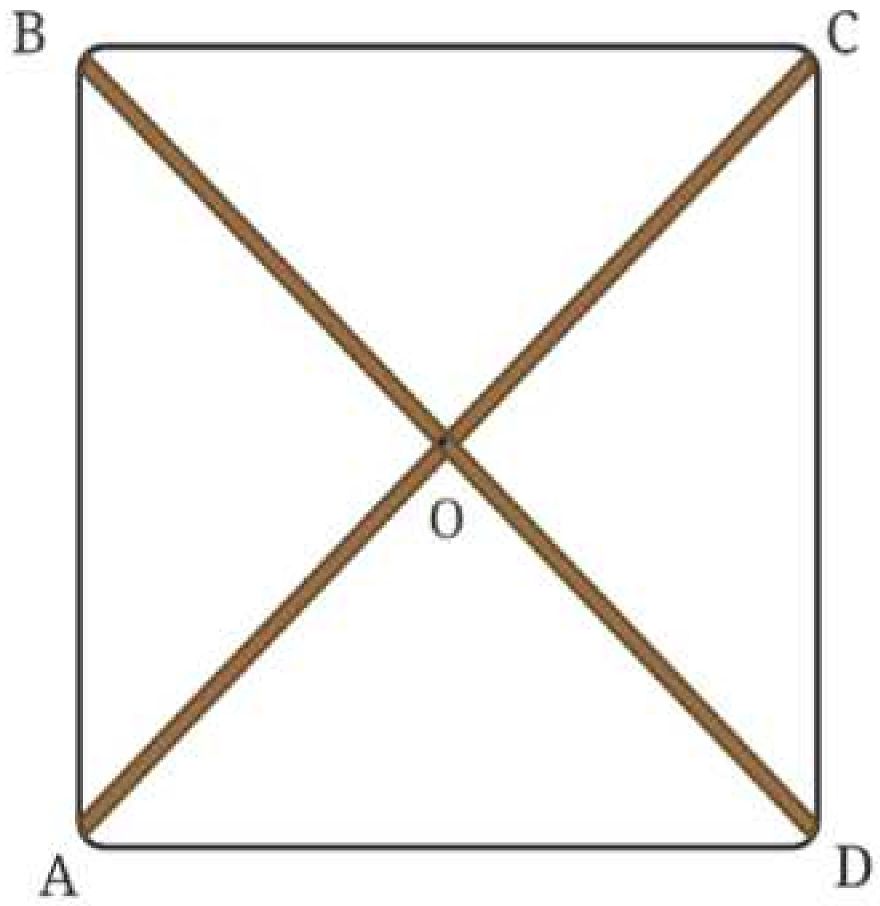
ବର୍ଗଚିତ୍ର : ବର୍ଗଚିତ୍ର ଏକ ଚତୁର୍ଭୁଜ ଯାହାର ପ୍ରତ୍ୟେକ କୋଣ ସମକୋଣ ଏବଂ ସମସ୍ତ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ । ତେଣୁ ପ୍ରତ୍ୟେକ ବର୍ଗଚିତ୍ର ମଧ୍ୟ ଏକ ଆୟତଚିତ୍ର, କିନ୍ତୁ ସ୍ପଷ୍ଟ ଭାବରେ କହିବାକୁ ଗଲେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଆୟତଚିତ୍ର ବର୍ଗଚିତ୍ର ନୁହଁନ୍ତି ।

ଏହି ସମ୍ବନ୍ଧକୁ ଏକ **ଭେନ୍ ଚିତ୍ର** ମାଧ୍ୟମରେ ଦର୍ଶାଯାଇପାରିବ । ଆମେ ଏହି ଚିତ୍ରଗୁଡ଼ିକୁ ପୂର୍ବରୁ ଦେଖିଛେ । ଏକ ଭେନ୍ ଚିତ୍ରରେ ବସ୍ତୁମାନଙ୍କର ସେଟ୍‌କୁ ଅଣ୍ଡାକୃତି ବା ବୃତ୍ତାକୃତିରେ ଏବଂ ଏହି ସେଟ୍‌ର ଉପାଦାନମାନଙ୍କୁ ତା' ମଧ୍ୟରେ ବିନ୍ଦୁ ମାଧ୍ୟମରେ ପ୍ରଦର୍ଶିତ କରାଯାଇଥାଏ ।

ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ, ସମସ୍ତ ବର୍ଗଚିତ୍ରମାନଙ୍କର ସେଟ୍‌କୁ ଏପରି ପ୍ରଦର୍ଶନ କରାଯାଏ ।

ଆବଦ୍ଧକ୍ଷେତ୍ରଟିର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବିନ୍ଦୁ ଗୋଟିଏ ଲେଖାଏଁ ବର୍ଗଚିତ୍ରକୁ ସୂଚାଇଥାଏ । ଯେହେତୁ ପ୍ରତ୍ୟେକ ବର୍ଗଚିତ୍ର ଏକ ଆୟତଚିତ୍ର, ଭେନ୍ ଚିତ୍ର ମାଧ୍ୟମରେ ଏହି ଦୁଇଟି ସେଟ୍‌କୁ ନିମ୍ନ ଭାବରେ ପ୍ରଦର୍ଶନ କରାଯାଇଥାଏ ।

? ଆସ ପୁଣିଥରେ ବଢ଼େଇ ସମସ୍ୟାକୁ ବିଚାର କରିବା । ଯଦି କାଠ ପଟାଗୁଡ଼ିକୁ ଏପରି ରଖାଯିବ, ଯେପରି ସେମାନଙ୍କ ପ୍ରାନ୍ତବିନ୍ଦୁ ଦେଇ ଯାଉଥିବା ସୂତା ଗୋଟିଏ ବର୍ଗଚିତ୍ର ସୃଷ୍ଟି କରିବ । ବର୍ଗଚିତ୍ର ପାଇବାପାଇଁ କ'ଣ କରିବାକୁ ହେବ ?



ଆସ ପୂର୍ବପରି ଆମେ ଏକ ବର୍ଗଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ କରିବା, ଯାହାର ଗୋଟିଏ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 8 ସେ.ମି. । ଏକ ଆୟତଚିତ୍ର ପାଇବାପାଇଁ ବଢ଼େଇର ସମସ୍ୟା ସମାଧାନ କରିବାବେଳେ, ଆମେ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରିଥିଲେ, ଏହାର ପ୍ରତ୍ୟେକ କୋଣର ପରିମାଣ 90^0 (ଏବଂ ସମାନ ଦୈର୍ଘ୍ୟବିଶିଷ୍ଟ ବିପରୀତ ବାହୁ) । ଏପରି ଏକ ଚତୁର୍ଭୁଜ ପାଇବାପାଇଁ କର୍ଣ୍ଣଗୁଡ଼ିକୁ ଏପରି ଅଙ୍କନ କରିବାକୁ ହେବ, ଯେପରି-

(କ) ସେମାନେ ସମାନ ଦୈର୍ଘ୍ୟ ବିଶିଷ୍ଟ ହେବେ ଏବଂ

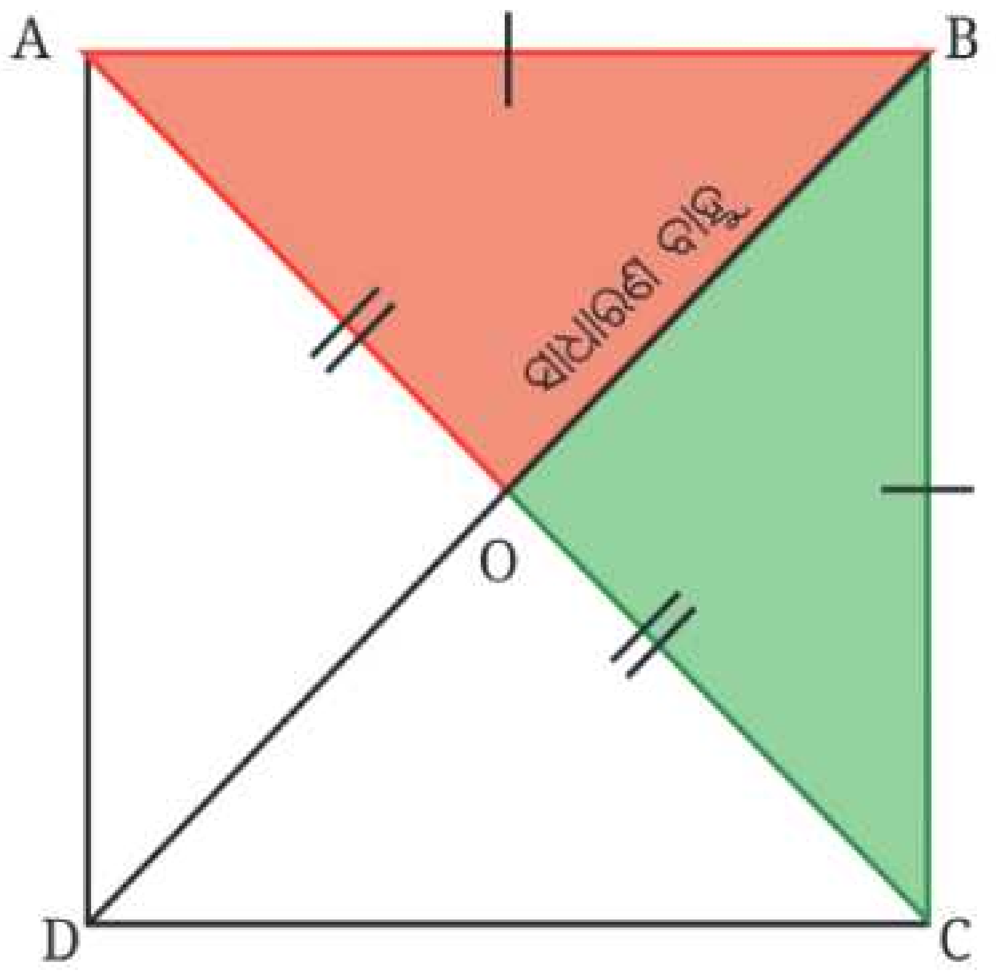
(ଖ) ସେମାନେ ପରସ୍ପରକୁ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡ କରିବେ ।

? ସମାନ ଦୈର୍ଘ୍ୟବିଶିଷ୍ଟ ବାହୁ ପାଇବାପାଇଁ କ'ଣ କରିବାକୁ ହେବ ?

କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା କୋଣକୁ ଠିକ୍ ଭାବେ ନେଇ, ଏହା କରାଯାଇପାରିବ କି ? ଏହା କରିବାପାଇଁ ଉପଯୁକ୍ତ ଯୁକ୍ତି ଉପସ୍ଥାପନ କର କିମ୍ବା ପରୀକ୍ଷା କରି ଦେଖ ।

ତର୍କ ସିଦ୍ଧାନ୍ତ 5 : କର୍ଣ୍ଣଗୁଡ଼ିକ ଦ୍ୱାରା ସୃଷ୍ଟ କୋଣର ପରିମାଣ କେତେ ହେବା ଉଚିତ୍ ?

ସର୍ବସମତା ଧାରଣାକୁ ବ୍ୟବହାର କରି କର୍ଣ୍ଣମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା କୋଣ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଜାଣି ହେବ ! ଆମେ ସମାନ ଦୈର୍ଘ୍ୟବିଶିଷ୍ଟ କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟକୁ ଏପରି ଯୋଡ଼ିବା, ଯେପରି ସେମାନେ ପରସ୍ପରକୁ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡ କରି ଏକ ବର୍ଗଚିତ୍ର ସୃଷ୍ଟି କରିବେ ।



ଏହି ବର୍ଗଚିତ୍ରର ନାମ ABCD ଦେବା । କର୍ଣ୍ଣଗୁଡ଼ିକ ଦ୍ୱାରା ସୃଷ୍ଟି ହେଉଥିବା କୋଣ ପାଇବା ପାଇଁ କେଉଁ ଦୁଇଟି ତ୍ରିଭୁଜକୁ ସର୍ବସମ କରିବା ଆବଶ୍ୟକ ?

ବା-ବା-ବା ସର୍ବସମତା ସର୍ତ୍ତ ଅନୁସାରେ $\Delta BOA \cong \Delta BOC$ ।

? ଏହାକୁ ବ୍ୟବହାର କରି କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ଦ୍ୱାରା ଗଠିତ $\angle BOA$ ଏବଂ $\angle BOC$ର ପରିମାଣ ଜାଣିପାରିବା କି ?

ଯେହେତୁ $\angle BOA$ ଓ $\angle BOC$ ଦୁଇଟି ସର୍ବସମ ତ୍ରିଭୁଜ (ΔBOA ଓ ΔBOC)ର ଅନୁରୂପ ଅଂଶ, ତେଣୁ ସେମାନେ ସର୍ବସମ । ଅଧିକନ୍ତୁ ଏହି କୋଣଦ୍ୱୟ ସରଳରେଖୀୟ ଯୋଡ଼ି ହୋଇଥିବାରୁ $\angle BOA + \angle BOC = 180^0$ । ତେଣୁ ପ୍ରତ୍ୟେକ କୋଣର ପରିମାଣ 90^0 ।

ଏଥିରୁ ଜଣାପଡ଼ିଲା ଯେ, ବର୍ଗଚିତ୍ରର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପରକୁ ସମକୋଣରେ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡ କରନ୍ତି; ଅର୍ଥାତ୍ ବର୍ଗଚିତ୍ରର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ସମଦୈର୍ଘ୍ୟବିଶିଷ୍ଟ ଏବଂ ପରସ୍ପରକୁ ସମକୋଣରେ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡ କରନ୍ତି; ଅର୍ଥାତ୍ କର୍ଣ୍ଣର ପ୍ରାନ୍ତବିନ୍ଦୁଗୁଡ଼ିକ ଏକ ଚତୁର୍ଭୁଜର ଶୀର୍ଷକୁ ଅନନ୍ୟ ଭାବେ ନିର୍ଦ୍ଧାରିତ କଲେ ଚତୁର୍ଭୁଜଟି ବର୍ଗଚିତ୍ର ହୋଇଥାଏ ।

? ଏହି ତଥ୍ୟକୁ ବ୍ୟବହାର କରି, ଗୋଟିଏ ବର୍ଗଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ କର, ଯାହାର କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 8 ସେ.ମି. ।

ବର୍ଗଚିତ୍ରର ଧର୍ମ :

ଯେହେତୁ ବର୍ଗଚିତ୍ର ଏକ ବିଶେଷ ପ୍ରକାର ଆୟତଚିତ୍ର । ତେଣୁ ଆୟତଚିତ୍ରର ସମସ୍ତ ଧର୍ମ ବର୍ଗଚିତ୍ର ପାଇଁ ସତ୍ୟ ଅଟେ ।

ତର୍କସିଦ୍ଧାନ୍ତ-1 ଓ ତର୍କସିଦ୍ଧାନ୍ତ-2 ସାହାଯ୍ୟରେ ଜ୍ୟାମିତିକ ଯୁକ୍ତି ମାଧ୍ୟମରେ ଏହାର ସତ୍ୟତା ଯାଞ୍ଚକର ଏବଂ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର ତାହା ଏକ ବର୍ଗଚିତ୍ର ପାଇଁ ପ୍ରଯୁଜ୍ୟ କି ନୁହେଁ ।

? ତର୍କସିଦ୍ଧାନ୍ତ 1 ଓ ତର୍କସିଦ୍ଧାନ୍ତ 2ରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ଜ୍ୟାମିତିକ ତର୍କକୁ ବ୍ୟବହାର କରି ଏହି ଉକ୍ତିର ସତ୍ୟତା ପ୍ରତିପାଦନ କର ଏବଂ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର ସେଗୁଡ଼ିକ ଏକ ବର୍ଗଚିତ୍ର ପାଇଁ ମଧ୍ୟ ପ୍ରଯୁଜ୍ୟ ।

ଧର୍ମ 1 : ବର୍ଗଚିତ୍ରର ସମସ୍ତ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ ।

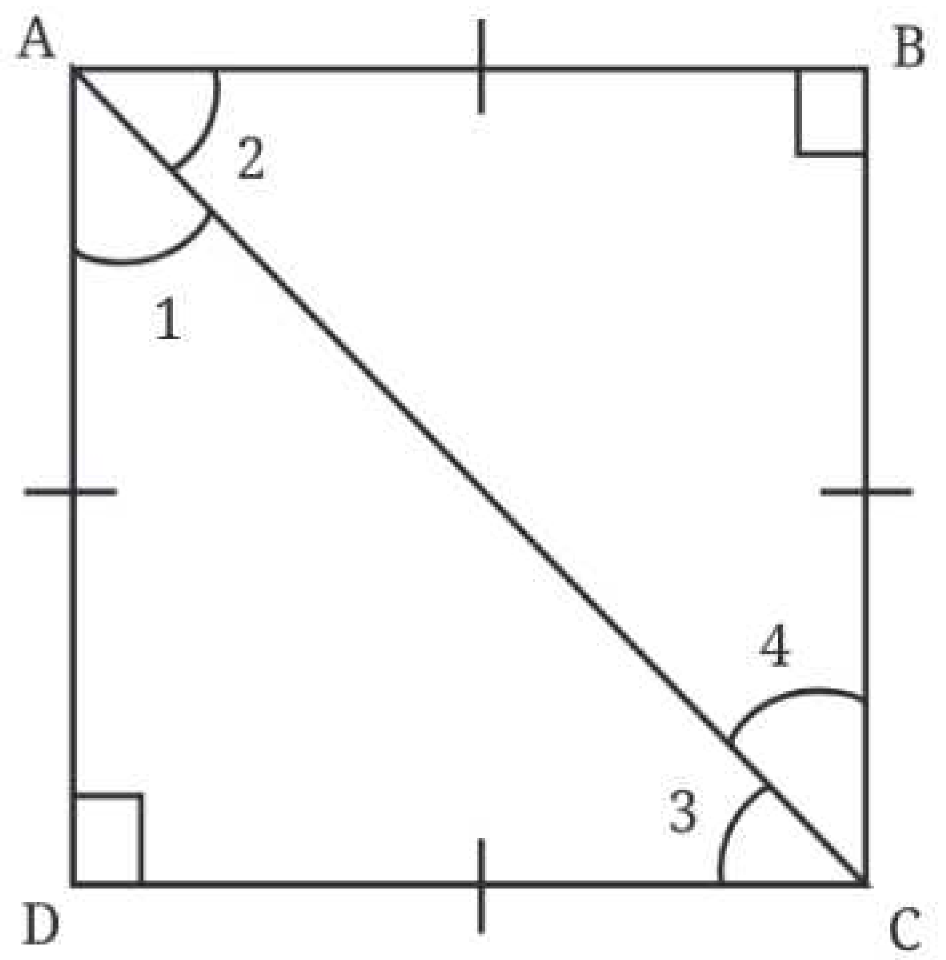
ଧର୍ମ 2 : ବର୍ଗଚିତ୍ରର ବିପରୀତ ବାହୁମାନେ ପରସ୍ପର ସମାନ୍ତର ।

ଧର୍ମ 3 : ବର୍ଗଚିତ୍ରର ପ୍ରତ୍ୟେକ କୋଣର ପରିମାଣ 90^0 ।

ଧର୍ମ 4 : ବର୍ଗଚିତ୍ରର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ସମଦୈର୍ଘ୍ୟବିଶିଷ୍ଟ ଏବଂ ପରସ୍ପରକୁ ସମକୋଣରେ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡ କରନ୍ତି ।

ବର୍ଗଚିତ୍ରର ଅନ୍ୟ ଏକ ବିଶେଷ ଧର୍ମ ଅଛି ।

? $\angle 1, \angle 2, \angle 3$ ଓ $\angle 4$ ର ପରିମାଣ କେତେ ? ଏହାକୁ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବାପାଇଁ ଉପଯୁକ୍ତ ଯୁକ୍ତି ଉପସ୍ଥାପନ କର ଏବଂ ପରୀକ୍ଷା କରି ଦେଖ ।



Δ ADCରେ ଆମେ ପାଇବା

$\angle 1 + \angle 3 + \angle 90^0 = 180^0$

ଯେହେତୁ AD = DC, ଆମେ ପାଇଲେ $\angle 1 = \angle 3$

ତେଣୁ $\angle 1 = \angle 3 = 45^0$

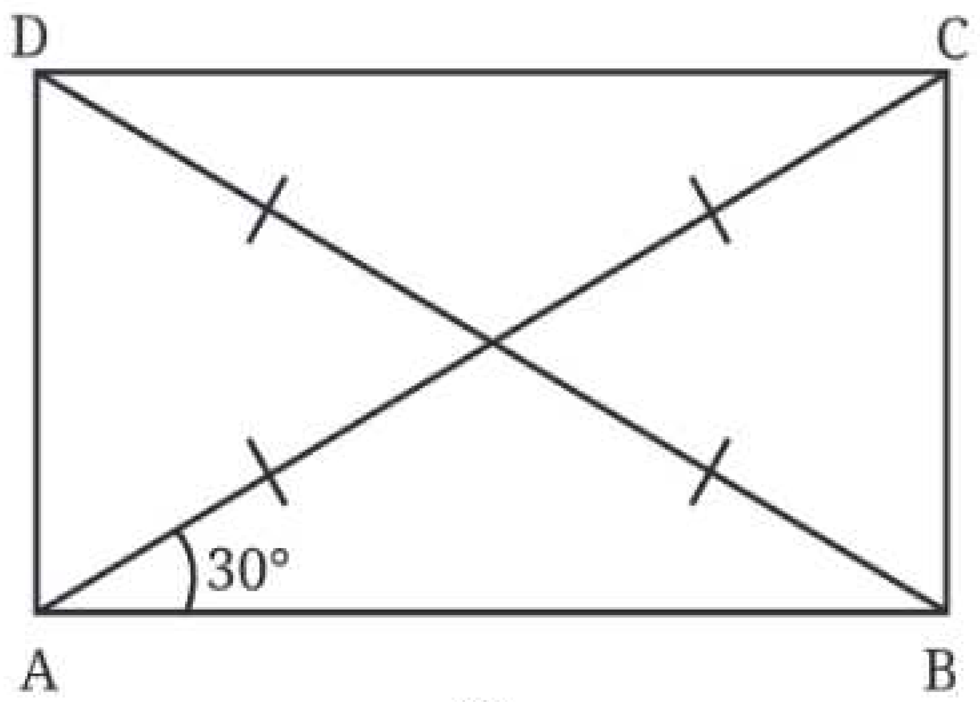
ସେହିପରି $\angle 2$ ଓ $\angle 4$ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ଅତଏବ, ବର୍ଗଚିତ୍ରର ଆଉ ଏକ ଧର୍ମ ପାଇଲେ–

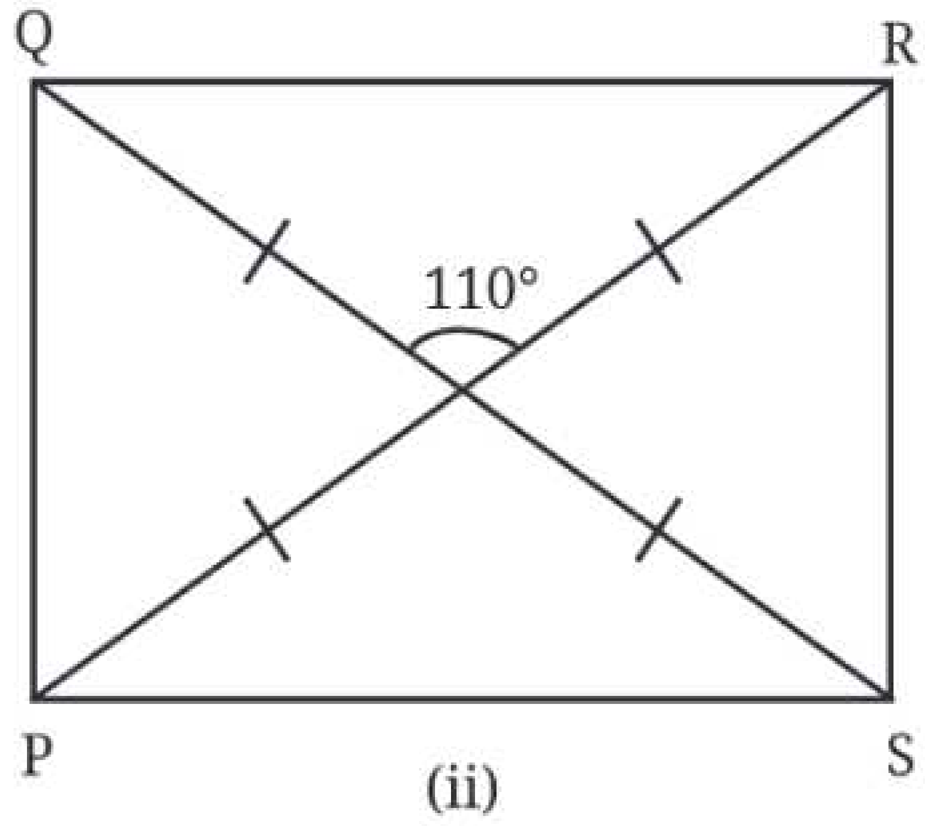
ଧର୍ମ 5 : ବର୍ଗଚିତ୍ରର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ଏହାର କୋଣମାନଙ୍କୁ ଦୁଇ ସମାନ ଭାଗରେ ବିଭକ୍ତ କରନ୍ତି । ଅନ୍ୟ ଅର୍ଥରେ ଯେ କୌଣସି ବର୍ଗଚିତ୍ରର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ, ଏହାର କୋଣମାନଙ୍କୁ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡ କରନ୍ତି ।

ନିଜେ କରି ଦେଖ :

1. ନିମ୍ନ ଆୟତଚିତ୍ରମାନଙ୍କରେ ଥିବା ଅନ୍ୟ ସମସ୍ତ କୋଣର ପରିମାଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।



(i)



(ii)

2. ଏକ ଚତୁର୍ଭୁଜ ଅଙ୍କନ କର, ଯାହାର ପ୍ରତ୍ୟେକ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 8 ସେ.ମି. ଓ କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପରକୁ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡ କରନ୍ତି ଏବଂ କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟର ଅନ୍ତର୍ଗତ କୋଣ :

   (i) 30^0 (ii) 40^0 (iii) 90^0 (iv) 140^0

3. ଏକ ବୃତ୍ତର କେନ୍ଦ୍ର 'O' । PL ଓ AM ବ୍ୟାସଦ୍ୱୟର ପରସ୍ପର ପ୍ରତି ଲମ୍ବ । APML କି ପ୍ରକାର ଚତୁର୍ଭୁଜ ? ତୁମ ଉତ୍ତର ସପକ୍ଷରେ ଯୁକ୍ତି ଉପସ୍ଥାପନ କର ଓ ପରୀକ୍ଷା କରି ଦେଖ ।

4. ଆମେ କାଗଜ ଭାଙ୍ଗି 90^0 ପରିମାଣର କୋଣ କିପରି ପାଇପାରିବା ତାହା ପୂର୍ବରୁ ଦେଖିଛୁ । ମନେକର ଆମପାଖରେ କୌଣସି କାଗଜ ନାହିଁ କିନ୍ତୁ ଦୁଇଟି ସମାନ ଦୈର୍ଘ୍ୟର କାଠି ଏବଂ ଏକ ସୂତା ଅଛି । ଏଗୁଡ଼ିକୁ ବ୍ୟବହାର କରି ଆମେ କିପରି 90^0 ପରିମାଣର କୋଣ ଦେଖାଇ ପାରିବା ? ଗାଣିତିକ କଥାବାର୍ତ୍ତା

5. ଆମେ ଦେଖିଲୁ ଯେ ଆୟତଚିତ୍ରର ଗୋଟିଏ ଧର୍ମ ହେଉଛି, ଏହାର ବିପରୀତ ବାହୁଗୁଡ଼ିକ ସମାନ୍ତର । ଏହାକୁ ଆୟତଚିତ୍ରର ସଂଜ୍ଞା ଭାବେ ନିଆଯାଇ ପାରିବ କି ? ଅନ୍ୟ ପ୍ରକାରରେ ଯେଉଁ ଚତୁର୍ଭୁଜର ବିପରୀତ ବାହୁଗୁଡ଼ିକ ସମାନ୍ତର ଓ ସମଦୈର୍ଘ୍ୟ ବିଶିଷ୍ଟ, ତାହା ଆୟତଚିତ୍ର ହେବ କି ? ଚେଷ୍ଟା କର

4.2 ଚତୁର୍ଭୁଜର କୋଣ

ଏପରି ଏକ ଚତୁର୍ଭୁଜ ଅଙ୍କନ କରିବା ସମ୍ଭବ କି, ଯାହାର ତିନୋଟି କୋଣର ପରିମାଣ 90^0 ଏବଂ ଚତୁର୍ଥ କୋଣର ପରିମାଣ 90^0 ହୋଇ ନଥିବ ? ତୁମେ ଅଙ୍କନ କରିବା ସମୟରେ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରିଥିବ ଯେ ଏହା ସମ୍ଭବ ନୁହେଁ ।

ଏହା କାହିଁକି ସମ୍ଭବ ହୋଇ ପାରିଲା ନାହିଁ ?

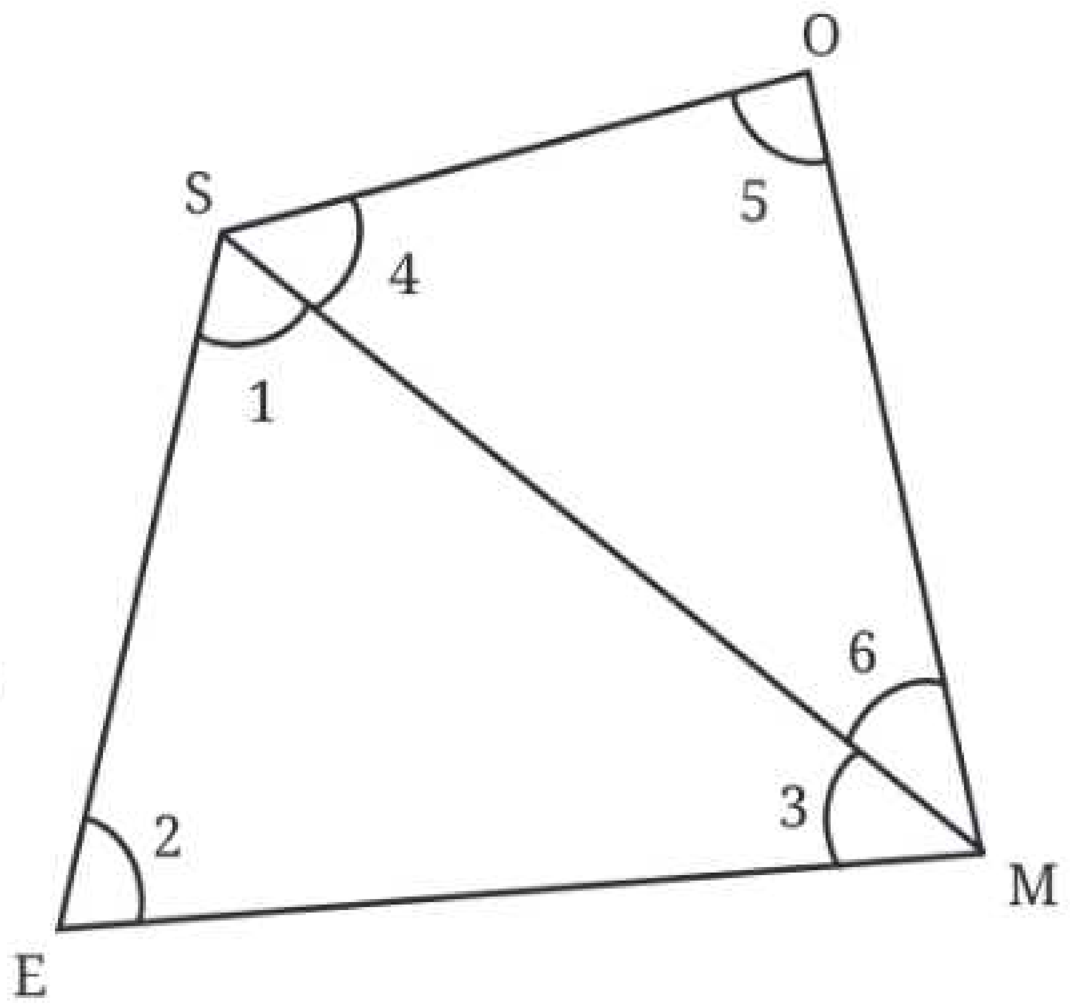
ଏହା ଚତୁର୍ଭୁଜମାନଙ୍କର କୋଣ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ଏକ ସାଧାରଣ ଧର୍ମ ଯୋଗୁଁ ହୋଇଥାଏ । ଆମେ ଜାଣିଛୁ, ଏକ ତ୍ରିଭୁଜର କୋଣମାନଙ୍କର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି 180^0 । ଏକ ଚତୁର୍ଭୁଜର କୋଣମାନଙ୍କର ପରିମାଣ ସମଷ୍ଟିରେ ମଧ୍ୟ ଏହିପରି ସମାନ ନିୟମ ଅଛି ।

ଏକ ଚତୁର୍ଭୁଜ SOME ନିଅ । ଏହାର କର୍ଣ୍ଣ SM ଅଙ୍କନ କର ।

ଆମେ ଦୁଇଟି ତ୍ରିଭୁଜ, Δ SEM ଓ Δ SOM ପାଇବା ।

Δ SEM ରେ $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180^0$

ଏବଂ Δ SOM ରେ $\angle 4 + \angle 5 + \angle 6 = 180^0$



ସମସ୍ତ ଛଅଟିଯାକ କୋଣର ପରିମାଣକୁ ମିଶାଇଲେ ଆମେ କ'ଣ ପାଇବା ?

$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 + \angle 5 + \angle 6 = 180^0 + 180^0$

କିମ୍ବା $(\angle 1 + \angle 4) + (\angle 3 + \angle 6) + (\angle 2 + \angle 5) = 360^0$

ଯେହେତୁ $(\angle 1 + \angle 4)$, $(\angle 3 + \angle 6)$, $\angle 2$ ଓ $\angle 5$ ଏହି ଚତୁର୍ଭୁଜର କୋଣ ଅଟନ୍ତି, ଆମେ ନିମ୍ନଲିଖିତ ଫଳାଫଳ ପାଇବା–

ଯେକୌଣସି ଚତୁର୍ଭୁଜର କୋଣମାନଙ୍କର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି 360^0 ।

ଏହା ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରେ ଯେ, କାହିଁକି ଏକ ଚତୁର୍ଭୁଜରେ ତିନୋଟି ସମକୋଣ ଥାଇ ଚତୁର୍ଥ କୋଣ ସମକୋଣ ନ ହେବା ଅସମ୍ଭବ ।

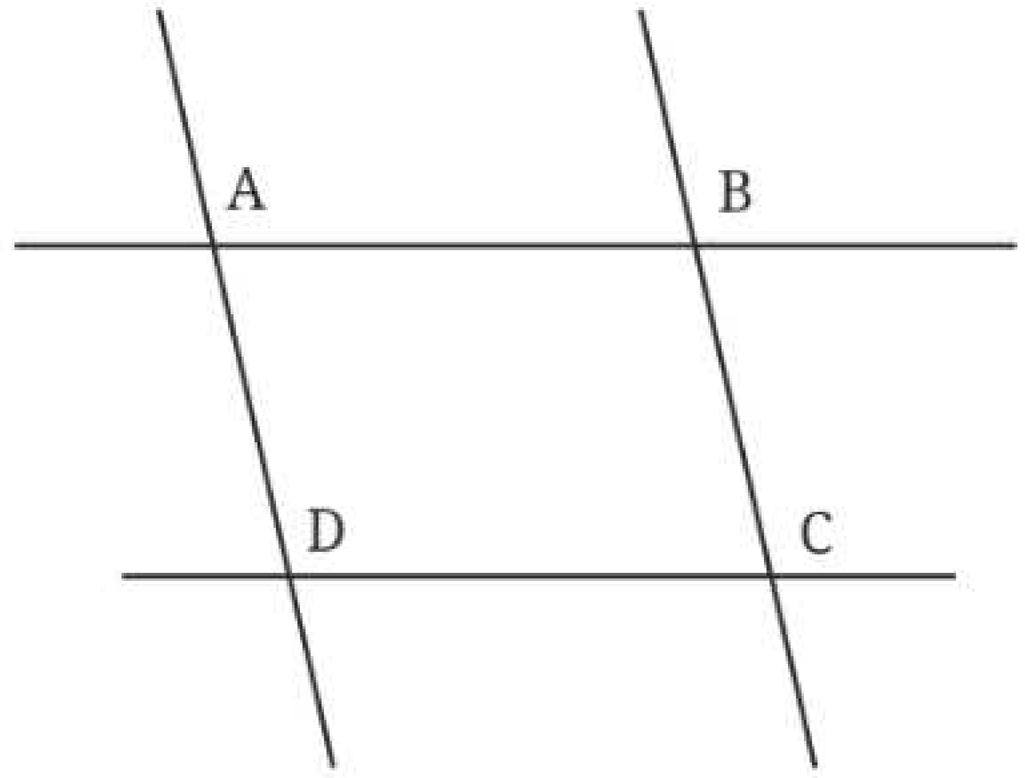
4.3 ବିପରୀତ ବାହୁ ସମାନ୍ତର ହୋଇଥିବା ଆଉ କେତେକ ଚତୁର୍ଭୁଜ

ଆୟତଚିତ୍ର ପରି ବର୍ଗଚିତ୍ରରେ ମଧ୍ୟ ଦୁଇଯୋଡ଼ା ସମାନ୍ତର ବିପରୀତ ବାହୁ ଅଛି ।

? ଏପରି ଆଉ କିଛି ଚତୁର୍ଭୁଜ ଅଛି କି ଯାହାର ବିପରୀତ ବାହୁ ସମାନ୍ତର, କିନ୍ତୁ ତାହା ଆୟତଚିତ୍ର ନୁହେଁ ?

ଆସ, ଏପରି ଏକ ଚତୁର୍ଭୁଜ ଅଙ୍କନ କରିବା । ପରସ୍ପରଚ୍ଛେଦୀ ଦୁଇଯୋଡ଼ା ସମାନ୍ତର ରେଖା ଏପରି ଅଙ୍କନ କରିବା, ଯେପରି ସେମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ସମକୋଣ ସୃଷ୍ଟି ହେଉ ନଥିବ ।

? ଚିତ୍ରରେ ପ୍ରଦର୍ଶିତ ହେଲାପରି, ଏକ ରୁଲର ଓ ସେଟ୍‌ସ୍କୋୟାର, କିମ୍ବା ଏକ କମ୍ପାସ୍ ଓ ରୁଲ୍‌ର ବ୍ୟବହାର କରି ଦୁଇଟି ସମାନ୍ତର ସରଳ ରେଖା ଅଙ୍କନ କର ।



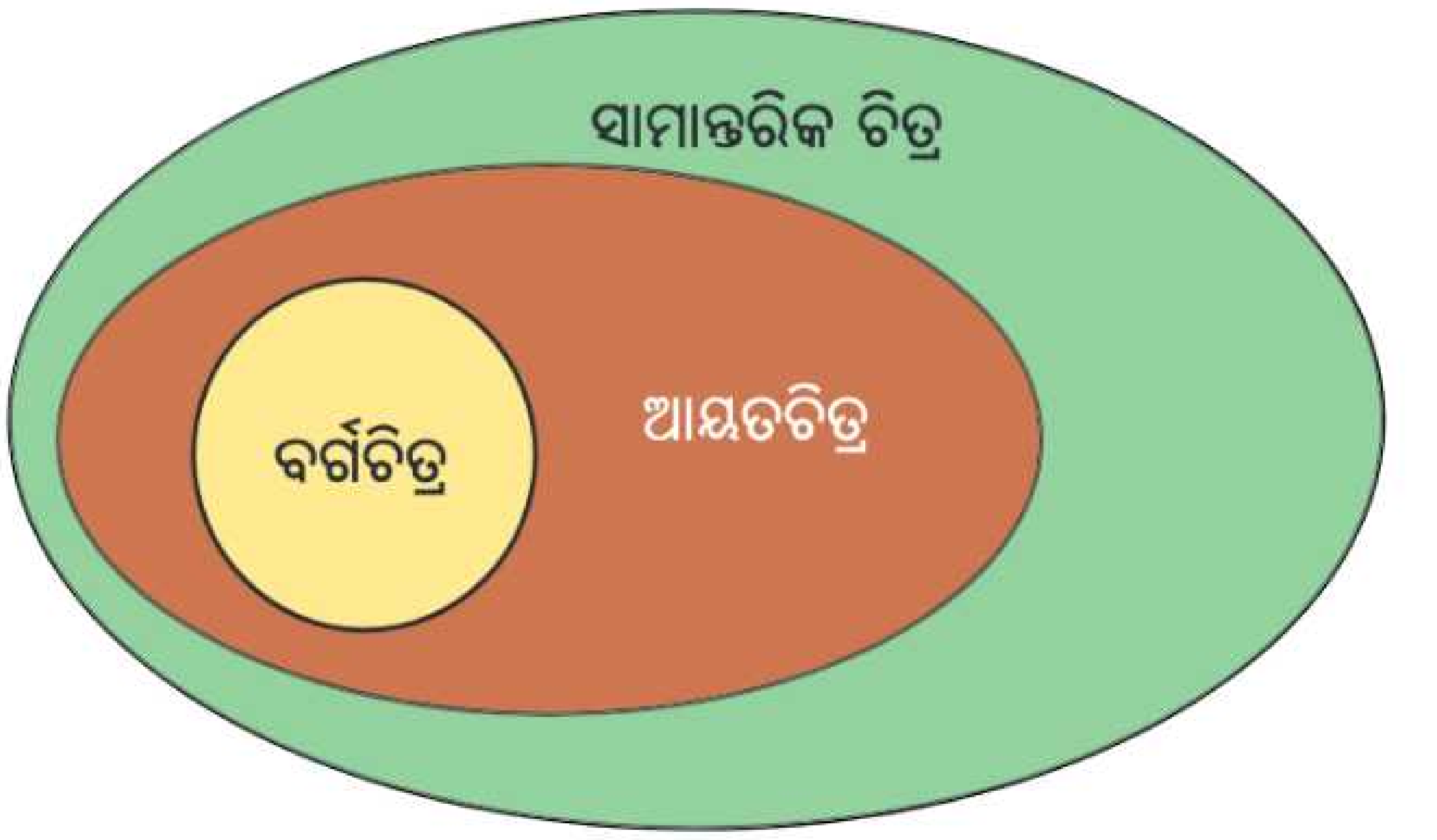
ଚତୁର୍ଭୁଜ ABCDକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର । ଏହାର ବିପରୀତ ବାହୁ ସମାନ୍ତର କିନ୍ତୁ ଏହା ଏକ ଆୟତଚିତ୍ର ନୁହେଁ ।

ଏହିପରି, ଚତୁର୍ଭୁଜମାନଙ୍କର ଏକ ବୃହତ୍ତର ସେଟ୍ ଅଛି, ଯେଉଁଥିରେ ବିପରୀତ ବାହୁଗୁଡ଼ିକ ସମାନ୍ତର ଅଟନ୍ତି, ଯାହାକୁ **ସାମାନ୍ତରିକ** ଚିତ୍ର କୁହାଯାଏ ।

? ଆୟତଚିତ୍ର ଏକ ସାମନ୍ତରିକ ଚିତ୍ର କି ?

ଏକ ଆୟତଚିତ୍ରର ବିପରୀତ ବାହୁଗୁଡ଼ିକ ସମାନ୍ତର ଅଟନ୍ତି । ତେଣୁ ଏହା ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ରର ସଂଜ୍ଞାକୁ ପାଳନ କରେ । ଅନ୍ୟଅର୍ଥରେ ଆୟତଚିତ୍ର ହେଉଛି ଏକ ବିଶେଷ ଧରଣର ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ର ଯାହାର ପ୍ରତ୍ୟେକ କୋଣ ସମକୋଣ ।

ଆସ, ଏହି ସମ୍ପର୍କକୁ ଏକ ଭେନ୍ ଚିତ୍ର ମାଧ୍ୟମରେ ଦର୍ଶାଇବା ।



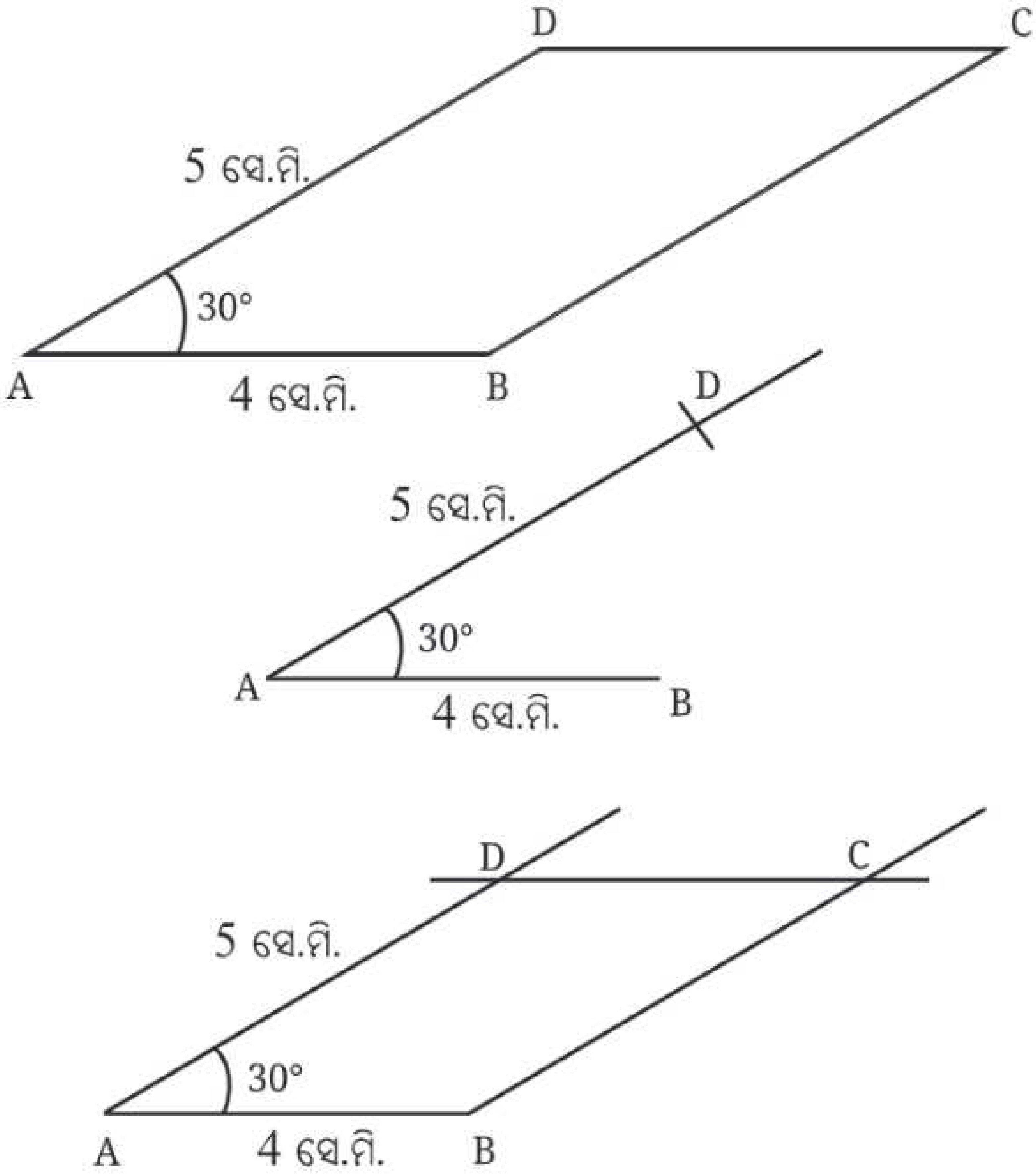
ଏକ ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ରର ବାହୁ ଓ କୋଣ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ସମ୍ପର୍କକୁ ବୁଝିବାପାଇଁ ଆସ ନିମ୍ନ ଅଙ୍କନଟି କରିବା ।

? ଏକ ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ କର, ଯାହାର ଦୁଇଟି ସନ୍ନିହିତ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଯଥାକ୍ରମେ 4 ସେ.ମି. ଓ 5 ସେ.ମି. ଏବଂ ବାହୁଦ୍ୱୟର ଅନ୍ତର୍ଗତ କୋଣର ପରିମାଣ 30^0 ।

ସୋପାନ 1 : AB ରେଖାଖଣ୍ଡ ଅଙ୍କନ କର ଯାହାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 4 ସେ.ମି. । A ବିନ୍ଦୁରେ $\angle BAD = 30^0$ ଅଙ୍କନ କର । AD = 5 ସେ.ମି. ନିଅ ।

ସୋପାନ 2 : D ବିନ୍ଦୁରେ AB ରେଖାଖଣ୍ଡ ସହିତ ଏକ ସମାନ୍ତର ରେଖା ଏବଂ B ବିନ୍ଦୁ ଦେଇ AD ରେଖାଖଣ୍ଡ ସହ ଏକ ସମାନ୍ତର ରେଖା ଅଙ୍କନ କର, ସେମାନେ ପରସ୍ପରକୁ ଛେଦ କରୁଥିବା ବିନ୍ଦୁର ନାମ 'C' ଦିଅ ।

ଏବେ ଆବଶ୍ୟକ ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ର ABCD ପାଇଲେ ।



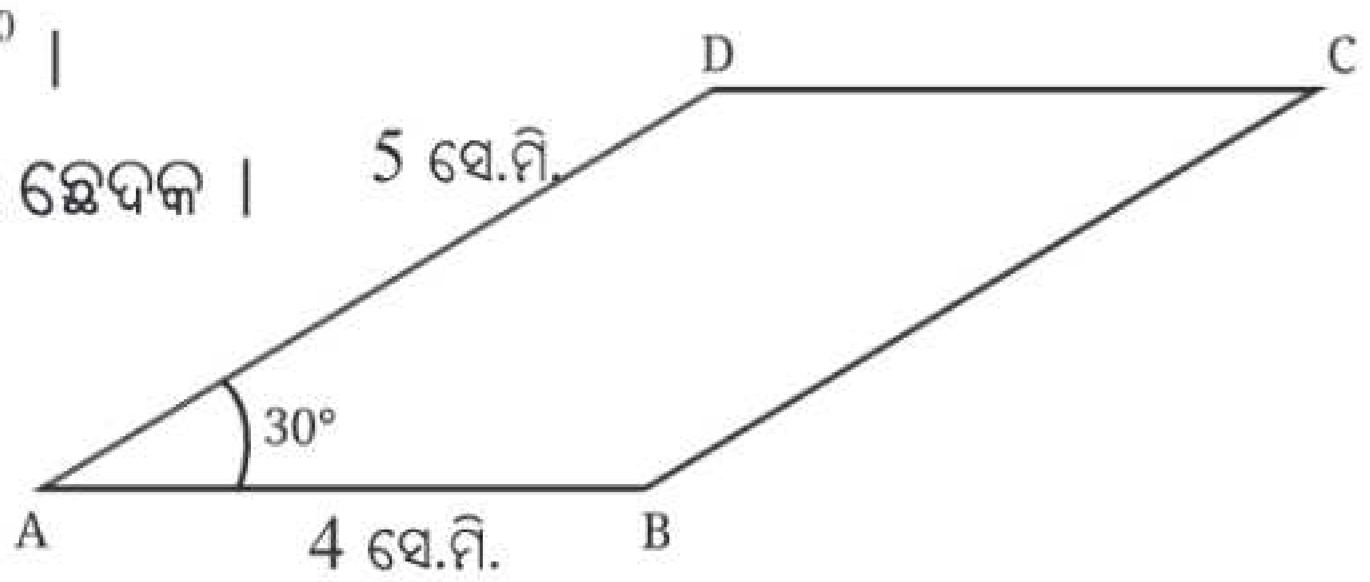
? ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ରର ଅନ୍ୟ କୋଣମାନଙ୍କ ସମ୍ବନ୍ଧରେ କ'ଣ କହିପାରିବା ? ଅନ୍ୟ ବାହୁମାନଙ୍କର ଦୈର୍ଘ୍ୟ କେତେ ? ତୁମେ ଯୁକ୍ତି ବା କାରଣ ଉପସ୍ଥାପନ କରି କିମ୍ବା / ଏବଂ ଅଙ୍କନ କରି ଏହା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିପାରିବ କି ?

? ତର୍କ ସିଦ୍ଧାନ୍ତ 6 : ଏକ ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ରର କୋଣମାନଙ୍କ ବିଷୟରେ ଆମେ କ'ଣ କହିପାରିବା ?

ABCD ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ରରେ, AB || CD ଏବଂ AD ସେମାନଙ୍କର ଏକ ଛେଦକ ।

$\angle A + \angle D = 180^0$ (ଛେଦକର ଏକ ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଅନ୍ତଃସ୍ଥ କୋଣ)

ତେଣୁ $\angle D = 180^0 - \angle A = 180^0 - 30^0 = 150^0$ ।



ସେହିପରି AD || BC ଏବଂ AB ଓ CD ସେମାନଙ୍କର ଛେଦକ ।

ତେଣୁ $\angle A + \angle B = 180^0$ ।

$\angle C + \angle D = 180^0$ ।

ଉଭୟ ସମୀକରଣକୁ ବ୍ୟବହାର କରି ଆମେ ପାଇବା,

$\angle B = 150^0$ ଏବଂ $\angle C = 30^0$

ଆମେ ଲକ୍ଷ୍ୟ କଲେ, **ସାମାନ୍ତରିକଚିତ୍ରର କ୍ରମିକ କୋଣଦ୍ୱୟର ସମଷ୍ଟି 180^0 ଏବଂ ବିପରୀତ କୋଣମାନଙ୍କର ପରିମାଣ ସମାନ ।**

ତେଣୁ, $\angle A + \angle B = 180^0$, $\angle A + \angle D = 180^0$

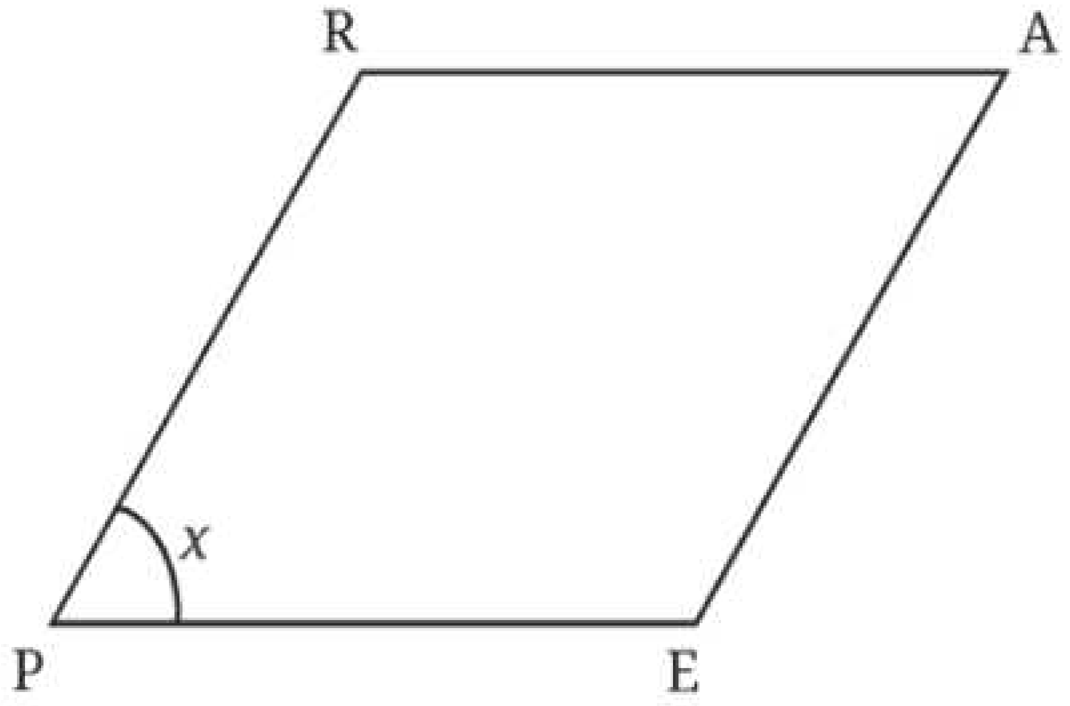
$\angle C + \angle D = 180^0$ ଏବଂ $\angle B + \angle C = 180^0$

ଏବଂ $\angle A = \angle C$, $\angle B = \angle D$

ଯେହେତୁ ସାମାନ୍ତରିକଚିତ୍ରର କ୍ରମିକ କୋଣଦ୍ୱୟ, ଦୁଇଟି ସମାନ୍ତର ରେଖାର ଛେଦକର ଏକ ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଅନ୍ତଃସ୍ଥ କୋଣ, ତେଣୁ ସେମାନଙ୍କର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି 180^0 ।

? ବିପରୀତ କୋଣମାନଙ୍କ ସମ୍ବନ୍ଧରେ କ'ଣ କହିପାରିବା ?

ସମସ୍ତ ସାମାନ୍ତରିକଚିତ୍ରରେ ବିପରୀତ କୋଣମାନଙ୍କର ପରିମାଣ ସମାନ ହେବ କି ? ଯଦି ହଁ, ଆମେ କିପରି ନିଶ୍ଚିତ ହୋଇପାରିବା ?



ଆସ, ଯେକୌଣସି ଗୋଟିଏ କୋଣକୁ 'x' ନେବା ।

ଅନ୍ୟ କୋଣମାନଙ୍କର ପରିମାଣ କେତେ ?

ଯେହେତୁ $\angle P + \angle R = 180^0$

$\angle R = 180^0 - \angle P = 180^0 - x$

ସେହିପରି, ଯେହେତୁ $\angle A + \angle R = 180^0$

$$\angle A = 180^0 - \angle R = 180^0 - (180^0 - x) = 180^0 - 180^0 + x = x$$

ତେଣୁ $\angle P = \angle A = x$

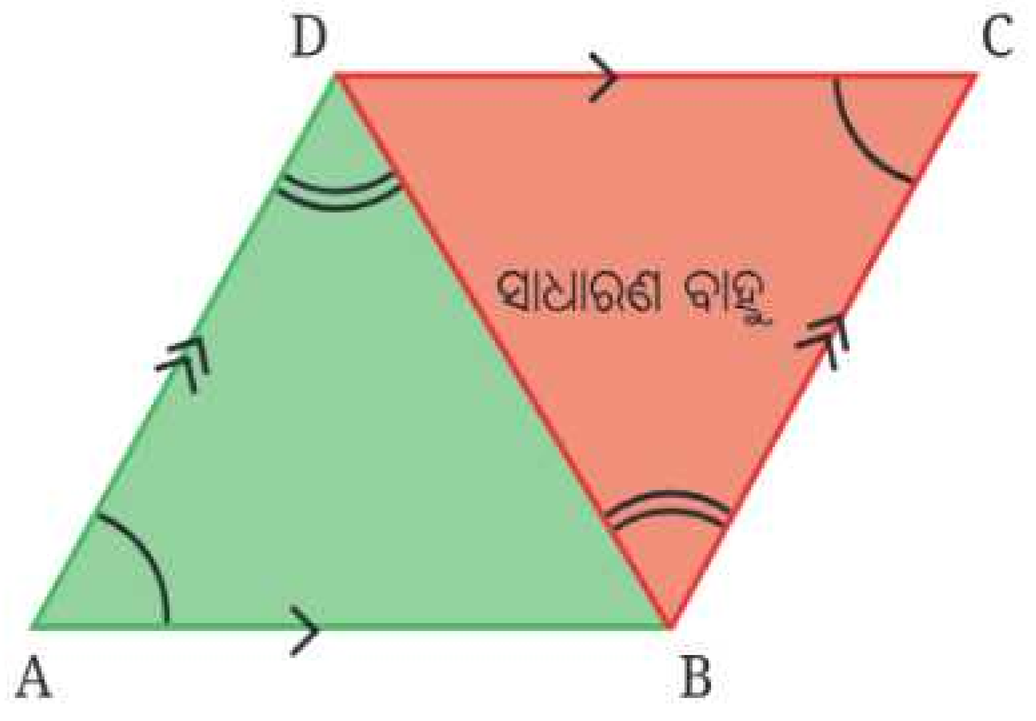
ସେହିପରି ଆମେ ପ୍ରମାଣ କରିପାରିବା $\angle R = \angle E = 180^0 - x$

ତେଣୁ ଏହା ଦର୍ଶାଏ ଯେ ସାମାନ୍ତରିକଚିତ୍ରର ବିପରୀତ କୋଣମାନଙ୍କର ପରିମାଣ ସବୁବେଳେ ସମାନ ହୋଇଥାଏ ।

? ତର୍କସିଦ୍ଧାନ୍ତ 7 : ସାମାନ୍ତରିକଚିତ୍ରର ବାହୁମାନଙ୍କ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଆମେ କ'ଣ କହିପାରିବା ?

ସାମାନ୍ତରିକଚିତ୍ରକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟକଲେ, ଜଣାପଡ଼ିବ ଯେ, ଏହାର ବିପରୀତ ବାହୁମାନଙ୍କର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ ।

ଆମେ ପୁନର୍ବାର ସର୍ବସମତା ସର୍ତ୍ତ ବ୍ୟବହାର କରି ଏହା ଦର୍ଶାଇ ପାରିବା କି ? ଏଥିପାଇଁ କେଉଁ ଦୁଇଟି ତ୍ରିଭୁଜକୁ ବିଚାରକୁ ନେବା ?



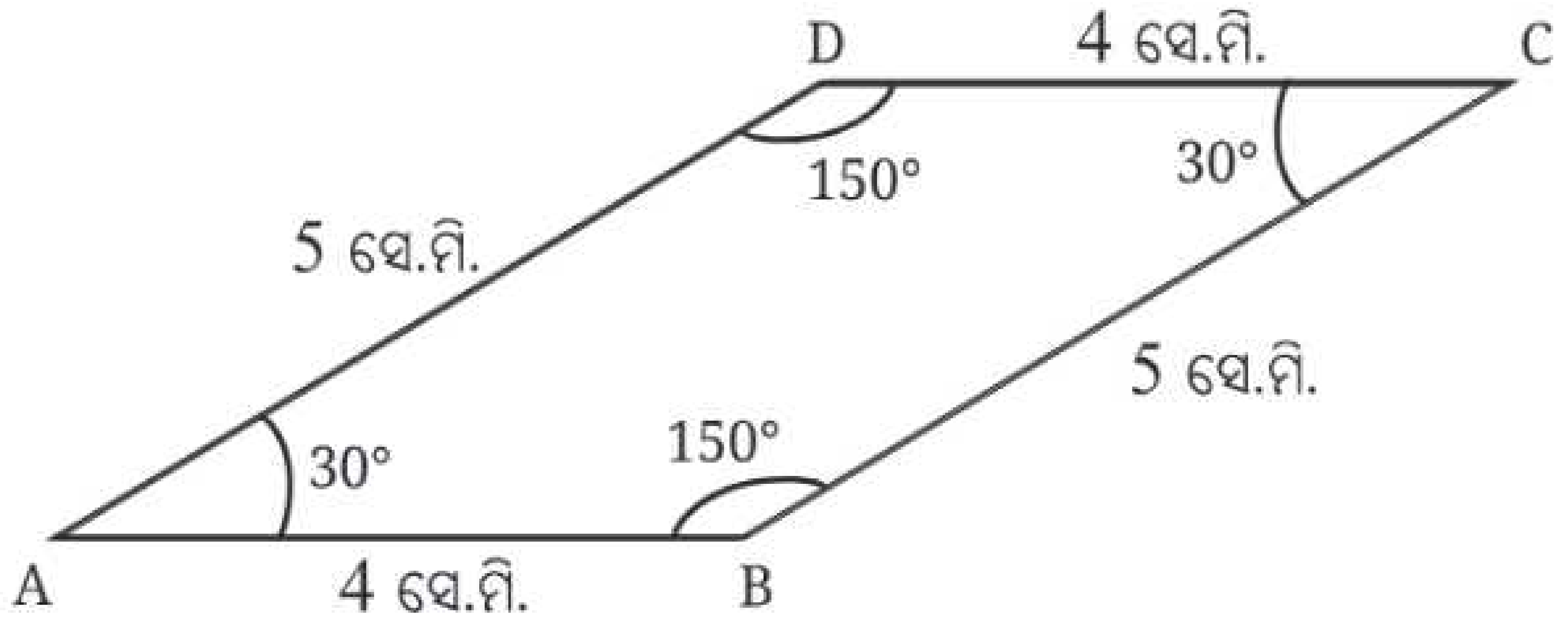
ΔABD ଓ ΔCDBରେ ଗୋଟିଏ ଚାପଦ୍ୱାରା ଚିହ୍ନିତ କୋଣଗୁଡ଼ିକର ପରିମାଣ ସମାନ, କାରଣ ସେମାନେ ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ରର ବିପରୀତ କୋଣ ଅଟନ୍ତି । ଯେହେତୁ AD || BC ଏବଂ BD ସେମାନଙ୍କର ଛେଦକ, ତେଣୁ ଦୁଇଟି ଚାପଦ୍ୱାରା ଚିହ୍ନିତ କୋଣଦ୍ୱୟର ପରିମାଣ ସମାନ, କାରଣ ସେମାନେ ଏକାନ୍ତର କୋଣ । ଅତଏବ କୋ-କୋ-ବା ସର୍ବସମତା ସର୍ତ୍ତ ଅନୁଯାୟୀ ତ୍ରିଭୁଜ ଦ୍ୱୟ ସର୍ବସମ ।

ଅର୍ଥାତ୍, Δ ABD $\cong$ Δ CDB

ତେଣୁ, AD = CB ଓ AB = CD

ତେଣୁ ଏକ ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ରର ବିପରୀତ ବାହୁଗୁଡ଼ିକର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ ।

? Δ ABD $\cong$ Δ CBD ଲେଖିବା ଭୁଲ୍ ହେବ କି ? କାହିଁକି ? ଏହି ତର୍କସିଦ୍ଧାନ୍ତଗୁଡ଼ିକରୁ ଆମେ ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ରର ଅବଶିଷ୍ଟ ବାହୁ ଓ କୋଣମାନଙ୍କର ପରିମାଣ / ମାପ ପାଇପାରିବା ।



ଏକ ସାମାନ୍ତରିକଚିତ୍ରର ଧର୍ମଗୁଡ଼ିକର ତାଲିକା କରିବା–

ଧର୍ମ 1. ଏକ ସାମାନ୍ତରିକଚିତ୍ରର ବିପରୀତ ବାହୁମାନଙ୍କର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ ।

ଧର୍ମ 2. ଏକ ସାମାନ୍ତରିକଚିତ୍ରର ବିପରୀତ ବାହୁମାନେ ସମାନ୍ତର ।

ଧର୍ମ 3. ଏକ ସାମାନ୍ତରିକଚିତ୍ରରେ ଦୁଇଟି କ୍ରମିକ କୋଣର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି 180^0 ଏବଂ ବିପରୀତ କୋଣମାନଙ୍କର ପରିମାଣ ସମାନ ।

? ଏକ ସାମାନ୍ତରିକଚିତ୍ରର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସର୍ବଦା ସମାନ ହେବ କି ? ତୁମେ ଅଙ୍କନ କରିଥିବା ସାମାନ୍ତରିକଚିତ୍ରରେ ଏହାକୁ ମାପି ପରୀକ୍ଷା କର ।

ଆମେ ଲକ୍ଷ୍ୟକଲୁ ଯେ, ଏକ ସାମାନ୍ତରିକଚିତ୍ରର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ ହେବା ଜରୁରୀ ନୁହେଁ ।

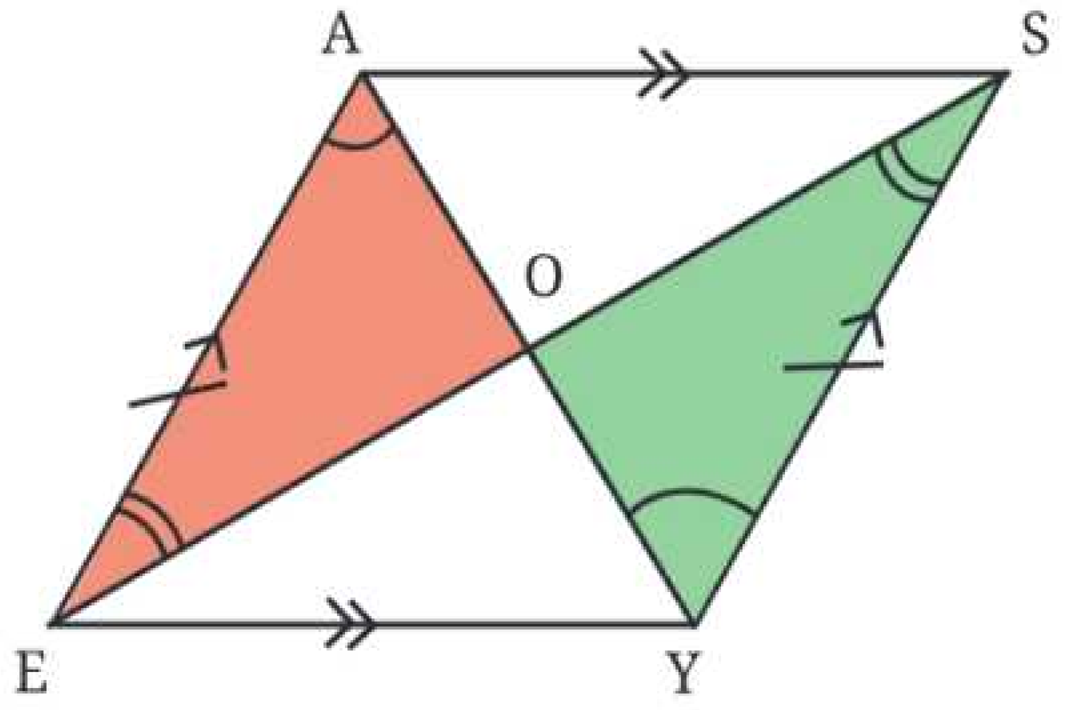
? ସେମାନେ ପରସ୍ପରକୁ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡ କରନ୍ତି କି ? (କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପରକୁ ସେମାନଙ୍କର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରନ୍ତି କି ?)

ଏହାକୁ ଜାଣିବାପାଇଁ ଯୁକ୍ତି ଉପସ୍ଥାପନ କର ଏବଂ/ କିମ୍ବା ପରୀକ୍ଷା କରି ଦେଖ ।

ତର୍କ-ସିଦ୍ଧାନ୍ତ 8 : ଏକ ସାମାନ୍ତରିକଚିତ୍ରର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟର ଛେଦବିନ୍ଦୁ କ'ଣ ?

ଆୟତଚିତ୍ର ପରି ଆମେ ସାମାନ୍ତରିକଚିତ୍ର EASYରେ Δ AOE ଏବଂ Δ YOS ର ସର୍ବସମତା ପରୀକ୍ଷା କରି କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପରକୁ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡ କରନ୍ତି କି ନାହିଁ ଜାଣିପାରିବା ।

$AE = YS$ (ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ରର ବିପରୀତ ବାହୁ)
ଗୋଟିଏ ଚାପଦ୍ୱାରା ଚିହ୍ନିତ କୋଣଗୁଡ଼ିକର ପରିମାଣ ସମାନ ଏବଂ ଦୁଇଟି ଚାପଦ୍ୱାରା ଚିହ୍ନିତ କୋଣଗୁଡ଼ିକର ପରିମାଣ ମଧ୍ୟ ସମାନ, ଯେହେତୁ ସେମାନେ ଏକାନ୍ତର କୋଣ ।



ତେଣୁ କୋ-ବା-କୋ ସର୍ବସମତା ସର୍ତ୍ତ ଅନୁଯାୟୀ ତ୍ରିଭୁଜଗୁଡ଼ିକ ସର୍ବସମ ଅର୍ଥାତ୍ $\Delta AOE \cong \Delta YOS$, ଯେହେତୁ ସେମାନେ ସର୍ବସମ ତ୍ରିଭୁଜର ଅନୁରୂପ ଅଂଶ ଅଟନ୍ତି, ତେଣୁ $OA=OY$ ଓ $OE=OS$ ।

ତେଣୁ, 'O' ଉଭୟ କର୍ଣ୍ଣର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ ।

? $\Delta AOE \cong \Delta SOY$ ଲେଖିବା ଭୁଲ୍ ହେବ କି ? କାହିଁକି ?

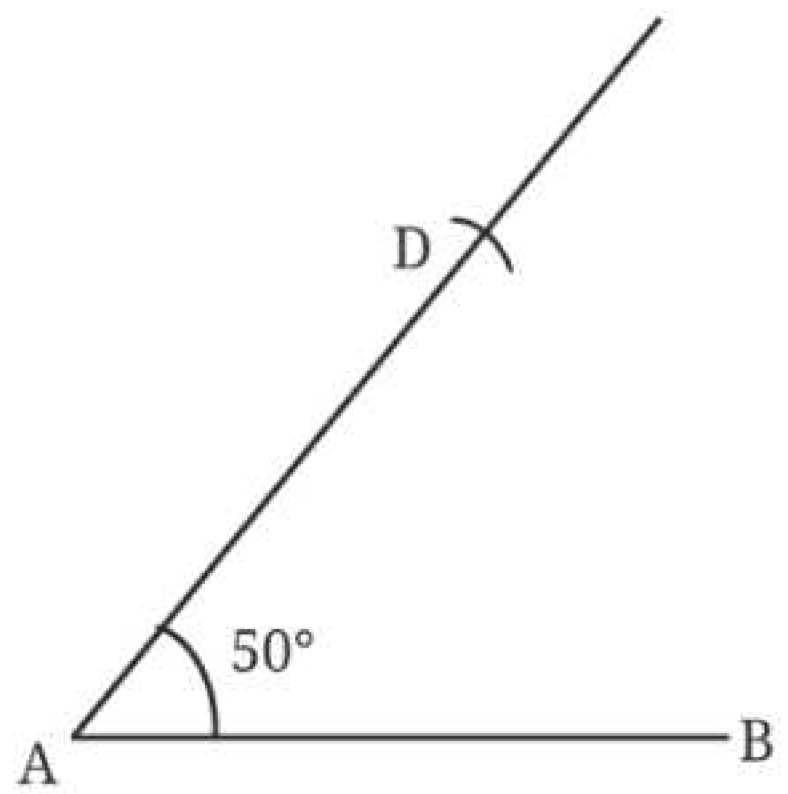
ଧର୍ମ 4 : ଏକ ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ରର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପରକୁ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡ କରନ୍ତି ।

? ଏକ ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ରର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ପରିମାଣର କୋଣରେ ପରସ୍ପରକୁ ଛେଦ କରନ୍ତି କି ?

4.4 ସମାନ ବାହୁବିଶିଷ୍ଟ ଚତୁର୍ଭୁଜ

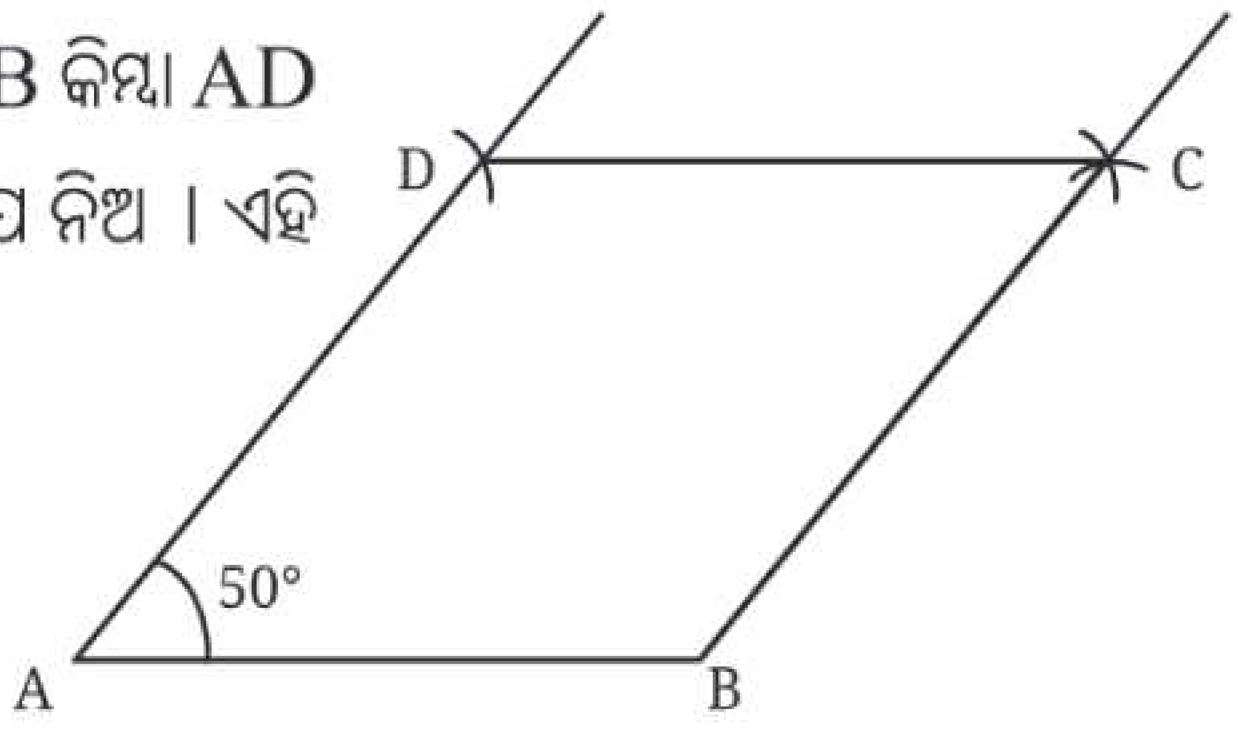
? କେବଳ ବର୍ଗଚିତ୍ରଗୁଡ଼ିକ କ'ଣ ସମାନ ବାହୁ ବିଶିଷ୍ଟ ଚତୁର୍ଭୁଜ କି ? ଆସ ଅଙ୍କନ ମାଧ୍ୟମରେ ଏହି ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ଖୋଜିବା ।

ପରସ୍ପର ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ହୋଇ ନଥିବା ଦୁଇଟି ସମଦୈର୍ଘ୍ୟ ବିଶିଷ୍ଟ ରେଖାଖଣ୍ଡ AD ଓ AB ଅଙ୍କନ କର ।



? ଆମେ ଏହି ଚତୁର୍ଭୁଜକୁ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ଅଙ୍କନ କରିପାରିବା କି, ଯେପରି ଏହାର ସମସ୍ତ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ ହେବ ?

ବିନ୍ଦୁ 'C' ଚିହ୍ନଟ କର, ଯାହାର B ଓ D ବିନ୍ଦୁଠାରୁ ଦୂରତା AB କିମ୍ବା AD ସହ ସମାନ । ଏହା କରିବାପାଇଁ କମ୍ପାସ୍ ବ୍ୟବହାର କରି AB ର ମାପ ନିଅ । ଏହି ମାପକୁ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ରୂପେ ନେଇ B ଓ D ବିନ୍ଦୁରୁ ଚାପ କାଟ ।

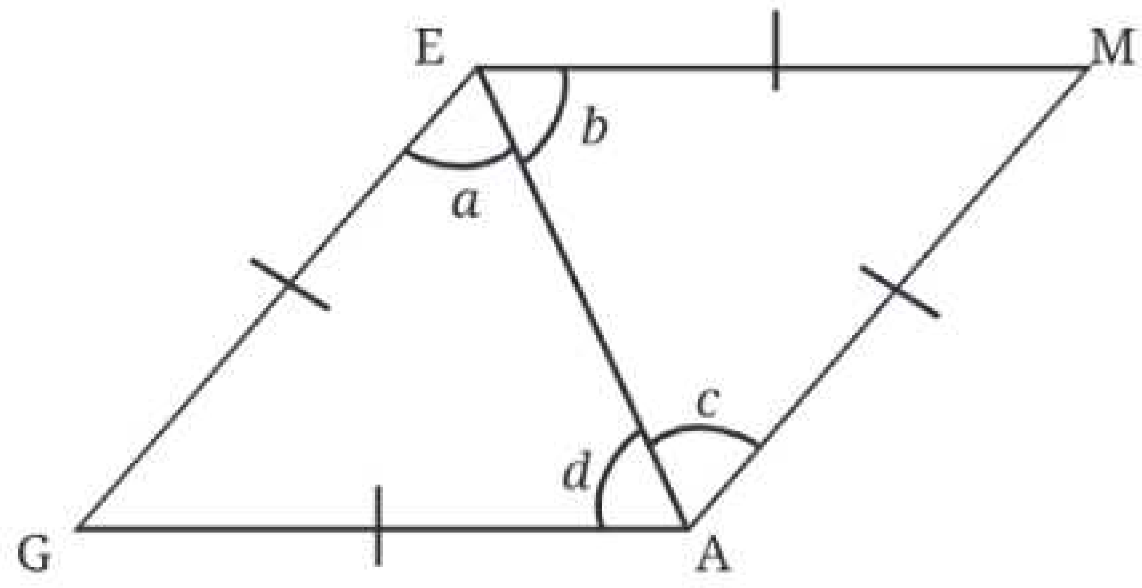


ବର୍ତ୍ତମାନ ଆମେ ଏକ ଚତୁର୍ଭୁଜ ପାଇବା ଯାହାର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ ଓ ଏହାର ଗୋଟିଏ କୋଣର ପରିମାଣ 50^0 । ଲକ୍ଷ୍ୟ କର, ଆମେ 180^0 ରୁ କମ୍ ଯେ କୌଣସି ପରିମାଣର ଏକ କୋଣ ନେଇ (50^0 ବଦଳରେ) ଏପରି ଏକ ଚତୁର୍ଭୁଜ ଅଙ୍କନ କରିପାରିବା । ଏଭଳି ଚତୁର୍ଭୁଜକୁ ରମ୍ବସ୍ କୁହାଯାଏ ।

ଯେଉଁ ଚତୁର୍ଭୁଜର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ ତାହା ଏକ ରମ୍ବସ୍ ।

? ଆମେ ଅଙ୍କନ କରିଥିବା ରମ୍ବସ୍ ABCD ର ଅନ୍ୟ କୋଣଗୁଡ଼ିକ ସଂପର୍କରେ କ'ଣ କୁହାଯାଇପାରିବ ? ଏଥିପାଇଁ ତୁମର ଯୁକ୍ତି ଉପସ୍ଥାପନ କର କିମ୍ବା/ଏବଂ ପରୀକ୍ଷା କରି ଦେଖ ।

ତର୍କସିଦ୍ଧାନ୍ତ 9 : ଏକ ରମ୍ବସ୍‌ର କୋଣମାନଙ୍କ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଆମେ କ'ଣ କହିପାରିବା ?



ଏକ ରମ୍ବସ୍ GAMEକୁ ବିଚାର କର ।

ତ୍ରିଭୁଜ GAEରେ GE = GA ହୋଇଥିବାରୁ $\Rightarrow a = d$

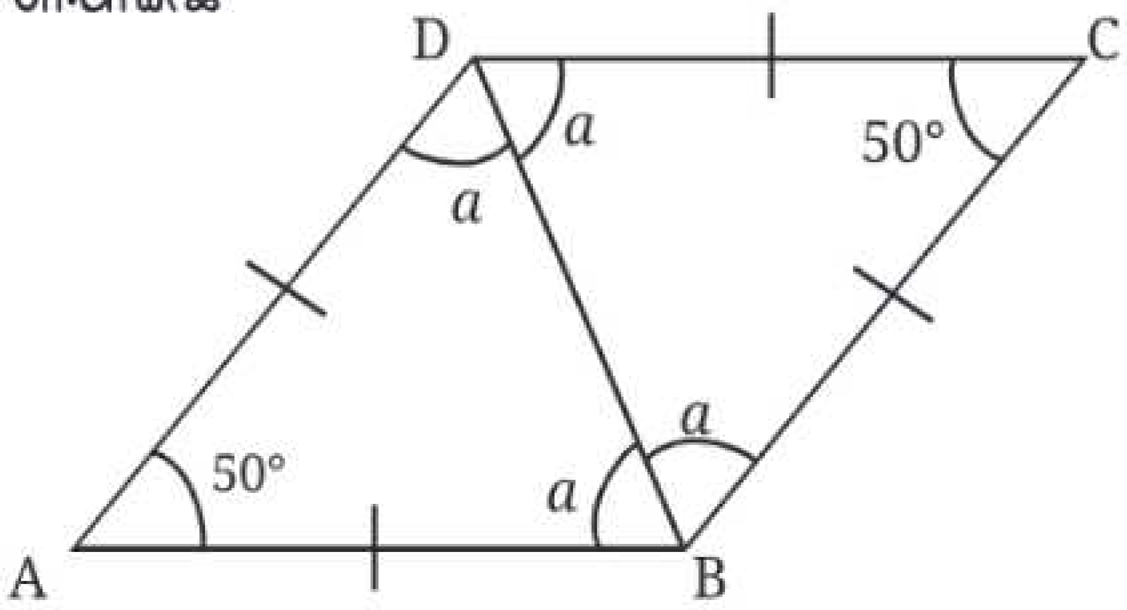
ସେହିପରି Δ MAEରେ ME = MA ହୋଇଥିବାରୁ $\Rightarrow b = c$

? ଏହା ମଧ୍ୟ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରାଯାଇପାରିବ $\Delta GAE \cong \Delta MAE$ (କିପରି ?)

ତେଣୁ $a = b$, $c = d$ ଏବଂ $\angle G = \angle M$ (ସର୍ବସମ ତ୍ରିଭୁଜର ଅନୁରୂପ ଅଂଶ)

ତେଣୁ $a = b = c = d$

ଏହି ତଥ୍ୟଗୁଡ଼ିକ ଯେକୌଣସି ରମ୍ବସ୍ ପାଇଁ ପ୍ରଯୁଜ୍ୟ । ଆସ ସେଗୁଡ଼ିକୁ ରମ୍ବସ ABCD କ୍ଷେତ୍ରରେ ପ୍ରୟୋଗ କରିବା ଯାହାକୁ ଆମେ ପୂର୍ବରୁ ଅଙ୍କନ କରିଥିଲେ । କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱାରା ବିପରୀତ ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁରେ ସୃଷ୍ଟି ହୋଇଥିବା ଚାରୋଟି କୋଣ ମଧ୍ୟରୁ ପ୍ରତ୍ୟେକ କୋଣର ପରିମାଣକୁ a ନିଆଯାଉ । ଯେପରି ଚିତ୍ରରେ ଦର୍ଶାଯାଇଛି–

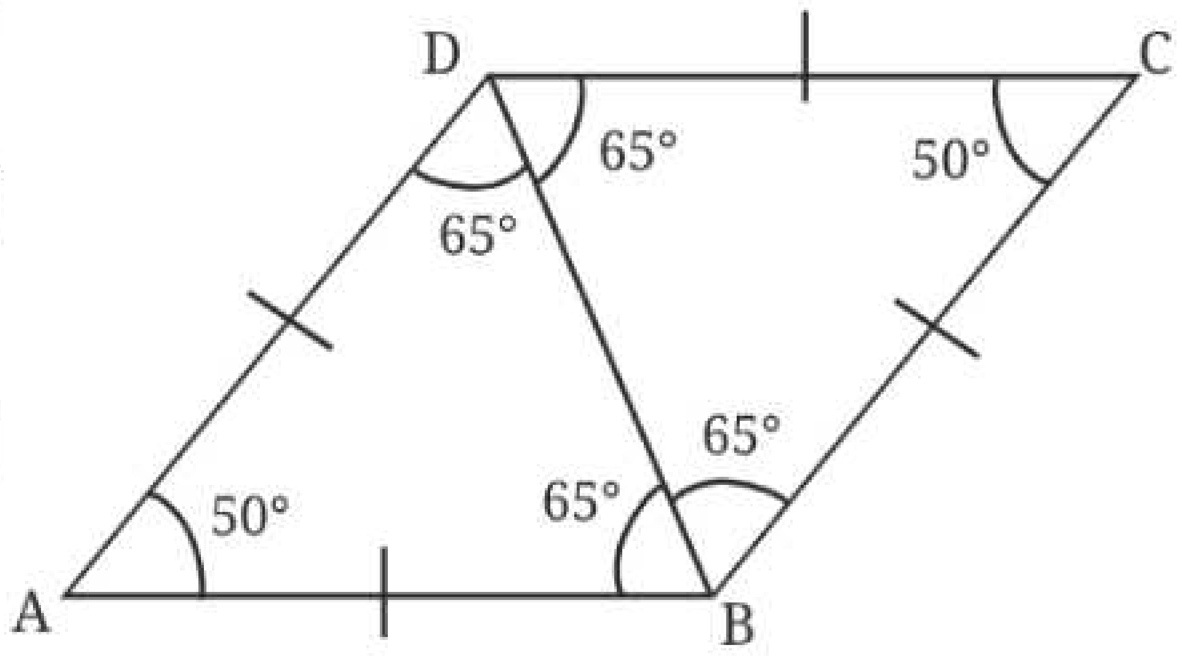


Δ ADB ରେ, $a + a + 50^0 = 180^0$

ତେଣୁ $a = 65^0$

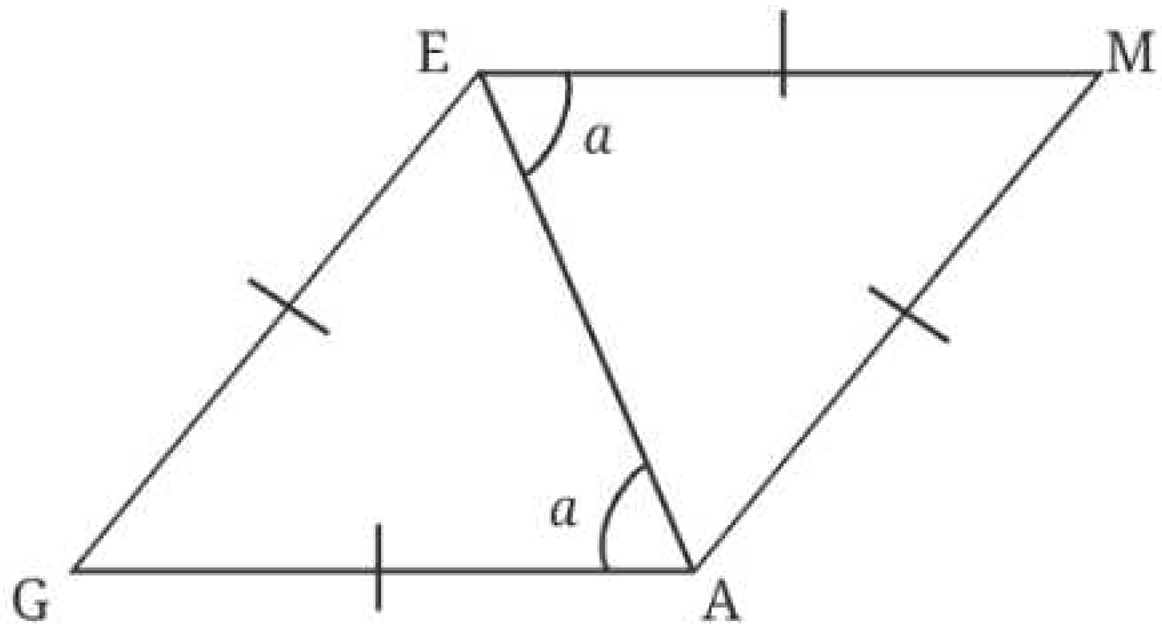
ଅର୍ଥାତ୍ ରମ୍ବସ୍ ABCD ର କୋଣଗୁଡ଼ିକର ପରିମାଣ 50^0, 130^0, 50^0 ଓ 130^0

ତେଣୁ **ରମ୍ବସ୍‌ର ବିପରୀତ କୋଣମାନଙ୍କର ପରିମାଣ ପରସ୍ପର ସହ ସମାନ ।**

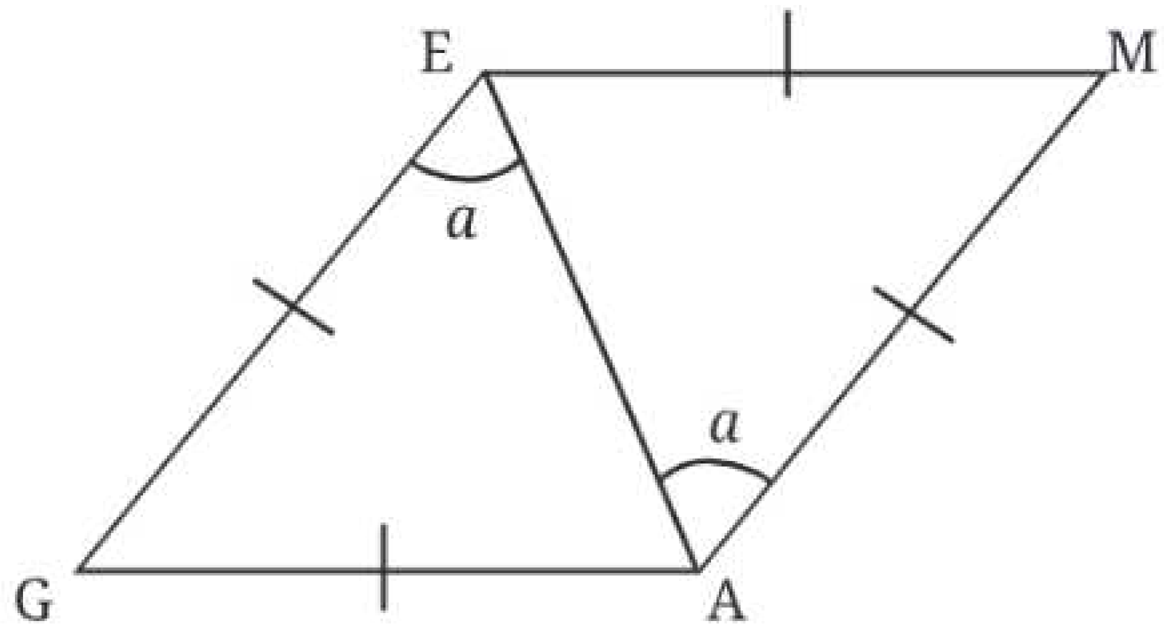


ରମ୍ବସ୍ ABCD ର ଅନ୍ୟକୋଣମାନଙ୍କର ପରିମାଣ ଜାଣିବାପାଇଁ ଆଉ ଗୋଟିଏ ଉପାୟ ଅଛି ।

ଆମେ ଦର୍ଶାଇଛୁ ଯେ ଏକ ରମ୍ବସ୍ GAMEରେ, ଏକ କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱାରା ସୃଷ୍ଟ ଚାରୋଟି କୋଣର ପରିମାଣ ପରସ୍ପର ସହିତ ସମାନ ।



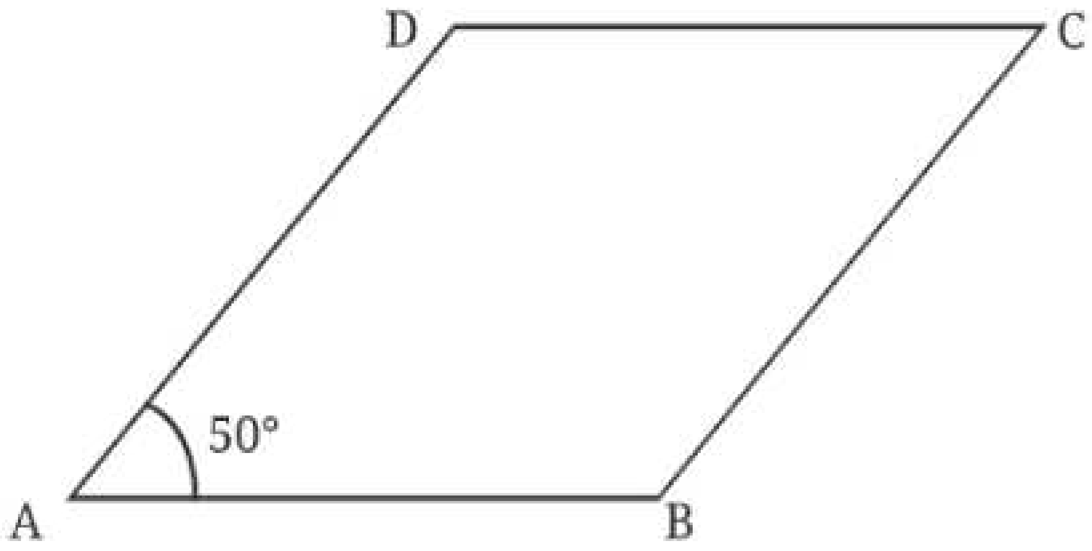
EM, GA ଏବଂ ଏମାନଙ୍କର ଛେଦକ AEକୁ ନିଆଯାଉ । ଏକାନ୍ତର କୋଣମାନଙ୍କର ପରିମାଣ ସମାନ ହେଉଥିବାରୁ EM || GA.



ସେହିପରି GE, AM ଏବଂ ଏମାନଙ୍କର ଛେଦକ AEକୁ ବିଚାର କର । ଏକାନ୍ତର କୋଣମାନଙ୍କର ପରିମାଣ ସମାନ ହେଉଥିବାରୁ GE || AM ।

ବିପରୀତ ବାହୁମାନେ ସମାନ୍ତର ହୋଇଥିବାରୁ GAME ମଧ୍ୟ ଏକ ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ର ।

ଅର୍ଥାତ୍ ପ୍ରତ୍ୟେକ ରମ୍ବସ୍ ଏକ ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ର ଏବଂ ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ରର ସମସ୍ତ ଧର୍ମ ରମ୍ବସ୍ କ୍ଷେତ୍ରରେ ମଧ୍ୟ ପ୍ରଯୁଜ୍ୟ ।



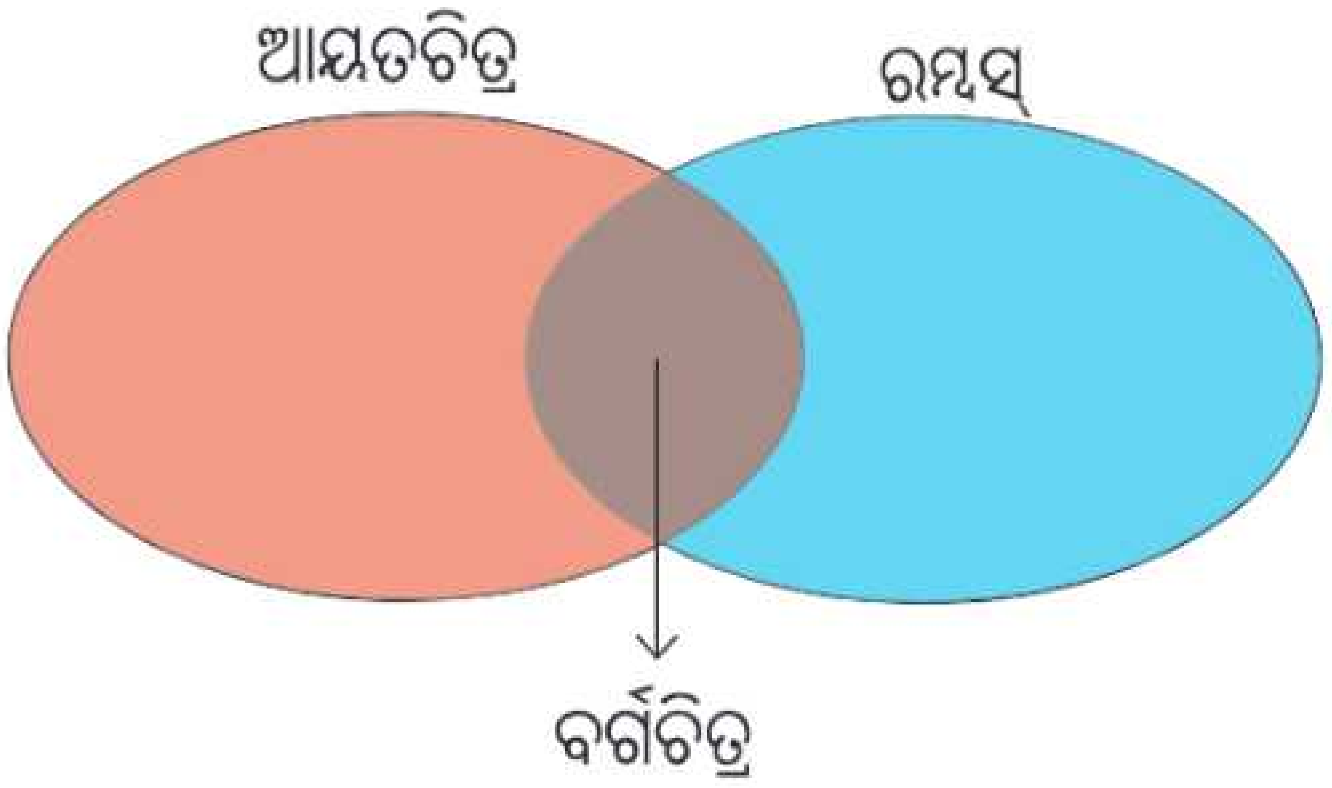
ଏହିପରି ଏକ ରମ୍ବସ୍‌ର କ୍ରମିକ କୋଣଦ୍ୱୟର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି 180^0 ଏବଂ ବିପରୀତ କୋଣମାନଙ୍କ ପରିମାଣ ସମାନ (ପ୍ରମାଣ କର ତର୍କସିଦ୍ଧାନ୍ତ-6ରେ ଥିବା ଯୁକ୍ତିଗୁଡ଼ିକୁ ମଧ୍ୟ ରମ୍ବସ୍ କ୍ଷେତ୍ରରେ ପ୍ରୟୋଗ କରାଯାଇପାରିବ !)

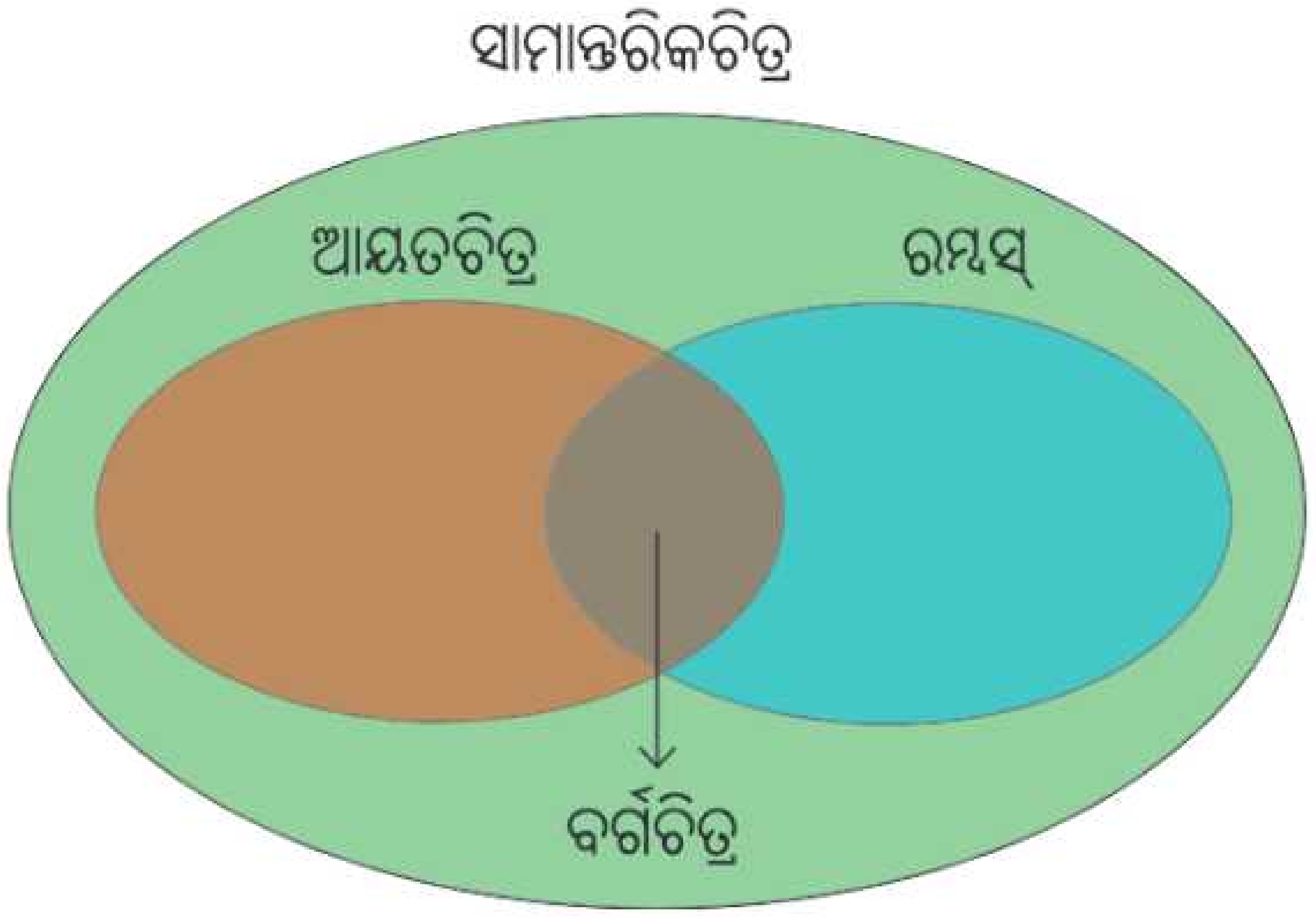
ଏହିପରି ରମ୍ବସ୍ ABCDରେ $\angle A = \angle C = 50^0$ ଏବଂ $\angle D = \angle B = 180^0 - 50^0 = 130^0$

? ତେଣୁ ରମ୍ବସ୍ ଏକ ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ର ଏବଂ ଆୟତଚିତ୍ର ମଧ୍ୟ ଏକ ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ର । ଏହାକୁ ଭେନ୍ ଚିତ୍ର ମାଧ୍ୟମରେ କିପରି ଦର୍ଶାଇପାରିବା ?

? ଏହି ଚିତ୍ରରେ ବର୍ଗଚିତ୍ରମାନଙ୍କର ସେଟ୍‌କୁ କେଉଁଠାରେ ଦର୍ଶାଯିବ ?

ଆମେ ଜାଣୁ, ବର୍ଗଚିତ୍ର ମଧ୍ୟ ଏକ ଆୟତଚିତ୍ର । ଯେହେତୁ ଏକ ବର୍ଗଚିତ୍ରର ବିପରୀତ ବାହୁ ସମାନ୍ତର, ତେଣୁ ବର୍ଗଚିତ୍ର ମଧ୍ୟ ଏକ ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ର । ଅଧିକନ୍ତୁ, ଯେହେତୁ ଏକ ବର୍ଗଚିତ୍ରର ସମସ୍ତ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ, ବର୍ଗଚିତ୍ର ମଧ୍ୟ ଏକ ରମ୍ବସ୍ ଅଟେ । ତେଣୁ ଭେନ୍ ଚିତ୍ର ନିମ୍ନଭଳି ହେବ ।





ଆସ, ଏକ ରମ୍ବସ୍‌ର ଧର୍ମଗୁଡ଼ିକର ତାଲିକା ପ୍ରସ୍ତୁତ କରିବା–

ଧର୍ମ 1. ଏକ ରମ୍ବସ୍‌ର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ ।

ଧର୍ମ 2. ଏକ ରମ୍ବସ୍‌ର ବିପରୀତ ବାହୁଗୁଡ଼ିକ ପରସ୍ପର ସମାନ୍ତର ।

ଧର୍ମ 3. ଏକ ରମ୍ବସ୍‌ରେ କ୍ରମିକ କୋଣଦ୍ୱୟର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି 180^0 ଏବଂ ବିପରୀତ କୋଣମାନଙ୍କର ପରିମାଣ ସମାନ ।

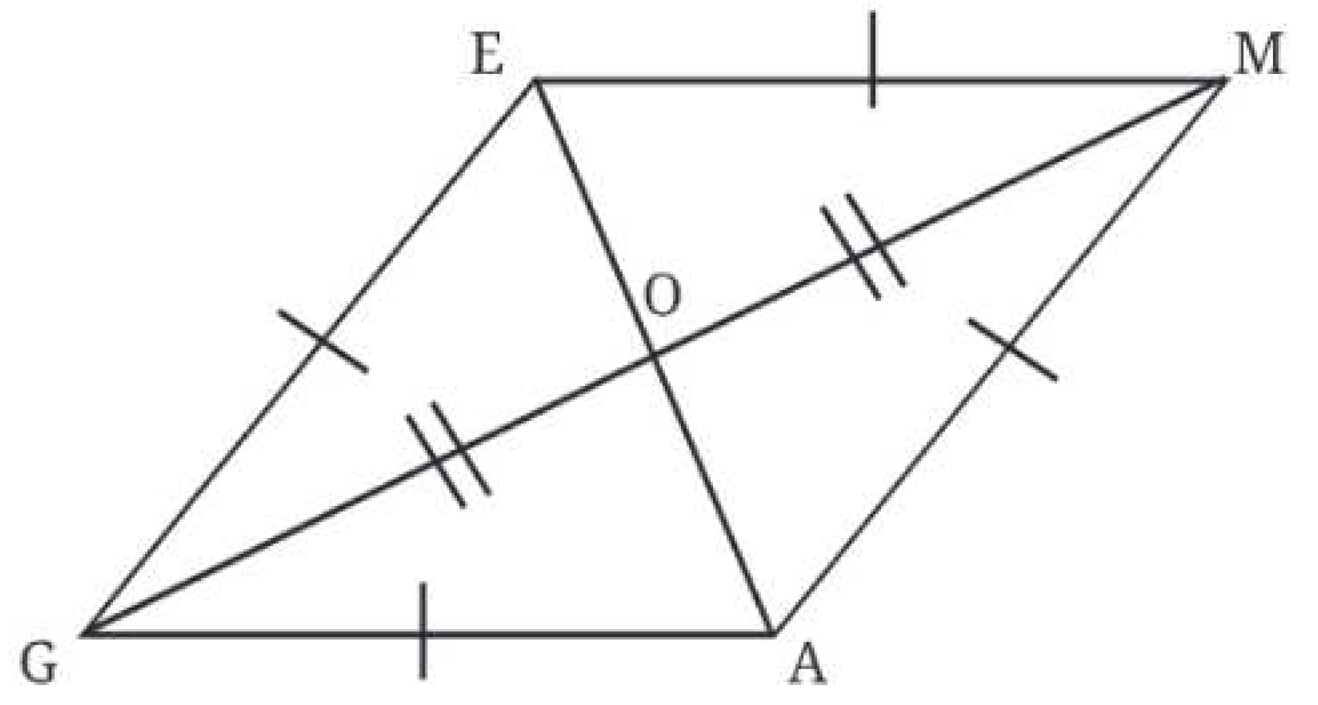
? ଏକ ରମ୍ବସ୍‌ର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ କି ?

ଧର୍ମ 4. ଏକ ରମ୍ବସ୍‌ର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପରକୁ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡ କରନ୍ତି ।

ଧର୍ମ 5. ଏକ ରମ୍ବସ୍‌ର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ, ଏହାର କୋଣଗୁଡ଼ିକୁ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡ କରନ୍ତି ।

? ଏକ ରମ୍ବସ୍‌ର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପରକୁ ଛେଦକଲେ କୌଣସି ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ପରିମାଣର କୋଣ ସୃଷ୍ଟି ହୁଏ କି ? ଏହା ଜାଣିବା ପାଇଁ ଯୁକ୍ତି ଉପସ୍ଥାପନ କର ଏବଂ ପରୀକ୍ଷା କରି ଦେଖ ।

ଏକ ରମ୍ବସ୍‌ର କର୍ଣ୍ଣମାନଙ୍କ ଦ୍ୱାରା ସେମାନଙ୍କ ଛେଦବିନ୍ଦୁରେ ଗଠିତ କୋଣମାନଙ୍କ ବିଷୟରେ ଆମେ କ'ଣ କହିପାରିବା ?



? GAME ରମ୍ବସ୍‌ରେ $\Delta GEO \cong \Delta MOE$ (କାହିଁକି ?)

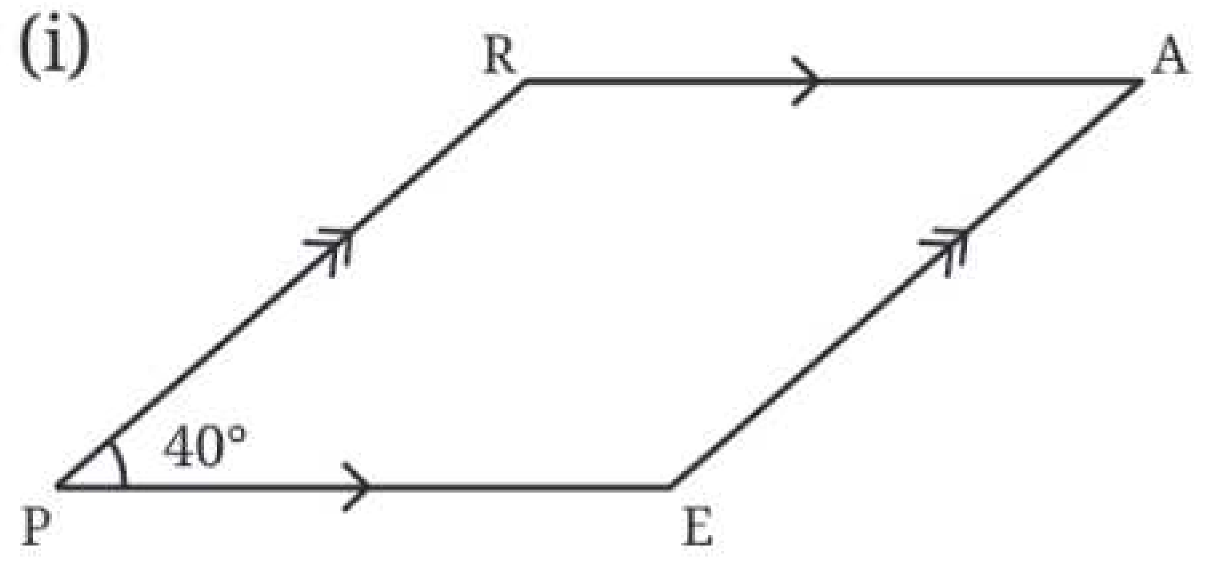
ତେଣୁ $\angle GOE = \angle MOE$, କାରଣ ସେମାନେ ସର୍ବସମ ତ୍ରିଭୁଜର ଅନୁରୂପ ଅଂଶ । ଯେହେତୁ ସେମାନଙ୍କର ଯୋଗଫଳ 180^0, ପ୍ରତ୍ୟେକ କୋଣର ପରିମାଣ 90^0 ।

ଧର୍ମ 6. ଏକ ରମ୍ବସ୍‌ର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପରକୁ ସମକୋଣରେ ଛେଦ କରନ୍ତି ।

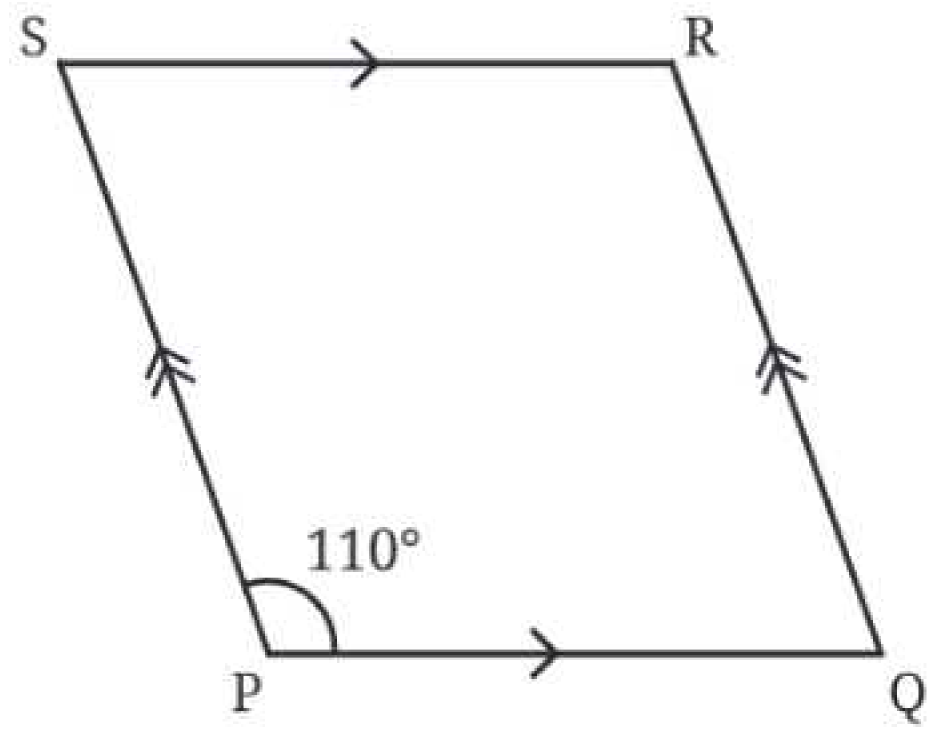
? **ନିଜେ କରି ଦେଖ :**

1. ନିମ୍ନ ଚତୁର୍ଭୁଜମାନଙ୍କର ଅନ୍ୟ କୋଣଗୁଡ଼ିକର ପରିମାଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

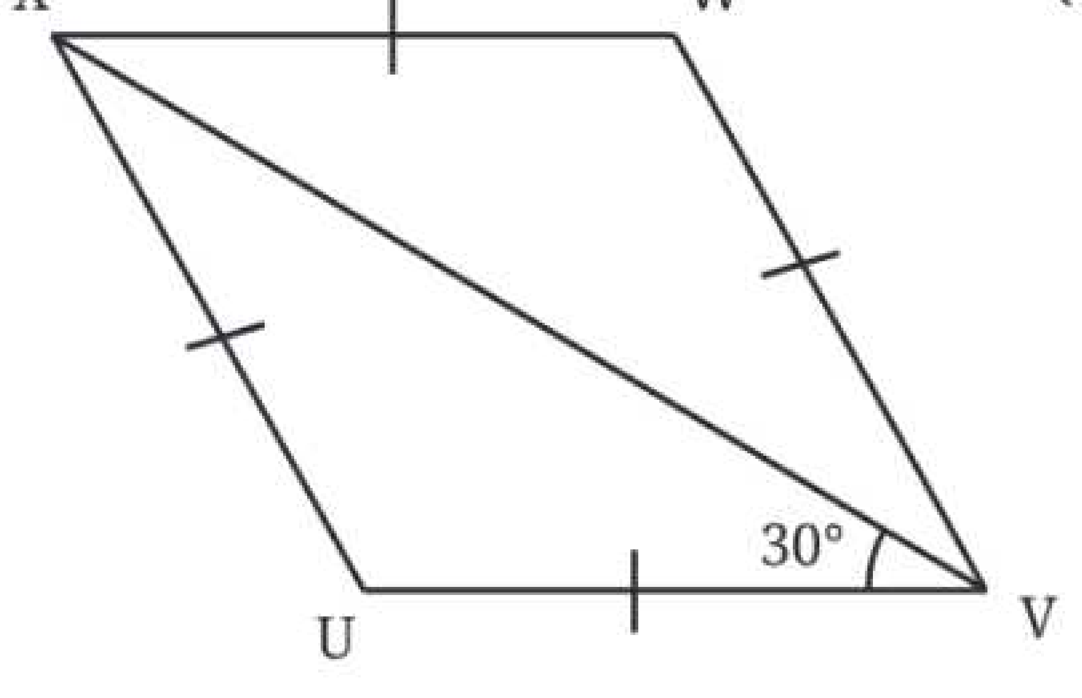
(i)



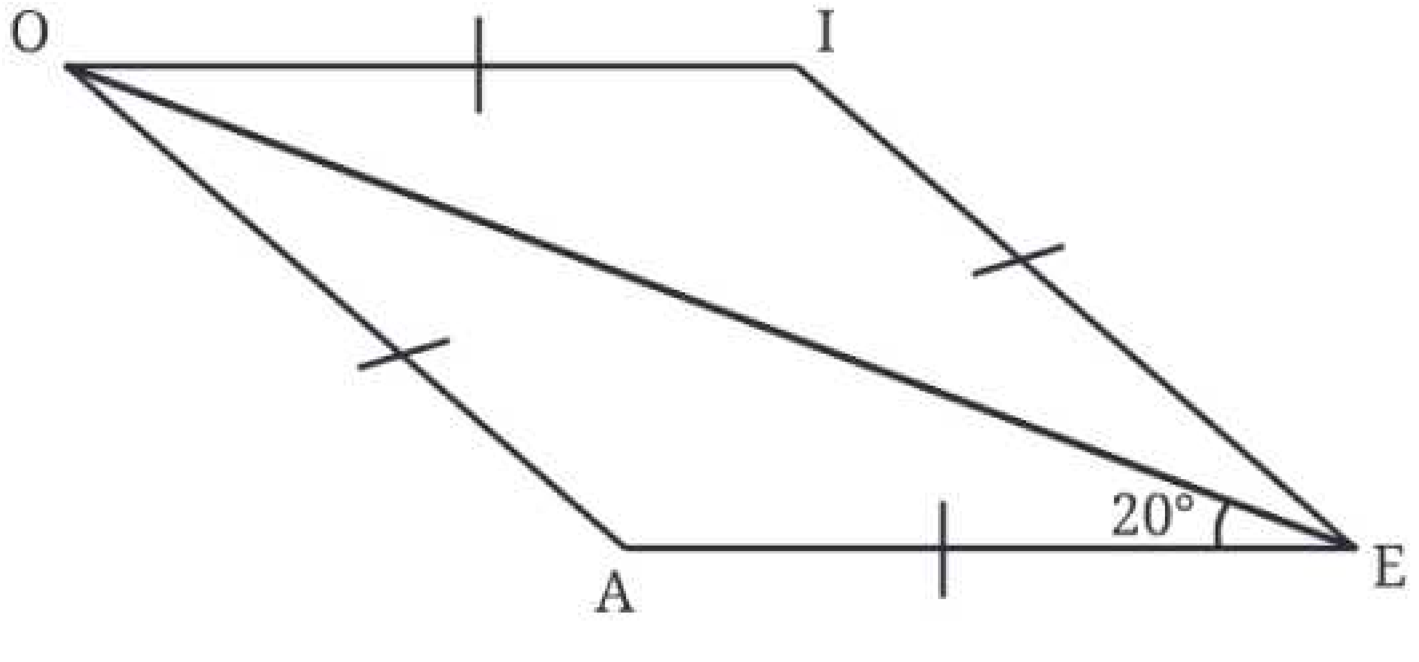
(ii)



(iii)



(iv)



2. କର୍ଣ୍ଣର ଧର୍ମକୁ ଉପଯୋଗ କରି, ଏକ ସାମାନ୍ତରିକଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ କର, ଯାହାର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଯଥାକ୍ରମେ 7 ସେ.ମି. ଓ 5 ସେ.ମି. ଏବଂ କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରେ ସୃଷ୍ଟି ହୋଇଥିବା କୋଣର ପରିମାଣ 140^0 ।

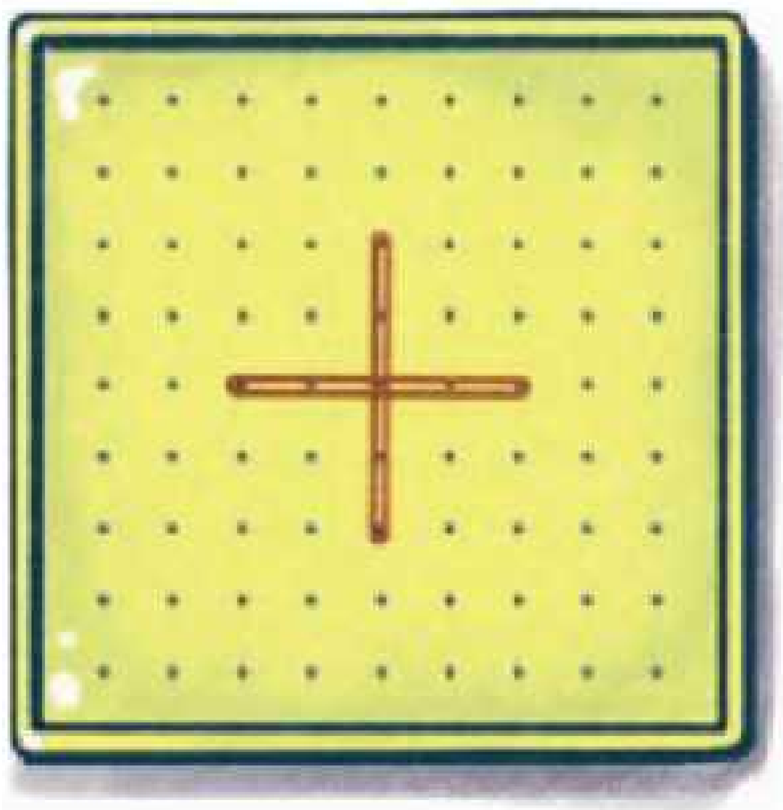
3. ଏକ ରମ୍ବସ୍ ଅଙ୍କନ କର, ଯାହାର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଯଥାକ୍ରମେ 4 ସେ.ମି. ଓ 5 ସେ.ମି. ।

4.5 ଚତୁର୍ଭୁଜକୁ ନେଇ ଖେଳ :

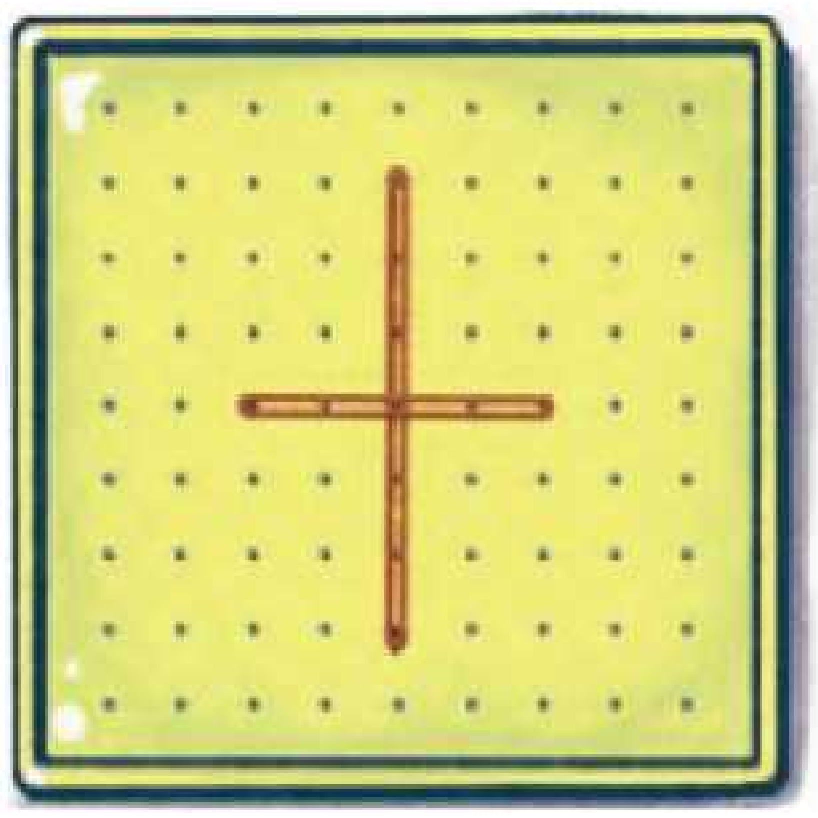
ଜିଓବୋର୍ଡ଼ ଶିକ୍ଷଣ କାର୍ଯ୍ୟ (Geoboard Activity)

ଏକ ଜିଓବୋର୍ଡ଼ ଏବଂ କିଛି ରବର ବ୍ୟାଣ୍ଡ୍ ନିଅ । ଯଦି ତୁମପାଖରେ ଏଗୁଡ଼ିକ ନାହିଁ, ତେବେ ତୁମେ ଏହି କାର୍ଯ୍ୟପାଇଁ ବହିର ଶେଷରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ଡଟ୍ ଗ୍ରୀଡ୍ (dot grid) କାଗଜ ପୃଷ୍ଠା ବ୍ୟବହାର କରିପାରିବ ।

ଦୁଇଟି ରବର ବ୍ୟାଣ୍ଡ୍‌କୁ ପରସ୍ପର ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ଭାବରେ ରଖ । ଯାହା ସମାନ ଦୈର୍ଘ୍ୟବିଶିଷ୍ଟ କର୍ଣ୍ଣ ସୃଷ୍ଟି କରିବ । କର୍ଣ୍ଣର ପ୍ରାନ୍ତ ବିନ୍ଦୁଗୁଡ଼ିକୁ ଯୋଡ଼ ।



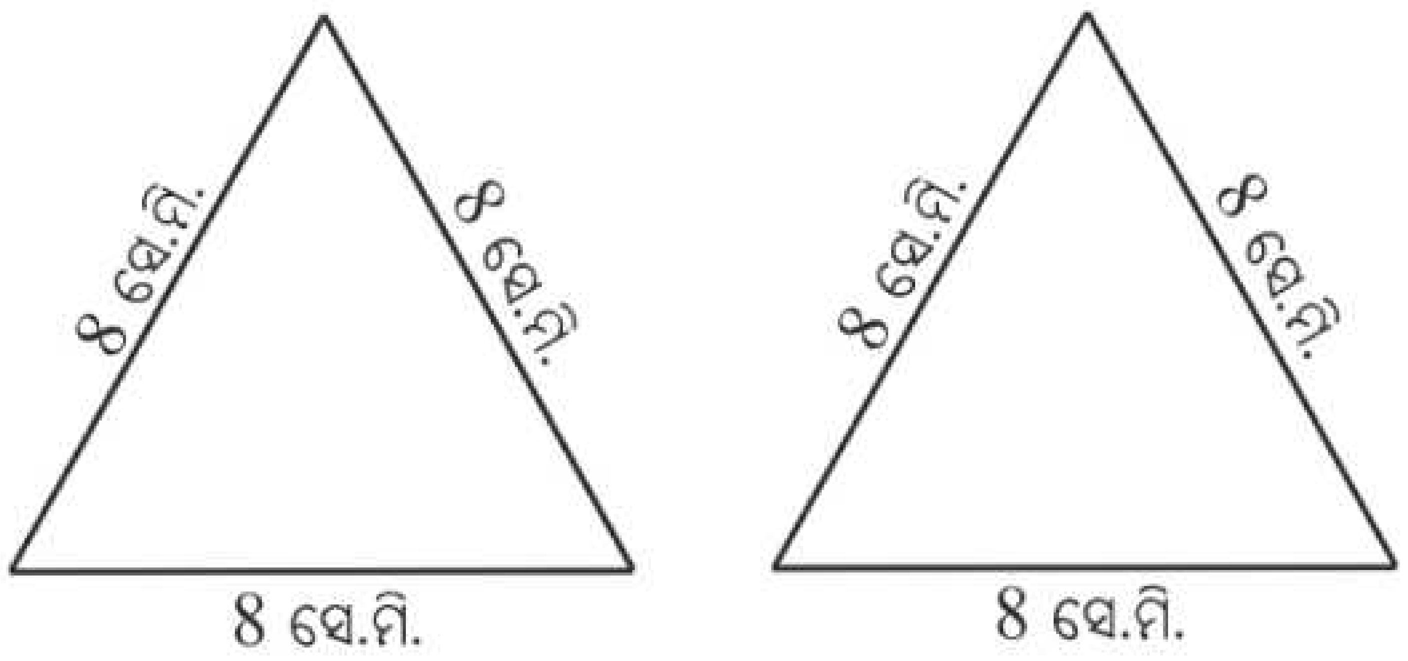
? ତୁମେ କେଉଁ ପ୍ରକାରର ଚତୁର୍ଭୁଜ ପାଇବ ? ତୁମ ଉତ୍ତରର ଯଥାର୍ଥତା ପ୍ରତିପାଦନ କର । ଗୋଟିଏ କର୍ଣ୍ଣକୁ ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱରେ 2 ସେ.ମି. ଲେଖାଏଁ ବଢ଼ାଅ ।



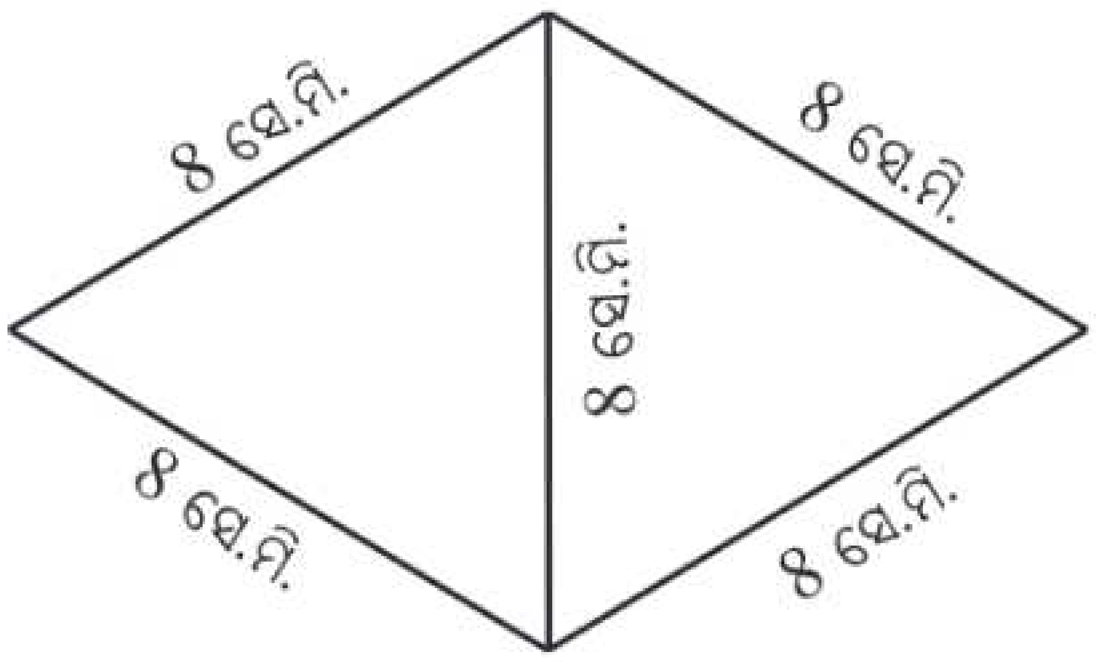
? ବର୍ତ୍ତମାନ ତୁମେ କେଉଁ ପ୍ରକାରର ଚତୁର୍ଭୁଜ ପାଇଲ ? ତୁମ ଉତ୍ତରର ଯଥାର୍ଥତା ପ୍ରତିପାଦନ କର ।

ତ୍ରିଭୁଜ ଯୋଡ଼ିବା :

1. ଏକ କାର୍ଡ଼ବୋର୍ଡ଼(କାଗଜପଟି)ରୁ ୪ ସେ.ମି. ବାହୁ ବିଶିଷ୍ଟ ଦୁଇଟି ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ କାଟି ସଂଗ୍ରହ କର ।

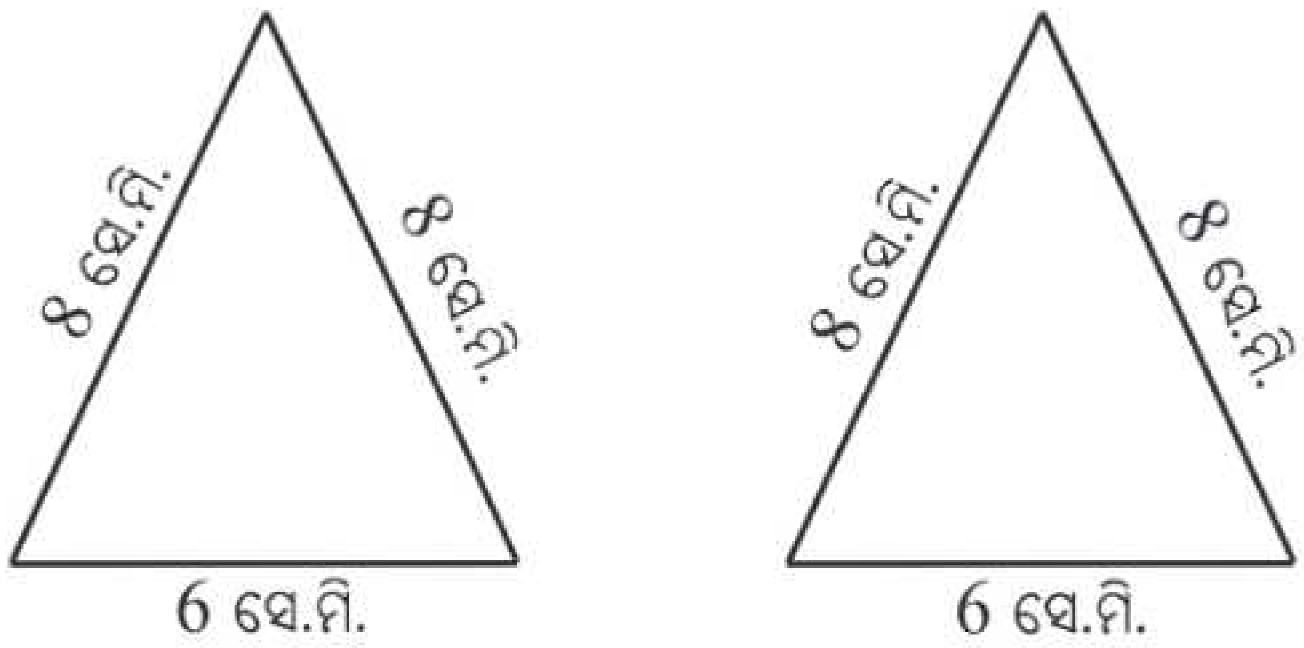


? ତୁମେ ସେ ଦୁଇଟି ଖଣ୍ଡକୁ ଯୋଡ଼ି ଏକ ଚତୁର୍ଭୁଜ ତିଆରି କରିପାରିବ କି ?



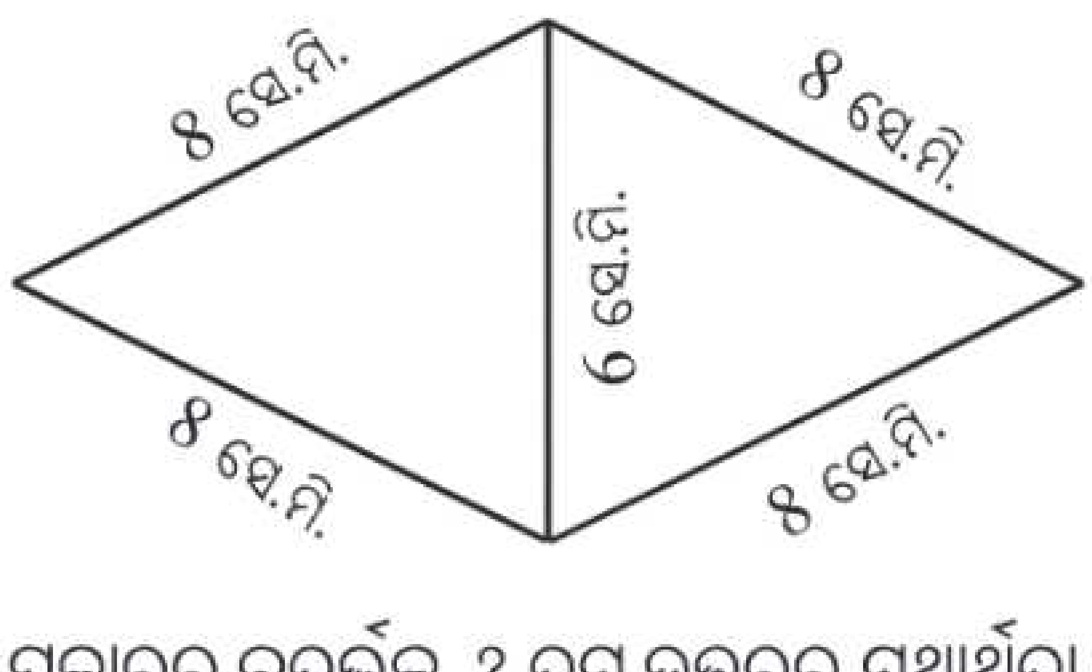
? ଏହା କି ପ୍ରକାରର ଚତୁର୍ଭୁଜ ? ତୁମ ଉତ୍ତରର ଯଥାର୍ଥତା ପ୍ରତିପାଦନ କର ।

2. କାର୍ଡ଼ବୋର୍ଡ଼ (କାଗଜପଟି) କାଟି ୪ ସେ.ମି., ୪ ସେ.ମି. ଓ 6 ସେ.ମି. ବାହୁ ବିଶିଷ୍ଟ ଦୁଇଟି ସମଦ୍ୱିବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ ତିଆରି କର ।

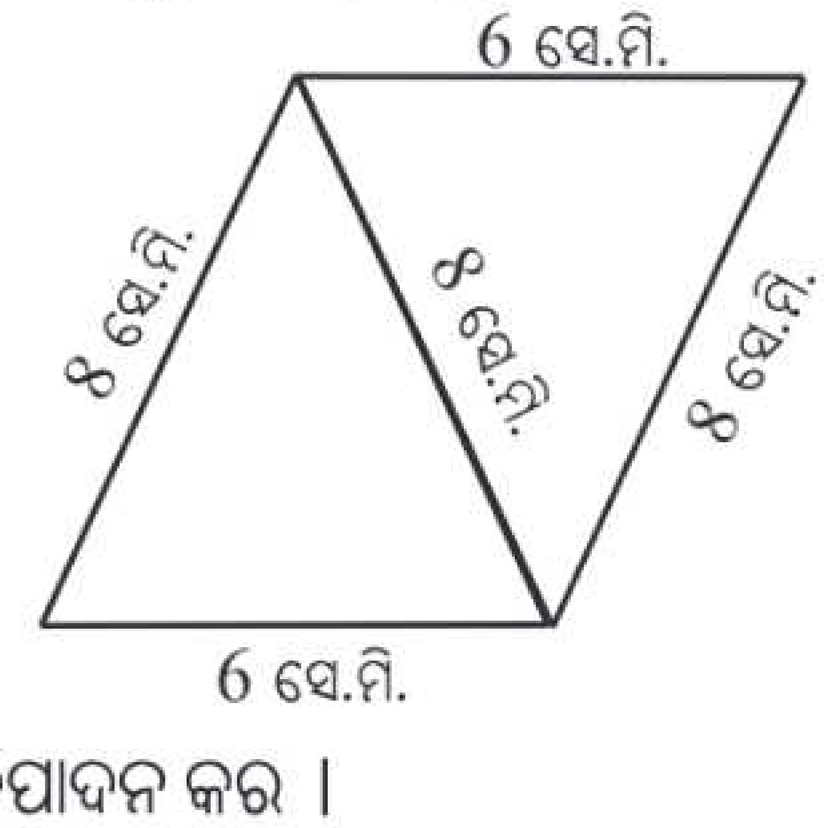


? ସେମାନଙ୍କୁ କେଉଁ ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ଉପାୟରେ ଯୋଡ଼ି ଏକ ଚତୁର୍ଭୁଜ ପାଇପାରିବ ?

ଏହି ଉପାୟରେ ଯୋଡ଼ିଲେ ତୁମେ ନିମ୍ନଚିତ୍ରଟି ପାଇବ ।

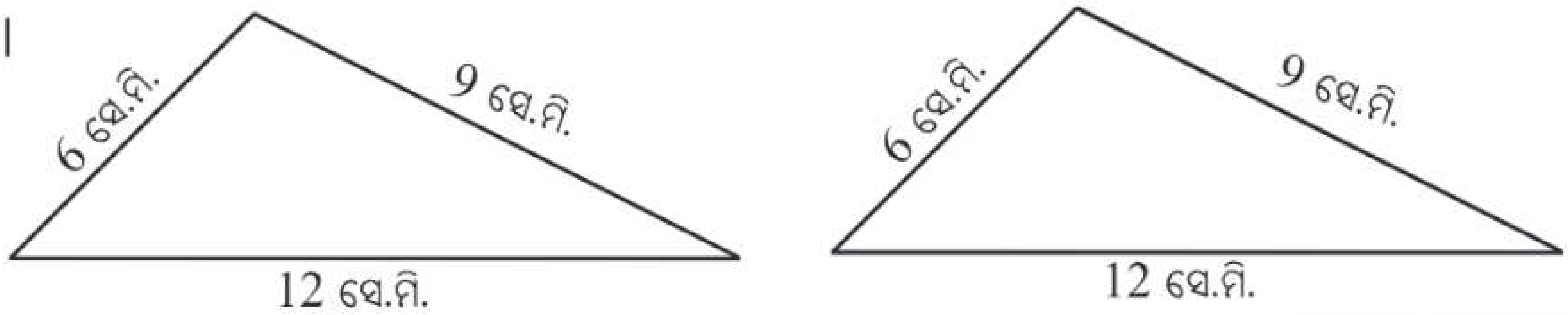


ଏହି ଉପାୟରେ ଯୋଡ଼ିଲେ ତୁମେ ନିମ୍ନ ଚିତ୍ରଟି ପାଇବ ।



? ଏଗୁଡ଼ିକ କି ପ୍ରକାରର ଚତୁର୍ଭୁଜ ? ତୁମ ଉତ୍ତରର ଯଥାର୍ଥତା ପ୍ରତିପାଦନ କର ।

3. କାର୍ଡ଼ବୋର୍ଡ଼ (କାଗଜ ପଟି) କାଟି 6 ସେ.ମି., 9 ସେ.ମି. ଏବଂ 12 ସେ.ମି. ବାହୁ ବିଶିଷ୍ଟ ଦୁଇଟି ବିଷମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ ତିଆରି କର ।



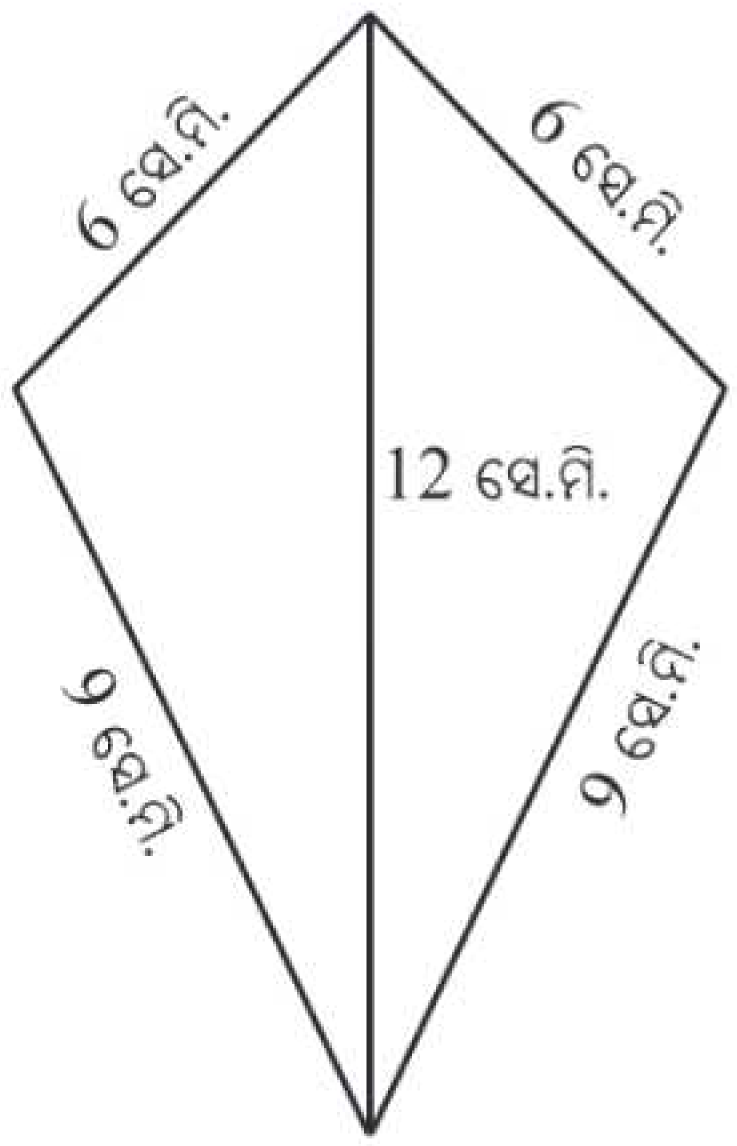
? ଚତୁର୍ଭୁଜ ପାଇବା ପାଇଁ ସେମାନଙ୍କୁ କେଉଁ ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ଉପାୟରେ ଯୋଡ଼ାଯାଇ ପାରିବ ?

? ତ୍ରିଭୁଜଗୁଡ଼ିକୁ ଯୋଡ଼ିବାଦ୍ୱାରା ପ୍ରାପ୍ତ ବିଭିନ୍ନ ଚତୁର୍ଭୁଜଗୁଡ଼ିକୁ ଚିହ୍ନଟ କରିବାକୁ ତୁମେ ସକ୍ଷମ କି ? ଯେତେବେଳେ ତୁମେ ଏକ ଚତୁର୍ଭୁଜକୁ ଚିହ୍ନଟ କରୁଛ, ଉତ୍ତରର ଯଥାର୍ଥତା ପ୍ରତିପାଦନ କର ।

4.6 ଗୁଡ଼ି(KITE) ଓ ଟ୍ରାପିଜିୟମ୍ :

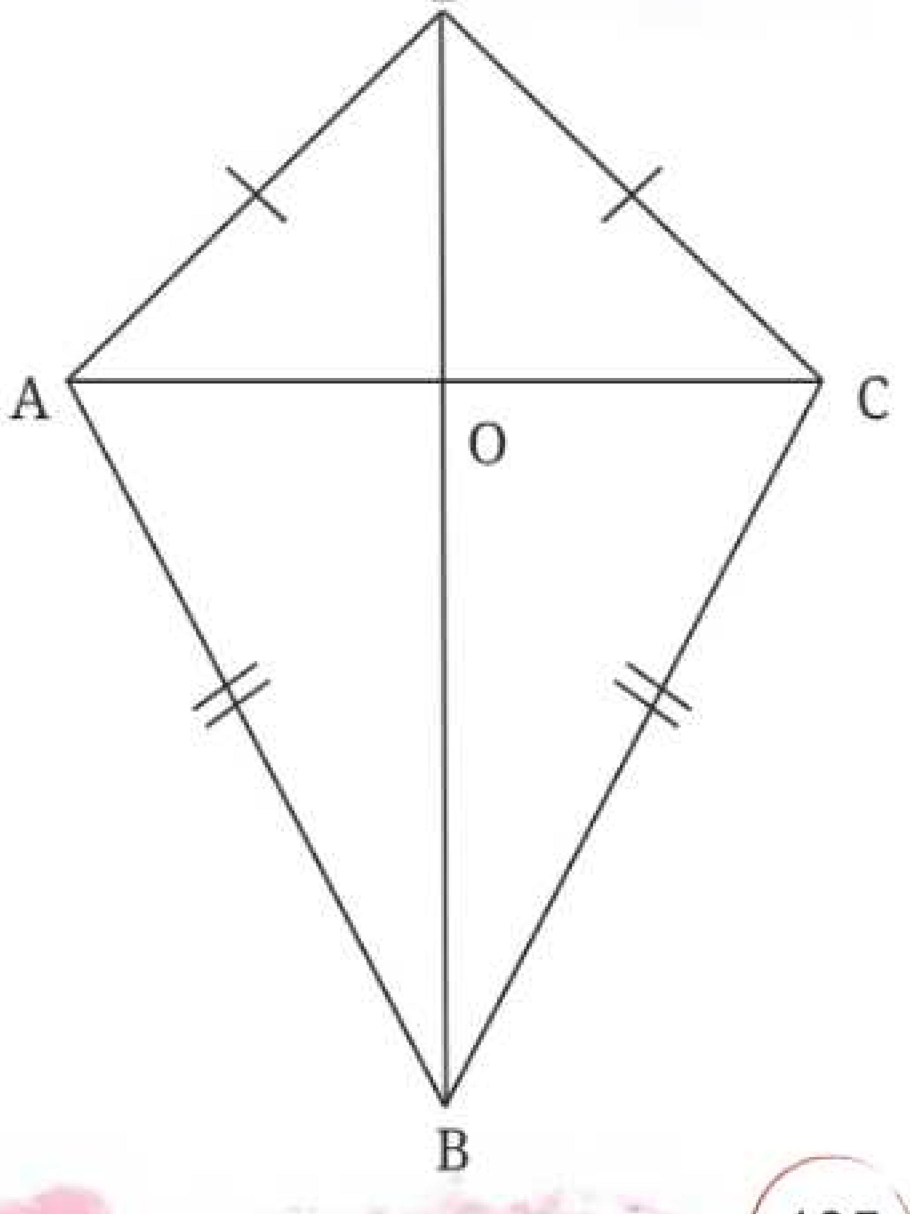
ଗୁଡ଼ି ଆକୃତି :

6 ସେ.ମି., 9 ସେ.ମି. ଏବଂ 12 ସେ.ମି. ବାହୁବିଶିଷ୍ଟ ଦୁଇଟି ତ୍ରିଭୁଜକୁ ଯୋଡ଼ିବାର ଏକ ଉପାୟ ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଛି ।



ଏଥିରୁ ମିଳିଥିବା ଚତୁର୍ଭୁଜଟି ଏକ ଗୁଡ଼ି ପରି ଦେଖାଯାଉଛି । ଲକ୍ଷ୍ୟକର ଯେ, ସଂଲଗ୍ନ ବାହୁଗୁଡ଼ିକର (AB, BC ଓ AD, DC) ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ ।

ଗୁଡ଼ି (Kite): ଗୁଡ଼ି ହେଉଛି ଏକ ଚତୁର୍ଭୁଜ ଯାହାକୁ ABCD ଭାବେ ନାମିତ କରାଯାଇପାରିବ ଓ ଯାହାର $AB = BC$ ଏବଂ $CD = DA$ ।



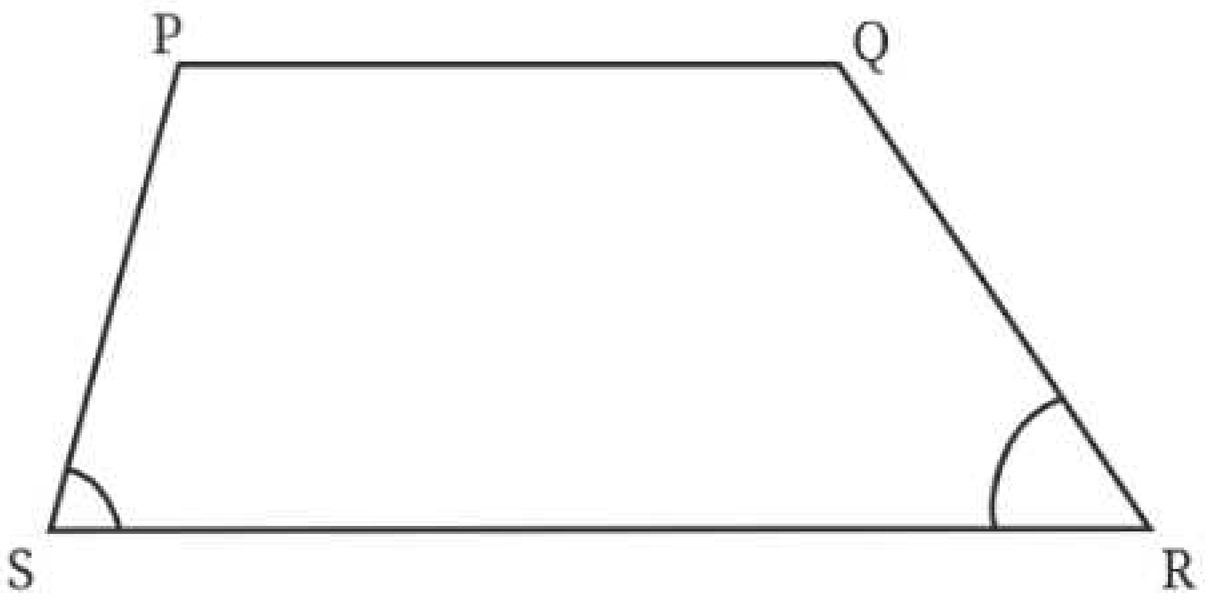
? **ଧର୍ମ 1. ଗୁଡ଼ି ଆକୃତି ଦର୍ଶାଅ–**

(i) କର୍ଣ୍ଣ BD ଉଭୟ $\angle ABC$ ଓ $\angle ADC$କୁ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡ କରେ,

(ii) କର୍ଣ୍ଣ BD ଏହାର ଅନ୍ୟ କର୍ଣ୍ଣ ACକୁ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡ କରେ, ଅର୍ଥାତ୍ $AO = OC$ ଏବଂ ତାହା AC ପ୍ରତି ଲମ୍ବ

ସୂଚନା : $\Delta AOB \cong \Delta COB$ କି ?

ଟ୍ରାପିଜିୟମ୍ :



ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ର ହେଉଛି ଏକ ଚତୁର୍ଭୁଜ ଯାହାର ବିପରୀତ ବାହୁମାନେ ସମାନ୍ତର । ଯଦି ଆମେ ଏହି ସର୍ତ୍ତକୁ କୋହଳ କରିବା, ତେବେ ଆମେ ଏକ ନୂଆ ପ୍ରକାରର ଚତୁର୍ଭୁଜ ପାଇବା ।

ଟ୍ରାପିଜିୟମ୍ : ଟ୍ରାପିଜିୟମ୍ ହେଉଛି ଏକ ଚତୁର୍ଭୁଜ, ଯାହାର ଅତିକମ୍‌ରେ ଗୋଟିଏ ଯୋଡ଼ା ବିପରୀତ ବାହୁ ସମାନ୍ତର ।

? ଏକ ଟ୍ରାପିଜିୟମ୍ ଅଙ୍କନ କର । ଭୂମି ସଂଲଗ୍ନ କୋଣଗୁଡ଼ିକୁ ମାପ (ଚିତ୍ରରେ ଚିହ୍ନିତ କରାଯାଇଛି)

? ମାପ ନକରି ଅନ୍ୟକୋଣମାନଙ୍କର ପରିମାଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିପାରିବ କି ? ଯେହେତୁ $PQ \parallel SR$, ଆମେ ପାଇବା

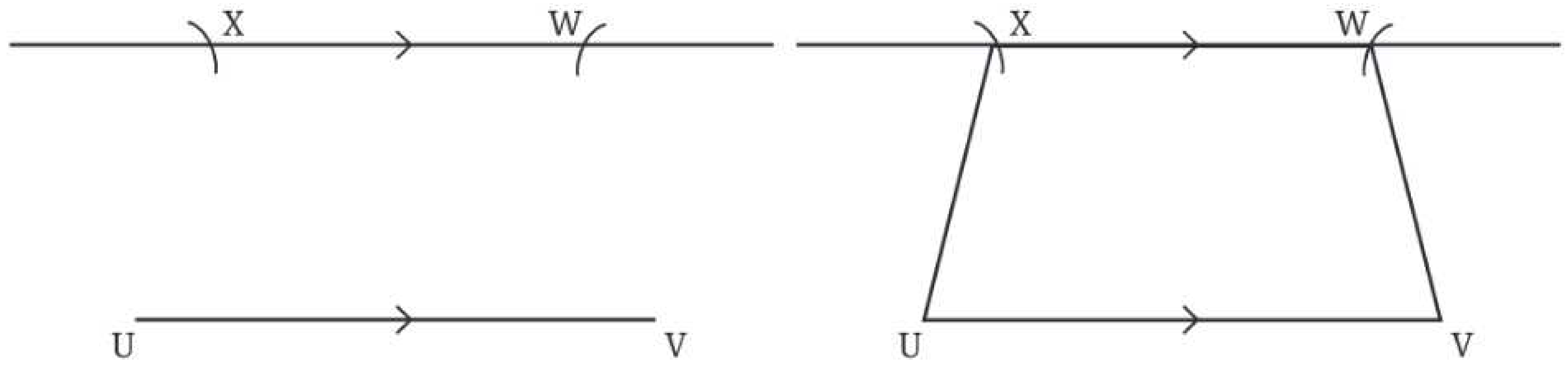
ଧର୍ମ 1 : $\angle S + \angle P = 180^0$ ଏବଂ $\angle R + \angle Q = 180^0$

ଏହି ତଥ୍ୟଗୁଡ଼ିକୁ ବ୍ୟବହାର କରି ସହଜରେ ଅନ୍ୟ କୋଣମାନଙ୍କର ପରିମାଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରାଯାଇପାରିବ । ତୁମେ ପାଇଥିବା ଉତ୍ତର ଠିକ୍ ଅଛି କି ନାହିଁ ପରୀକ୍ଷା କର ।

ଯେତେବେଳେ ଏକ ଟ୍ରାପିଜିୟମ୍‌ର ଅସମାନ୍ତର ବାହୁଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ ହୁଏ, ସେହି ଟ୍ରାପିଜିୟମ୍‌କୁ **'ସମଦ୍ୱିବାହୁ ଟ୍ରାପିଜିୟମ୍'** କୁହାଯାଏ ।

? ଆମେ ଏକ ସମଦ୍ୱିବାହୁ ଟ୍ରାପିଜିୟମ୍ କିପରି ଅଙ୍କନ କରିବା ?

? ଏକ ସମଦ୍ୱିବାହୁ ଟ୍ରାପିଜିୟମ୍ UVWX ଅଙ୍କନ କର ଯାହାର $UV \parallel XW$ । $\angle U$ ର ପରିମାଣ ମାପି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।



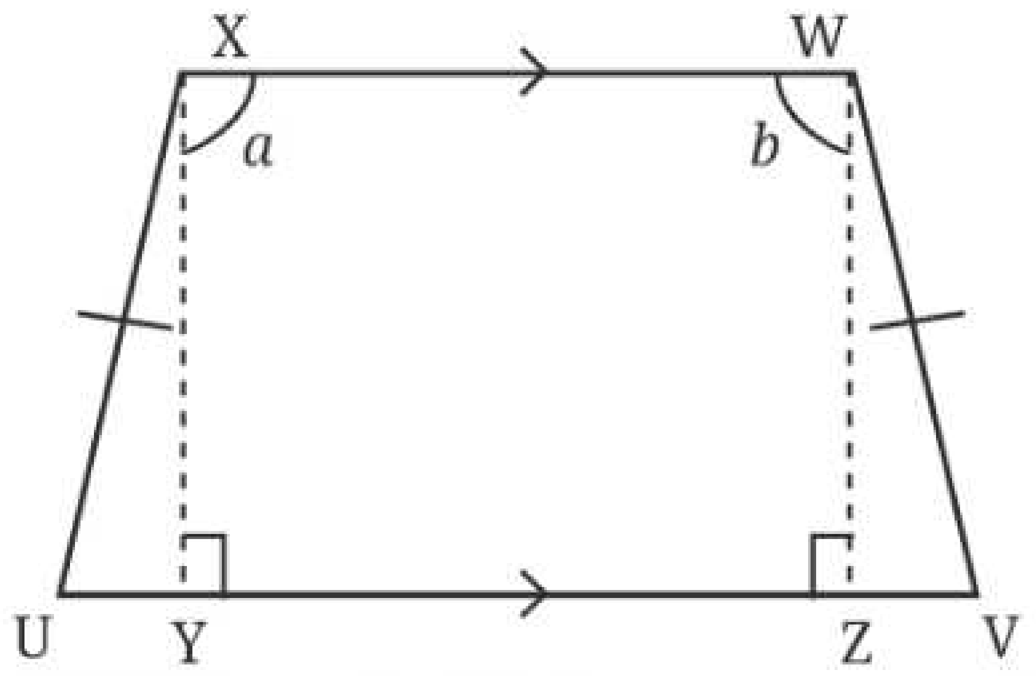
(X ଏବଂ W ଚିହ୍ନିତ କର, ଯେପରି $UX = VW$)

ମାପ ନ କରି ଅନ୍ୟ ସମସ୍ତ କୋଣମାନଙ୍କର ପରିମାଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିପାରିବ କି ?

$\angle U$ ଓ $\angle V$ ର ପରିମାଣ ସମାନ କି ?

ଆମେ ଏଠାରେ ସର୍ବସମ ତ୍ରିଭୁଜ ପାଇପାରିବା କି ? UV ପ୍ରତି X ଓ W ବିନ୍ଦୁରୁ ଯଥାକ୍ରମେ XY ଓ WZ ଲମ୍ବ ଅଙ୍କନ କର ।

? XWZY କେଉଁ ପ୍ରକାରର ଚତୁର୍ଭୁଜ ?



ଯେହେତୁ $WX \parallel UV$

$a = 180^0 - \angle XYZ = 90^0$, ଏବଂ

$b = 180^0 - \angle WZY = 90^0$ (ଛେଦକର ଏକ ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ କୋଣଦ୍ୱୟର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି 180^0 ।)

ତେଣୁ XWZY ଏକ ଆୟତଚିତ୍ର ।

? ଏବେ ଏହା ଦର୍ଶାଯାଇପାରେ ଯେ $\Delta UXY \cong \Delta VWZ$ (କିପରି ?)

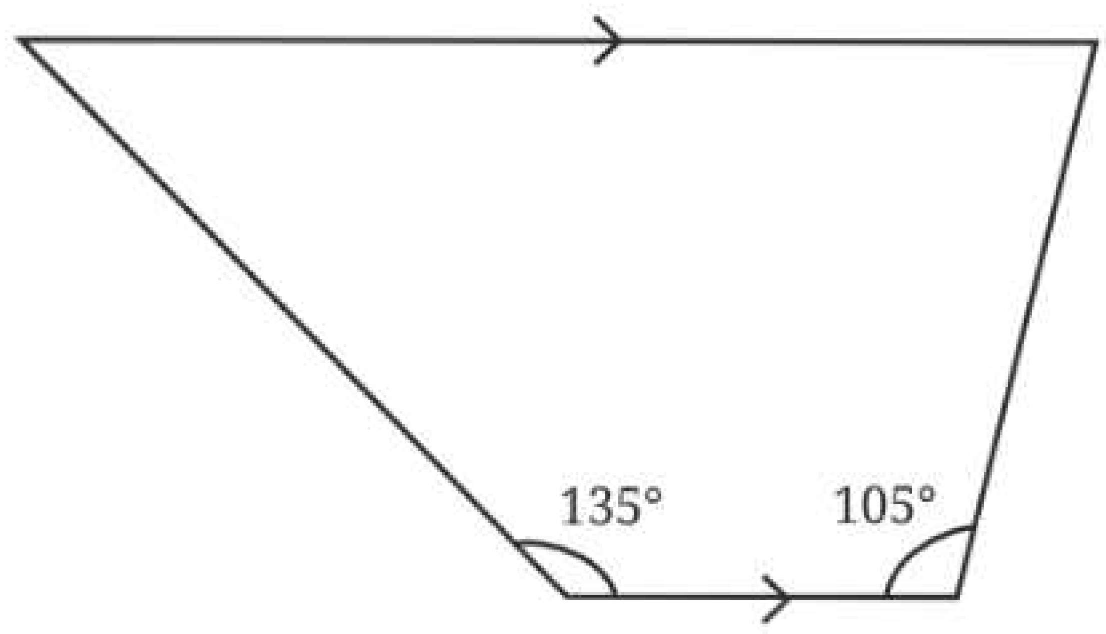
ତେଣୁ $\angle U = \angle V$

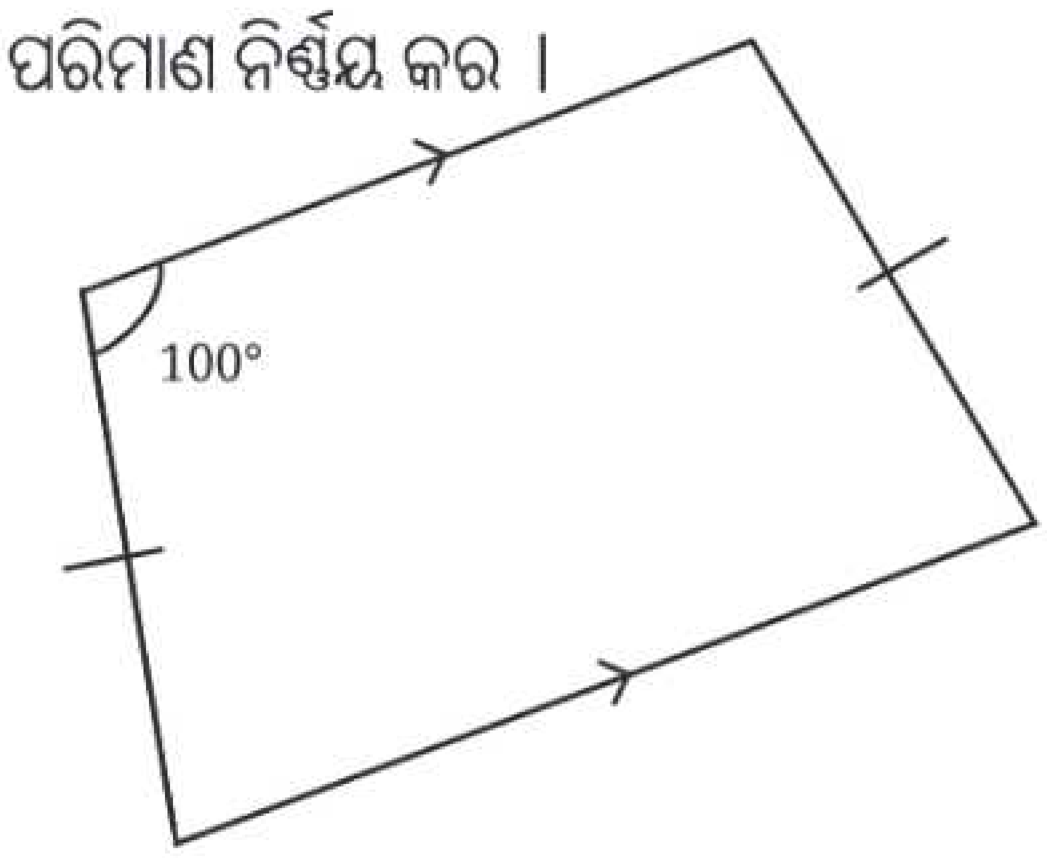
ଏହି ତଥ୍ୟକୁ ବ୍ୟବହାର କରି, ସମଦ୍ୱିବାହୁ ଟ୍ରାପିଜିୟମ୍‌ର ଅବଶିଷ୍ଟ କୋଣମାନଙ୍କର ପରିମାଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରାଯାଇପାରିବ । କୋଣଗୁଡ଼ିକୁ ମାପି ସେଗୁଡ଼ିକର ପରିମାଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ଓ ତାହାକୁ ପରୀକ୍ଷା କର ।

ଧର୍ମ 2 : ଏକ ସମଦ୍ୱିବାହୁ ଟ୍ରାପିଜିୟମ୍‌ରେ ସମାନ ଦୈର୍ଘ୍ୟ ବିଶିଷ୍ଟ ବାହୁଦ୍ୱୟର ବିପରୀତ କୋଣମାନଙ୍କର ପରିମାଣ ସମାନ ।

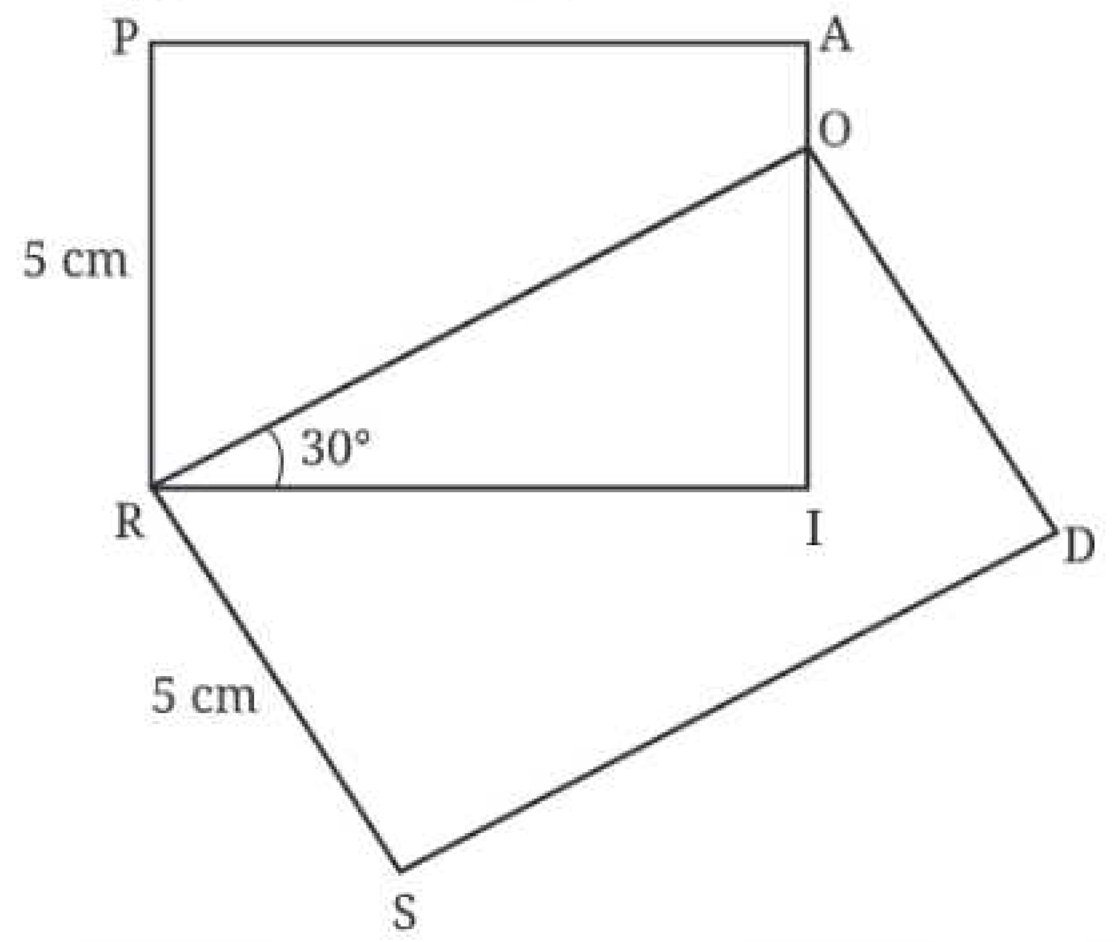
? **ନିଜେ କରି ଦେଖ :**

1. 4 ସେ.ମି. ବାହୁବିଶିଷ୍ଟ ଦୁଇଟି ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜକୁ ଯୋଡ଼ି ଉତ୍ପନ୍ନ ହେଉଥିବା ଚତୁର୍ଭୁଜର ବାହୁମାନଙ୍କର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ କୋଣମାନଙ୍କର ପରିମାଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।
2. ଏକ ଗୁଡ଼ି ଆକୃତି ଅଙ୍କନ କର, ଯାହାର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଯଥାକ୍ରମେ 6 ସେ.ମି. ଓ ୪ ସେ.ମି. ।
3. ନିମ୍ନ ଟ୍ରାପିଜିୟମ୍‌ଗୁଡ଼ିକରେ ଅବଶିଷ୍ଟ କୋଣମାନଙ୍କର ପରିମାଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।



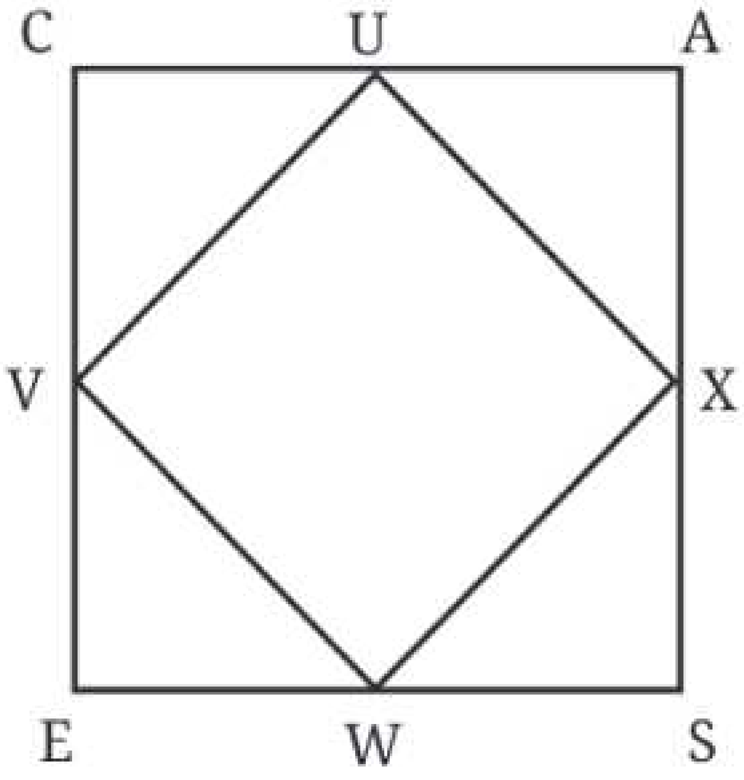


4. ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ର, ଗୁଡ଼ି ଆକୃତି, ରମ୍ବସ୍, ଆୟତଚିତ୍ର ଏବଂ ବର୍ଗଚିତ୍ରମାନଙ୍କର ସେଟ୍ ଦର୍ଶାଉଥିବା ଏକ ଭେନ୍ ଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ କର ।
   (i) କେଉଁ ଚତୁର୍ଭୁଜଟି ଉଭୟ ଗୁଡ଼ି ଆକୃତି ଓ ସାମାନ୍ତରିକଚିତ୍ର ?
   (ii) ଏକ ଚତୁର୍ଭୁଜ ଉଭୟ ଗୁଡ଼ିଆକୃତି ଓ ଆୟତଚିତ୍ର ହୋଇପାରିବ କି ?
   (iii) ପ୍ରତ୍ୟେକ ଗୁଡ଼ିଆକୃତି ଏକ ରମ୍ବସ୍ କି ? ଯଦି ନୁହେଁ, ତେବେ ଏହି ଦୁଇପ୍ରକାରର ଚତୁର୍ଭୁଜ ମଧ୍ୟରେ ଉପଯୁକ୍ତ ସମ୍ପର୍କଟି କ'ଣ ?
5. ଯଦି PAIR ଏବଂ RODS ଦୁଇଟି ଆୟତଚିତ୍ର, ତେବେ $\angle IOD$ କେତେ ?

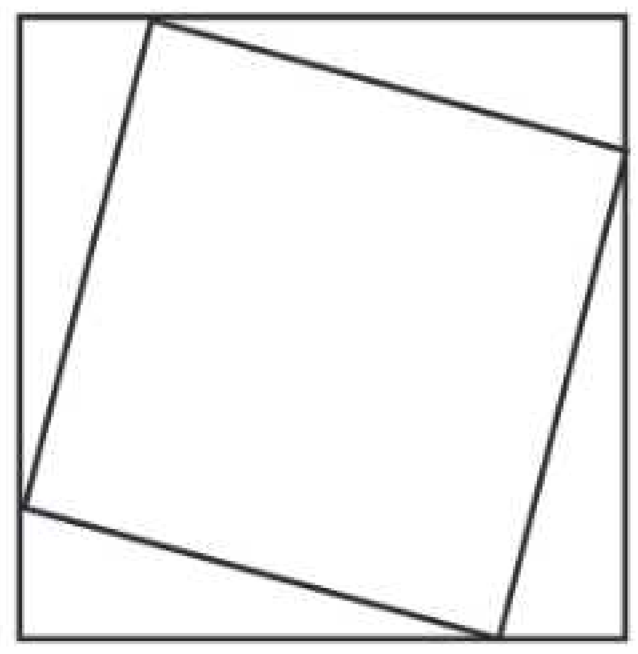


6. ପ୍ରୋଟାକ୍ଟର ବ୍ୟବହାର ନ କରି ଏକ ବର୍ଗଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ କର ଯାହାର କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 6 ସେ.ମି. ।

7. CASE ଏକ ବର୍ଗଚିତ୍ର । U, V, W ଓ X ହେଉଛି ଯଥାକ୍ରମେ AC, CE, ES ଓ SA ର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ । UVWX କେଉଁ ପ୍ରକାରର ଚତୁର୍ଭୁଜ ? ଜ୍ୟାମିତିକ ତର୍କ ବ୍ୟବହାର କରି ଓ ଏହାର ଅଙ୍କନ ଓ ମାପ କରି ଉତ୍ତର ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । ବର୍ଗଚିତ୍ର ମଧ୍ୟରେ ଅନ୍ୟ ଏକ ବର୍ଗଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ କରିବାର ଅନ୍ୟ ଉପାୟଗୁଡ଼ିକ ଖୋଜ, ଯେପରି ଚିତ୍ରରେ ପ୍ରଦର୍ଶିତ ହେବାଭଳି ଭିତର ବର୍ଗଚିତ୍ରର ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁଗୁଡ଼ିକ ବାହାର ବର୍ଗଚିତ୍ରର ବାହୁ ଉପରେ ରହିବ ।



(a)



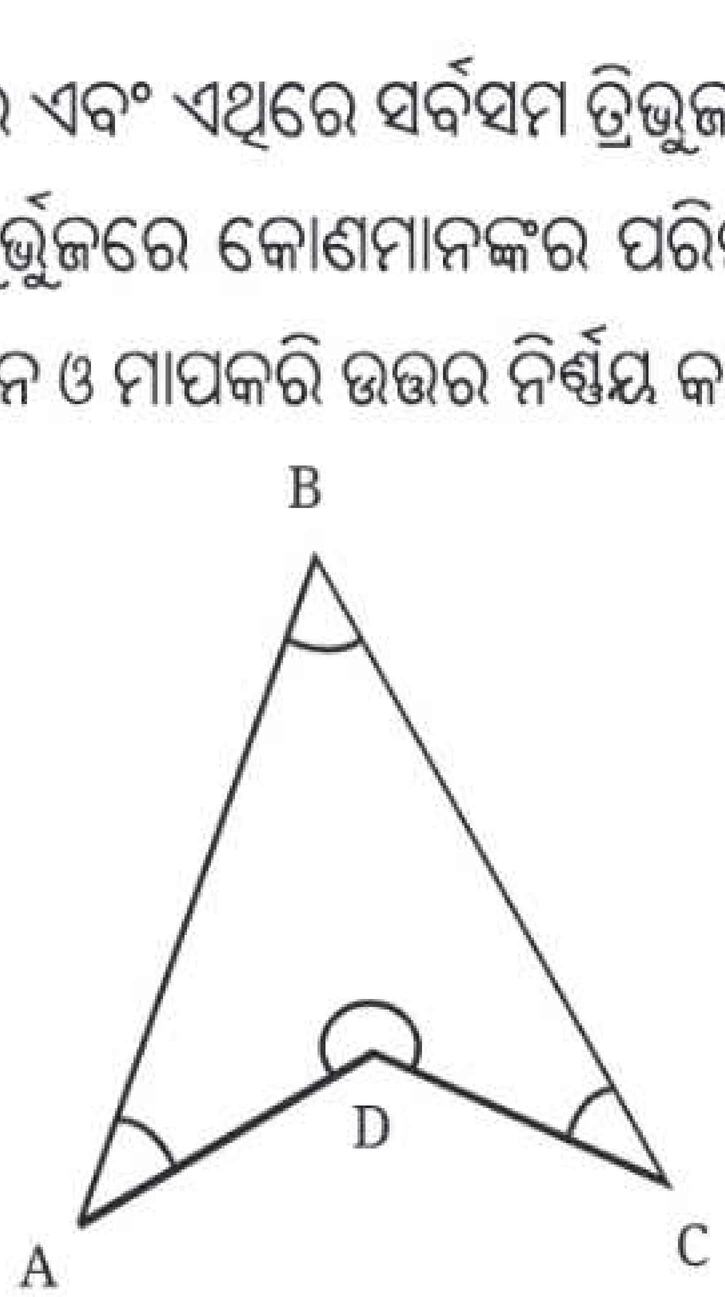
(b)

8. ଯଦି ଏକ ଚତୁର୍ଭୁଜର ଚାରୋଟି ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ ଓ ଗୋଟିଏ କୋଣର ପରିମାଣ 90^0 ହୁଏ, ତେବେ ଏହା ଏକ ବର୍ଗଚିତ୍ର ହେବ କି ?

9. କେଉଁ ପ୍ରକାର ଚତୁର୍ଭୁଜରେ ବିପରୀତ ବାହୁମାନଙ୍କର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ ଥାଏ ? ତୁମର ଉତ୍ତରର ଯଥାର୍ଥତା ପ୍ରତିପାଦନ କର ।

ସୂଚନା : ଏକ କର୍ଣ୍ଣ ଅଙ୍କନ କର ଏବଂ ଏଥିରେ ସର୍ବସମ ତ୍ରିଭୁଜ ସୃଷ୍ଟି ହେଉଛି କି ? ପରୀକ୍ଷା କର ।

10. ନିମ୍ନ ଚତୁର୍ଭୁଜ ପରି ଏକ ଚତୁର୍ଭୁଜରେ କୋଣମାନଙ୍କର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି 360^0 ହେବ କି ? ଜ୍ୟାମିତିକ ଯୁକ୍ତି ବ୍ୟବହାର କରି ଓ ଏହାର ଅଙ୍କନ ଓ ମାପକରି ଉତ୍ତର ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।



11. ନିମ୍ନଲିଖିତ ବାକ୍ୟଗୁଡ଼ିକ ଠିକ୍ କି ଭୁଲ ଲେଖ ।
ତୁମର ଉତ୍ତରର ଯଥାର୍ଥତା ପ୍ରତିପାଦନ କର ।

(i) ଯେଉଁ ଚତୁର୍ଭୁଜର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ ଏବଂ କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପରକୁ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡ କରନ୍ତି, ତାହା ନିଶ୍ଚିତ ଭାବରେ ଏକ ବର୍ଗଚିତ୍ର ହେବ ।

(ii) ତିନୋଟି ସମକୋଣ ଥିବା ଏକ ଚତୁର୍ଭୁଜ ନିଶ୍ଚିତ ଏକ ଆୟତଚିତ୍ର ହେବ ।

(iii) ଯେଉଁ ଚତୁର୍ଭୁଜର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପରକୁ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡ କରନ୍ତି, ତାହା ଏକ ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ର ।

(iv) ଯେଉଁ ଚତୁର୍ଭୁଜର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପର ପ୍ରତି ଲମ୍ବ, ତାହା ଏକ ରମ୍ବସ୍ ।

(v) ଯେଉଁ ଚତୁର୍ଭୁଜର ବିପରୀତ କୋଣଗୁଡ଼ିକର ପରିମାଣ ସମାନ, ତାହା ଏକ ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ର ।

(vi) ଯେଉଁ ଚତୁର୍ଭୁଜର ସମସ୍ତ କୋଣଗୁଡ଼ିକର ପରିମାଣ ସମାନ, ତାହା ଏକ ଆୟତଚିତ୍ର ।

(vii) ସମଦ୍ୱିବାହୁ ଟ୍ରାପିଜିୟମ୍‌ଗୁଡ଼ିକ ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ର ।

ଆମେ କ'ଣ ଶିଖିଲେ

❖ ଯେଉଁ ଚତୁର୍ଭୁଜର ସମସ୍ତ କୋଣ ସମକୋଣ ତାହା ଏକ **ଆୟତଚିତ୍ର** ।

ଆୟତଚିତ୍ରର ଧର୍ମ :

- ଆୟତଚିତ୍ରର ବିପରୀତ ବାହୁମାନଙ୍କର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ ।
- ଆୟତଚିତ୍ରର ବିପରୀତ ବାହୁମାନେ ପରସ୍ପର ସମାନ୍ତର ।
- ଆୟତଚିତ୍ରର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ ଏବଂ ସେମାନେ ପରସ୍ପରକୁ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡ କରନ୍ତି ।

❖ ଯେଉଁ ଚତୁର୍ଭୁଜର ସମସ୍ତ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ ଓ ପ୍ରତ୍ୟେକ କୋଣର ପରିମାଣ 90^0, ତାହା ଏକ **ବର୍ଗଚିତ୍ର** ।

ବର୍ଗଚିତ୍ରର ଧର୍ମ :

- ବର୍ଗଚିତ୍ରର ବିପରୀତ ବାହୁମାନେ ପରସ୍ପର ସମାନ ।
- ବର୍ଗଚିତ୍ରର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ ଓ ସେମାନେ ପରସ୍ପରକୁ ସମକୋଣରେ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡ କରନ୍ତି ।
- ବର୍ଗଚିତ୍ରର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ଏହାର କୋଣଗୁଡ଼ିକୁ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡ କରନ୍ତି ।

❖ ଯେଉଁ ଚତୁର୍ଭୁଜର ବିପରୀତ ବାହୁମାନେ ସମାନ୍ତର ତାହା ଏକ **ସାମାନ୍ତରିକ** ଚିତ୍ର ।

- ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ରର ବିପରୀତ ବାହୁମାନଙ୍କର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ ।
- ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ରର ଦୁଇଟି କ୍ରମିକ କୋଣର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି ୧୮0^0 ଏବଂ ବିପରୀତ କୋଣମାନଙ୍କର ପରିମାଣ ସମାନ ।
- ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ରର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପରକୁ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡ କରନ୍ତି ।

❖ ଯେଉଁ ଚତୁର୍ଭୁଜର ସମସ୍ତ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ ତାହା ଏକ **ରମ୍ବସ୍** ।

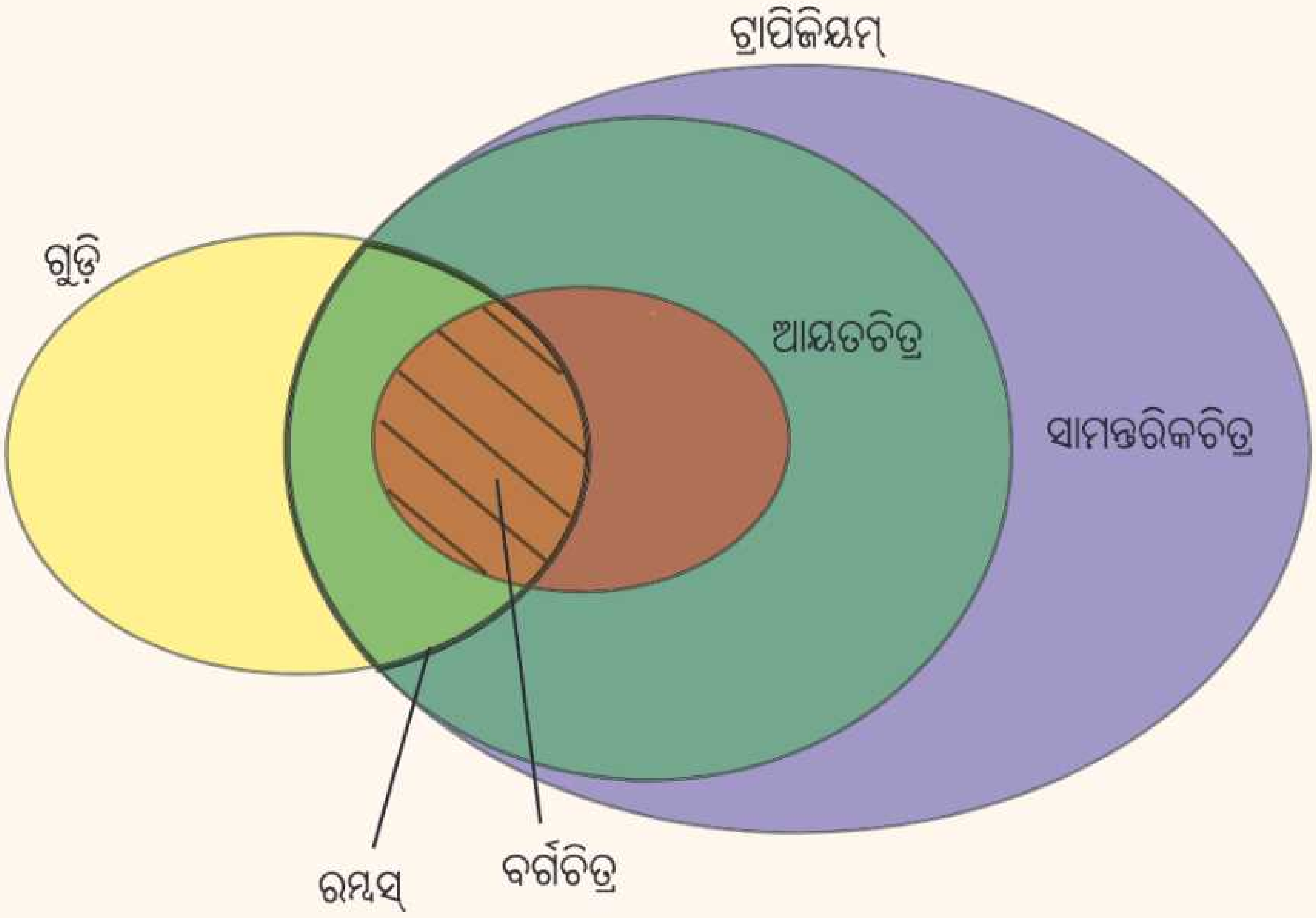
ରମ୍ବସ୍‌ର ଧର୍ମ :

- ରମ୍ବସ୍‌ର ବିପରୀତ ବାହୁମାନେ ପରସ୍ପର ସମାନ୍ତର ।
- ରମ୍ବସ୍‌ର ଦୁଇଟି କ୍ରମିକ କୋଣର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି 180^0 ଏବଂ ବିପରୀତ କୋଣମାନଙ୍କର ପରିମାଣ ସମାନ ।
- ରମ୍ବସ୍‌ର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପରକୁ ସମକୋଣରେ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡ କରନ୍ତି ।
- ରମ୍ବସ୍‌ର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ଏହାର କୋଣମାନଙ୍କୁ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡ କରନ୍ତି ।

❖ ଗୁଡ଼ି ଆକୃତି ହେଉଛି ଏକ ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର କିସମର ଚତୁର୍ଭୁଜ ଯାହାର ସମଦୈର୍ଘ୍ୟବିଶିଷ୍ଟ ଦୁଇଟି ଭିନ୍ନ ଯୋଡ଼ା ବାହୁ ଥାଏ ।

❖ ଯେଉଁ ଚତୁର୍ଭୁଜର ଏକ ଯୋଡ଼ା ବିପରୀତ ବାହୁ ସମାନ୍ତର ତାହାକୁ ଟ୍ରାପିଜିୟମ୍ କୁହାଯାଏ ।

❖ ଏକ ଚତୁର୍ଭୁଜର ଅନ୍ତଃସ୍ଥ କୋଣମାନଙ୍କର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି 360^0 ଅଟେ ।



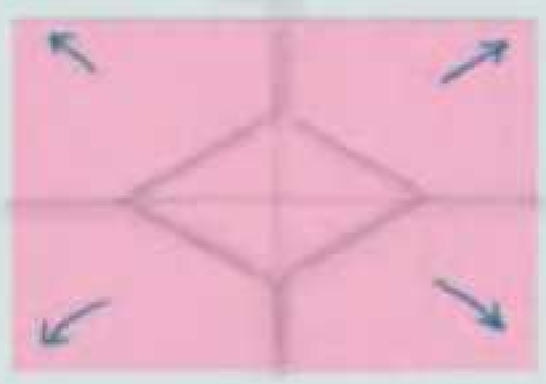
ଗୋଲକଧନ୍ଦା ସମୟ !

କେଉଁ ଚତୁର୍ଭୁଜ ?

1. ଏକ କାଗଜଫର୍ଦ୍ଦକୁ ଭାଙ୍ଗକର ଯେପରି ତାହା ଦୁଇ ସମାନ ଭାଗ ହେବ ।

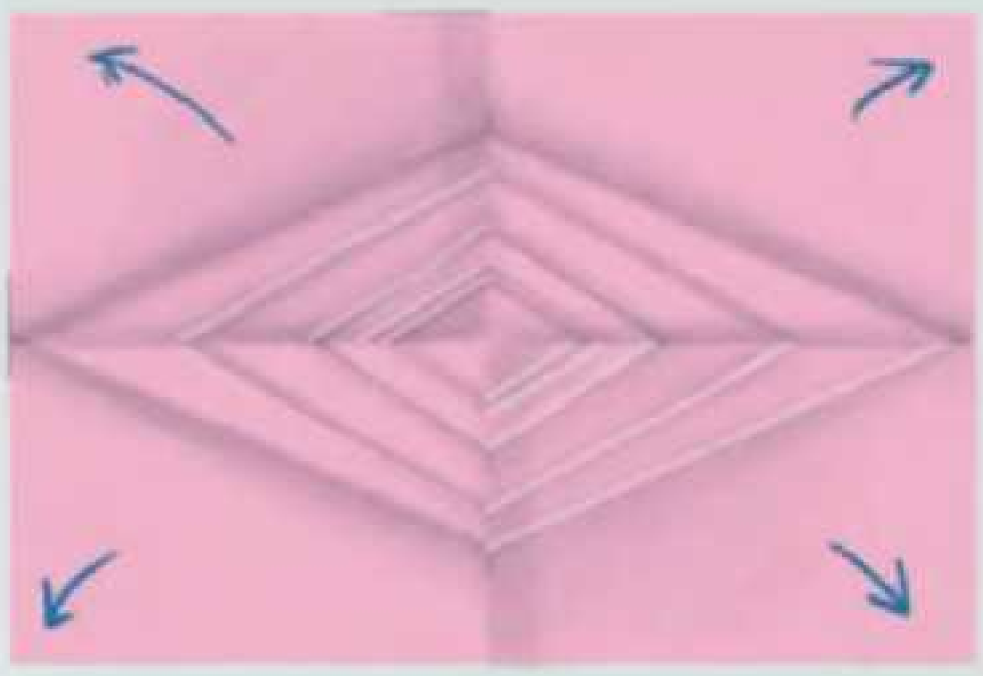
2. ବର୍ତ୍ତମାନ, ଏହାକୁ ଆଉଥରେ ସମାନ ଭାବେ ଭାଙ୍ଗି ଚାରି ସମାନ ଭାଗ କର ।

3. ମୂଳ କାଗଜର ମଝିରେ ଥିବା କଣରେ ଏକ ତ୍ରିଭୁଜାକୃତି ଭାଙ୍ଗ ସୃଷ୍ଟି କର ।



4. ଏବେ କାଗଜକୁ ଖୋଲ । ଭାଙ୍ଗଦ୍ୱାରା କେଉଁ ଆକୃତି ସୃଷ୍ଟି ହୋଇଛି ?

5. ନିମ୍ନ ଚିତ୍ରରେ ଦେଖାଯାଉଥିବା ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାରର ଭାଙ୍ଗ ପାଇବା ପାଇଁ ତୁମେ ଚଉଠ କାଗଜଟିକୁ କିପରି ଭାଙ୍ଗିବ ?



6. ଏକ ବର୍ଗଚିତ୍ର ସୃଷ୍ଟି ହେବାପାଇଁ, ତୁମେ ଚଉଠ କାଗଜଟିରେ କିପରି ଭାଙ୍ଗ କରିବ ?

5 ସଂଖ୍ୟା ଖେଳ
(NUMBER PLAY)

5.1 ଏହା ଏକ ଗୁଣିତକ କି ?

କ୍ରମିକ ସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗଫଳ

ଅଂଶୁ କ୍ରମିକ ସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗଫଳ ଅନୁସନ୍ଧାନ କରୁଛି । ସେ ନିମ୍ନପ୍ରକାରେ ଲେଖିଛି–

$$
\begin{aligned}
7 &= 3 + 4 \\
10 &= 1 + 2 + 3 + 4 \\
12 &= 3 + 4 + 5 \\
15 &= 7 + 8 \\
&= 4 + 5 + 6 \\
&= 1 + 2 + 3 + 4 + 5
\end{aligned}
$$

ଏବେ ସେ ଭାବୁଛି–

- ମୁଁ ପ୍ରତ୍ୟେକ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟାକୁ କ୍ରମିକ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକର ଯୋଗଫଳ ଭାବରେ ଲେଖିପାରିବି କି ?
- "କେଉଁ ସଂଖ୍ୟାକୁ ମୁଁ ଏକାଧିକ ଉପାୟରେ କ୍ରମିକ ସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗଫଳ ଭାବରେ ଲେଖିପାରିବି ?"
- "ଓଃ, ମୁଁ ଜାଣେ ସମସ୍ତ ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଦୁଇଟି କ୍ରମିକ ସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗଫଳ ଭାବରେ ଲେଖାଯାଇପାରିବ । ଆମେ ସମସ୍ତ ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାକୁ କ୍ରମିକ ସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗଫଳ ଭାବରେ ଲେଖପାରିବା କି ?
- "ମୁଁ '0' କୁ କ୍ରମିକ ସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗଫଳ ଭାବରେ ଲେଖପାରିବି କି ? ହୁଏତ ମୁଁ ଋଣାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ବ୍ୟବହାର କରିବା ଉଚିତ୍ ।"

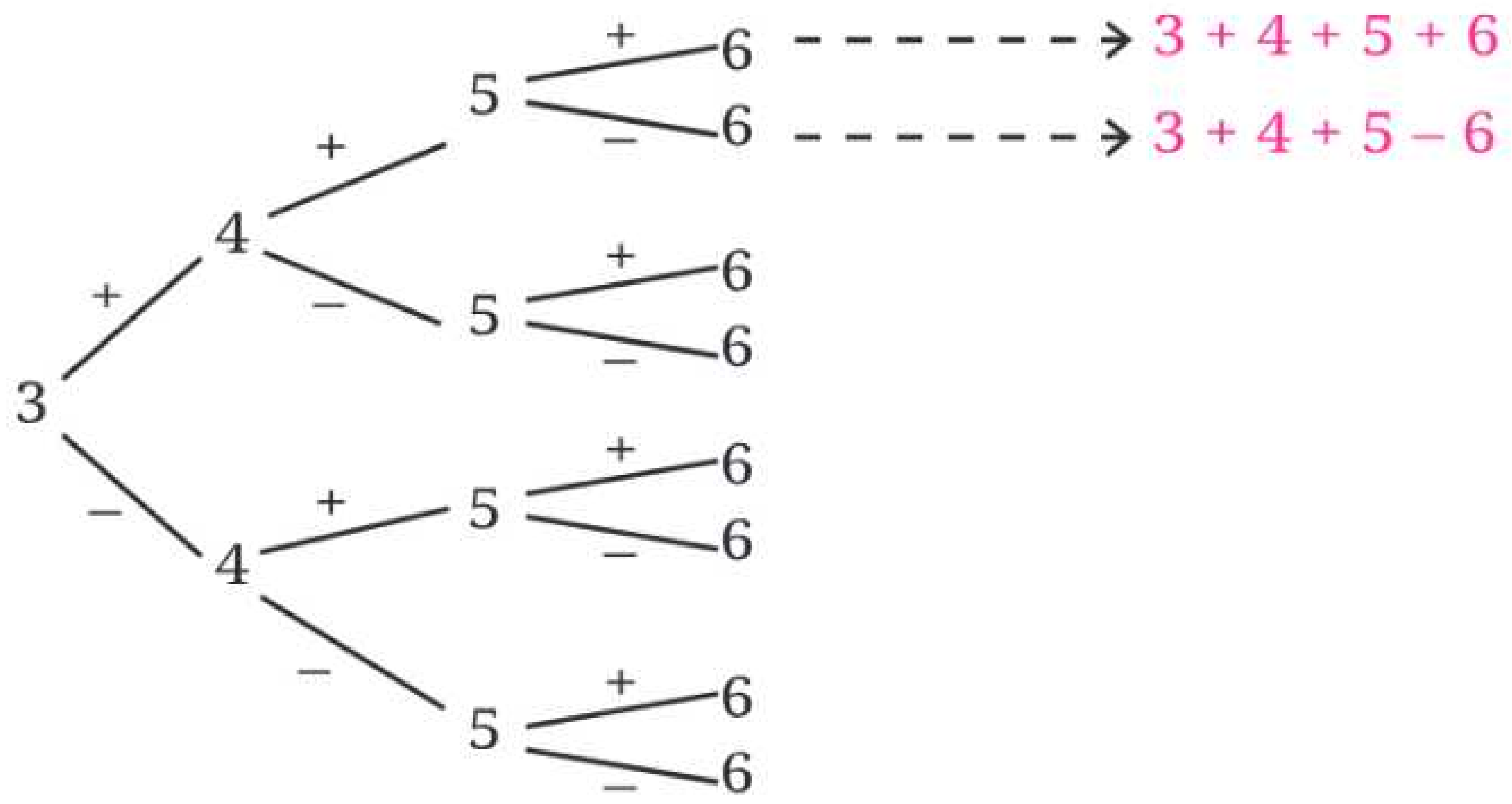
? ଏହି ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକୁ ଏବଂ ତୁମ ମନକୁ ଆସୁଥିବା ଅନ୍ୟାନ୍ୟ ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକୁ ଅନୁସନ୍ଧାନ କର । ଶ୍ରେଣୀରେ ସେଗୁଡ଼ିକ ଉପରେ ଆଲୋଚନା କର ।

ଗାଣିତିକ୍ କଥାବାର୍ତ୍ତା

? ଯେକୌଣସି 4 ଟି କ୍ରମିକ ସଂଖ୍ୟା ନିଅ । ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ– 3, 4, 5 ଏବଂ 6 । ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରେ '+' ଏବଂ '–' ଚିହ୍ନ ରଖ । କେତୋଟି ଭିନ୍ନ ସମ୍ଭାବନା ବାହାରୁଛି ? ସେ ସବୁଗୁଡ଼ିକୁ ଲେଖ ।

$$
3 + 4 - 5 + 6 \\
3 - 4 - 5 - 6
$$

ଏହିପରି ଆଠଟି ପରିପ୍ରକାଶ ସମ୍ଭବ । ସମସ୍ତ ସମ୍ଭାବନାକୁ ବ୍ୟବସ୍ଥିତ ଭାବରେ ତାଲିକାଭୁକ୍ତ କରିବାପାଇଁ ତୁମେ ନିମ୍ନରେ ଥିବା ଚିତ୍ରକୁ ବ୍ୟବହାର କରିପାରିବ ।



? ପ୍ରତ୍ୟେକ ପରିପ୍ରକାଶର ମାନ ନିରୂପଣ କର ଏବଂ ଫଳାଫଳ ଏହା ପାଖରେ ଲେଖ । ତୁମେ କିଛି ରୋଚକ ତଥ୍ୟ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରୁଛ କି ?

? ବର୍ତ୍ତମାନ ଅନ୍ୟ ଚାରିଟି କ୍ରମିକ ସଂଖ୍ୟା ନିଅ । ତୁମେ ପୂର୍ବରୁ ଲେଖିଥିବା ପରି '+' ଏବଂ '–' ଚିହ୍ନଗୁଡ଼ିକୁ ବସାଅ । ପ୍ରତ୍ୟେକ ପରିପ୍ରକାଶର ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । ତୁମେ କ'ଣ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରୁଛ ?

ଗାଣିତିକ୍ କଥାବାର୍ତ୍ତା

? ଏହାକୁ ଅନ୍ୟ ଏକ ସେଟ୍‌ର 4ଟି କ୍ରମିକ ସଂଖ୍ୟା ନେଇ ଏହାର ପୁନରାବୃତ୍ତି କର । ତୁମର ଫଳାଫଳଗୁଡ଼ିକ ସମସ୍ତଙ୍କୁ ଜଣାଅ ।

3 + 4 – 5 + 6 = 8	5 + 6 – 7 + 8 = 12	__ + __ – __ + __ = __
3 – 4 – 5 – 6 = – 12	5 – 6 – 7 – 8 = – 16	__ – __ – __ – __ = __
.	.	.
.	.	.
.	.	.

ଯେକୌଣସି 4 ଟି କ୍ରମିକ ସଂଖ୍ୟା ବାଛିଲେ ମଧ୍ୟ କିଛି ଯୋଗଫଳ ସବୁବେଳେ ସମାନ ଦେଖାଯାଏ । ଏହା ରୋଚକ ନୁହେଁ କି ?

? ଏହି ସଂରଚନାଗୁଡ଼ିକ ଯେକୌଣସି 4 ଟି କ୍ରମିକ ସଂଖ୍ୟା ବାଛିଲେ ମଧ୍ୟ ଦେଖାଯାଏ କି ? ଯୁକ୍ତି ମାଧ୍ୟମରେ ଏହାକୁ ଜାଣିବାର କୌଣସି ଉପାୟ ଅଛି କି ?

ସୂଚନା : ବୀଜଗଣିତ ବ୍ୟବହାର କର ଏବଂ ୮ ଟି ପରିପ୍ରକାଶକୁ ଏକ ସାଧାରଣ ରୂପରେ ବର୍ଣ୍ଣନା କର ।

ତୁମେ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରିଥିବ ଯେ ସମସ୍ତ ପରିପ୍ରକାଶର ଫଳାଫଳ ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ! ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକର ଏକ ଗୁଣନୀୟକ '2' ଥାଏ । 2 ଗୁଣନୀୟକ ଥିବା ରଣାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟ ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ଅଟନ୍ତି, ଉଦାହରଣସ୍ୱରୂପ, –2, –4, –6, ... ଇତ୍ୟାଦି । ତୁମ ଶ୍ରେଣୀରେ କେହି ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ପାଇଛନ୍ତି କି ଯାଞ୍ଚ କର ।

ଯେତେବେଳେ 4 ଟି କ୍ରମିକ ସଂଖ୍ୟା ବଛାଯାଏ, '+' ଏବଂ '–' ଚିହ୍ନଗୁଡ଼ିକ ସେମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ଯେପରି ସ୍ଥାନିତ କଲେ ମଧ୍ୟ ମିଳୁଥିବା ପରିପ୍ରକାଶ ଗୁଡ଼ିକର ସର୍ବଦା ଯୁଗ୍ମ ସମାନତା(Parity) ଥାଏ ।

ଏବେ ଯେକୌଣସି 4 ଟି ସଂଖ୍ୟା ନିଅ, '+' ଏବଂ '–' ଚିହ୍ନକୁ ସେମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ଆଠଟି ଭିନ୍ନ ଉପାୟରେ ସ୍ଥାନିତ କର ଏବଂ ମିଳୁଥିବା ପରିପ୍ରକାଶର ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । ସେମାନଙ୍କ ସମାନତା ବିଷୟରେ ତୁମେ କ'ଣ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରୁଛ ? ଅନ୍ୟ 4ଟି ସଂଖ୍ୟାର ସେଟ୍ ନେଇ ଏହାର ପୁନରାବୃତ୍ତି କର ।

ଗାଣିତିକ୍ କଥାବାର୍ତ୍ତା

? ଏହା କାହିଁକି ହୁଏ, ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରିବାର କୌଣସି ଉପାୟ ଅଛି କି ?

ସୂଚନା : ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗଫଳ କିମ୍ବା ଅନ୍ତରଫଳର ସମାନତା ପାଇଁ ନିୟମଗୁଡ଼ିକ ବିଷୟରେ ଚିନ୍ତା କର ।

ବ୍ୟାଖ୍ୟା 1 : ଆସ ଚାରୋଟି ସଂଖ୍ୟା a, b, c ଏବଂ d ଦ୍ୱାରା ଗଠିତ ୮ ଟି ପରିପ୍ରକାଶ ମଧ୍ୟରୁ ଯେକୌଣସି ଗୋଟିଏକୁ ବିଚାର କରିବା । ଯେତେବେଳେ ଏହାର ଗୋଟିଏ ଚିହ୍ନ ବଦଳାଯାଏ, ଏହାର ମୂଲ୍ୟ ସର୍ବଦା ଏକ ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ବଢ଼େ କିମ୍ବା କମେ ! ଆସ ଦେଖିବା କାହିଁକି ଏପରି ହୁଏ । ପରିପ୍ରକାଶଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟକୁ ଗୋଟିଏକୁ ବିଚାର କର : $a+b-c-d$ । '$+b$'କୁ '$-b$' ଦ୍ୱାରା ବଦଳାଇଲେ, ଆମେ ପାଉ : $a-b-c-d$ । ସଂଖ୍ୟା କେତେ ପରିମାଣରେ ବଦଳିଛି ?

$(a+b-c-d)-(a-b-c-d)=a+b-c-d-a+b+c+d = 2b$ (ଏହା ଏକ ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା)

(ଲକ୍ଷ୍ୟକର ଯେତେବେଳେ ଆମେ ଦ୍ୱିତୀୟ ବନ୍ଧନୀ ଖୋଲିଲୁ, ଚିହ୍ନଗୁଡ଼ିକ କିପରି ବଦଳିଲା)

ଯଦି ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ପାର୍ଥକ୍ୟ ଯୁଗ୍ମ, ତେବେ ସେମାନଙ୍କର ଭିନ୍ନ ସମାନତା ଥାଇପାରେ କି ? ନା ! ତେଣୁ ଉଭୟ ଯୁଗ୍ମ ହୋଇପାରନ୍ତି କିମ୍ବା ଉଭୟ ଅଯୁଗ୍ମ ହୋଇପାରନ୍ତି ।

ବର୍ତ୍ତମାନ ଆସ ଦେଖିବା । ଯେତେବେଳେ ଏକ ଋଣାତ୍ମକ ଚିହ୍ନକୁ ଏକ ଧନାତ୍ମକ ଚିହ୍ନ ବଦଳରେ ନିଆଯାଏ, ସେତେବେଳେ କ'ଣ ହୁଏ ?

? ପରିପ୍ରକାଶ $a + b - c - d$ ରେ ଯେକୌଣସି ଋଣାତ୍ମକ ଚିହ୍ନକୁ ଏକ ଧନାତ୍ମକ ଚିହ୍ନରେ ବଦଳାଅ ଏବଂ ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ଅନ୍ତରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

? ଏହି ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣରୁ ତୁମେ କ'ଣ ସିଦ୍ଧାନ୍ତ ପାଇଲ ?

ଯେକୌଣସି ପରିପ୍ରକାଶରୁ ଆରମ୍ଭ କରି, ଆମେ ଗୋଟିଏ କିମ୍ବା ଅଧିକ '+' କିମ୍ବା '–' ଚିହ୍ନ ବଦଳାଇ 7 ଟି ପରିପ୍ରକାଶ ପାଇପାରିବା । ଏହିପରି, ସମସ୍ତ ପରିପ୍ରକାଶର ଏକା ପ୍ରକାରର ସମାନତା ଅଛି ।

ବ୍ୟାଖ୍ୟା 2 : ଆମେ ଜାଣୁ ଯେ,

ଅଯୁଗ୍ମ ± ଅଯୁଗ୍ମ = ଯୁଗ୍ମ

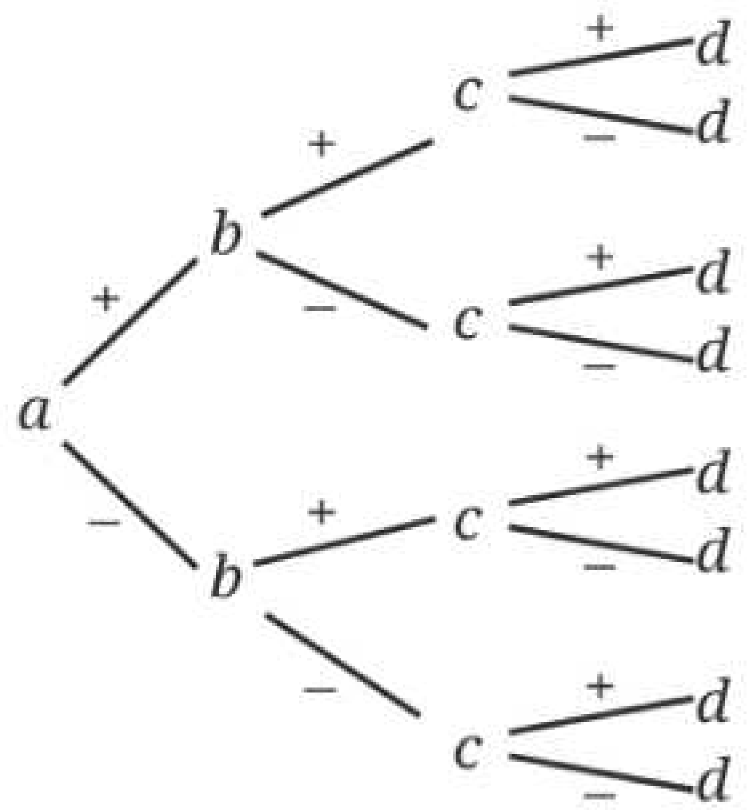
ଯୁଗ୍ମ ± ଯୁଗ୍ମ = ଯୁଗ୍ମ

ଅଯୁଗ୍ମ ± ଯୁଗ୍ମ = ଅଯୁଗ୍ମ

ଆମେ ଦେଖିଛୁ ଯେ a ଏବଂ b ର ସମତା ନିର୍ବିଶେଷରେ, $a+b$ ଏବଂ $a-b$ ର ସମତା ସମାନ ।

ସଂକ୍ଷେପରେ $a \pm b$ ର ଏକା ପ୍ରକାରର ସମାନତା ଅଛି । ସମାନ ଯୁକ୍ତିଦ୍ୱାରା $a \pm b + c$ ଏବଂ $a \pm b - c$ ର ଏକା ପ୍ରକାରର ସମାନତା ଅଛି । ଏହାକୁ ଆହୁରି ବଢ଼ାଇଲେ, ଆମେ କହିପାରିବା ଯେ, ସମସ୍ତ ପରିପ୍ରକାଶ $a \pm b \pm c \pm d$ ର ଏକା ପ୍ରକାରର ସମାନତା ଅଛି ।

ବ୍ୟାଖ୍ୟା 3 : ଏହାକୁ 'ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା' ଅଧ୍ୟାୟରେ ତୁମେ ଅଧ୍ୟୟନ କରିଥିବ । ଧନାତ୍ମକ ଏବଂ ଋଣାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟାଚାର୍ଟ ବ୍ୟବହାର କରି ମଧ୍ୟ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରାଯାଇପାରିବ । ଏପରି କାହିଁକି ହୁଏ, ଚିନ୍ତା କରିବାକୁ ଚେଷ୍ଟାକର । 4 ଟି ସଂଖ୍ୟା a, b, c, d ବାଛିବା ଏବଂ ସେଗୁଡ଼ିକୁ '+' ଏବଂ '–' ଚିହ୍ନ ବ୍ୟବହାର କରି ମିଶାଇବାର ଉପାୟ ଅସୀମ । ଗାଣିତିକ ଯୁକ୍ତି ଆମକୁ ପ୍ରମାଣ କରିବାକୁ ସୁଯୋଗ ଦିଏ ଯେ ସମସ୍ତଙ୍କୁ ଗୋଟିଏ ପରେ ଗୋଟିଏ ଯାଞ୍ଚ ନ କରି ସମାହାରଗୁଡ଼ିକ $a \pm b \pm c \pm d$ ର ସର୍ବଦା ଏକା ପ୍ରକାରର ସମାନତା ଥାଏ ।



ଗଣିତରେ ଅନେକ ସମସ୍ୟାକୁ ବିଭିନ୍ନ ଉପାୟରେ ଚିନ୍ତା କରାଯାଇପାରିବ ଏବଂ ସମାଧାନ କରାଯାଇପାରିବ । ତୁମେ ବାହାର କରିଥିବା ପଦ୍ଧତି ତୁମକୁ ପ୍ରିୟ ଲାଗିପାରେ କିନ୍ତୁ ଅନ୍ୟମାନେ ଏହା ବିଷୟରେ କିପରି ଚିନ୍ତା କରିଛନ୍ତି ତାହା ଜାଣିବା ମଜାଦାର ଏବଂ ସମୁନ୍ନତ ହୋଇପାରେ । ଦୁଇଟି ଟିପ୍ପଣୀ (Tidbits), 'ଜଣାଅ' ଏବଂ 'ଶୁଣ' ।

? ଏକା ପ୍ରକାରର ସମାନତା ଧାରଣ କରୁଥିବା ସମସ୍ତ ପରିପ୍ରକାଶର ଘଟଣା କେବଳ 4 ଟି ସଂଖ୍ୟା ନେବାପାଇଁ ସୀମିତ କି ? ତୁମେ କ'ଣ ଭାବୁଛ ?

କ'ଣ ହେବ ଯଦି.... ? ଏହା ସର୍ବଦା ଘଟିବ କି ? ଯେପରି ସମସ୍ୟା ସମାଧାନ ଗଣିତର ଏକ ଅଂଶ ସେହିପରି ପ୍ରଶ୍ନ ପଚାରିବା ଏବଂ ଅନୁମାନ କରିବା ମଧ୍ୟ ଗଣିତର ଏକ ଅଂଶ ।

ସମଭାବରେ ଭାଙ୍ଗିବା

ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା କିପରି ଚିହ୍ନଟ କରାଯାଏ, ତାହା ଆମେ ଜାଣୁ । ସେଗୁଡ଼ିକୁ ଗଣନା ନ କରି ନିମ୍ନଲିଖିତ ଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁଗୁଡ଼ିକ ଯୁଗ୍ମ, ତାହା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

$43 + 37$	$672 - 348$	$4 \times 347 \times 3$	$708 - 477$
$809 + 214$	119×303	$543 - 479$	513^3

? ସମାନତା କିପରି ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକ୍ରିୟାଗୁଡ଼ିକରେ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଏ, ସେ ବିଷୟରେ ଆମର ବୋଧଜ୍ଞାନ ବ୍ୟବହାର କରି ନିମ୍ନଲିଖିତ ପରିପ୍ରକାଶ ଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁ ଅକ୍ଷର ସଂକେତ ଗୁଡ଼ିକ କୌଣସି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ମୂଲ୍ୟପାଇଁ ଏକ ଯୁଗ୍ମସଂଖ୍ୟା ପ୍ରଦାନ କରେ ତାହା ଚିହ୍ନଟ କରିବା :

$2a + 2b$	$3g + 5h$	$4m + 2n$	$2u - 4v$	
$13k - 5k$	$6m - 3n$	$x^2 + 2$	$b^2 + 1$	$4k \times 3j$

ଯେ କୌଣସି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା m ଏବଂ q ପାଇଁ, $4m + 2q$ ପରିପ୍ରକାଶଟି ସର୍ବଦା ଏକ ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାକୁ ମୂଲ୍ୟାଙ୍କନ କରିବ । ଆମେ ଏହାକୁ ଦୁଇଟି ଭିନ୍ନ ଉପାୟରେ ପ୍ରମାଣ କରିପାରିବା–

- ଆମେ ଜାଣୁ ଯେ, କୌଣସି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା m ଏବଂ q ପାଇଁ 4m ଏବଂ 2q ଯୁଗ୍ମ ଅଟନ୍ତି । ତେଣୁ ସେମାନଙ୍କର ଯୋଗଫଳ ମଧ୍ୟ ଯୁଗ୍ମ ହେବ ।
- ପରିପ୍ରକାଶ $4m + 2q$, ପରିପ୍ରକାଶ $2(2m + q)$ ସହିତ ସମାନ । ଏଠାରେ ପରିପ୍ରକାଶ $2(2m + q)$ର ଅର୍ଥ ହେଉଛି $(2m + q)$ ର 2 ଗୁଣ । ଅନ୍ୟ ଅର୍ଥରେ '2' ଏହି ପରିପ୍ରକାଶର ଏକ ଗୁଣନୀୟକ । ତେଣୁ ଯେ କୌଣସି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା m ଏବଂ q ପାଇଁ ଏହି ପରିପ୍ରକାଶଟି ସର୍ବଦା ଏକ ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ଦେବ ।

ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ– ଯଦି $m = 4$, ଏବଂ $q = -9$ ହୁଏ, ତେବେ $4m + 2q$ ପରିପ୍ରକାଶଟି $4 \times 4 + 2 \times (-9) = -2$ ହୁଏ, ଯାହାକି ଏକ ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା । $x^2 + 2$ ପରିପ୍ରକାଶରେ, ଯଦି x ଯୁଗ୍ମ ହୁଏ, ତେବେ x^2 ଯୁଗ୍ମ ହୁଏ ଏବଂ ଯଦି x ଅଯୁଗ୍ମ ହୁଏ, ତେବେ x^2 ଅଯୁଗ୍ମ ହୁଏ, ତେଣୁ $x^2 + 2$ ପରିପ୍ରକାଶ ସର୍ବଦା ଏକ ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ହେବ ନାହିଁ । ଏକ ଉଦାହରଣ ଏବଂ ଏକ ଅନୁଦାହରଣ(Non-example) ଯେତେବେଳେ ପରିପ୍ରକାଶ ଏକ ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାକୁ ମୂଲ୍ୟାଙ୍କନ କରେ-

(i) ଯଦି $x = 6$, ତେବେ $x^2 + 2 = 38$ ଏବଂ (ii) ଯଦି $x = 3$, ତେବେ $x^2 + 2 = 11$.

? ସେହିଭଳି, ଅନ୍ୟ କେଉଁ ପରିପ୍ରକାଶ ଗୁଡ଼ିକ ସର୍ବଦା ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ଦିଏ, ତାହା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ଏବଂ ବୁଝାଅ । ପ୍ରତ୍ୟେକ ପରିପ୍ରକାଶ ପାଇଁ ଉପଯୁକ୍ତ ଭାବରେ କିଛି ଉଦାହରଣ ଏବଂ ଅନୁଦାହରଣ(Non-example) ଲେଖ ।

? କିଛି ବୀଜଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ ଲେଖ, ଯାହା ସର୍ବଦା ଏକ ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ହେବ ।

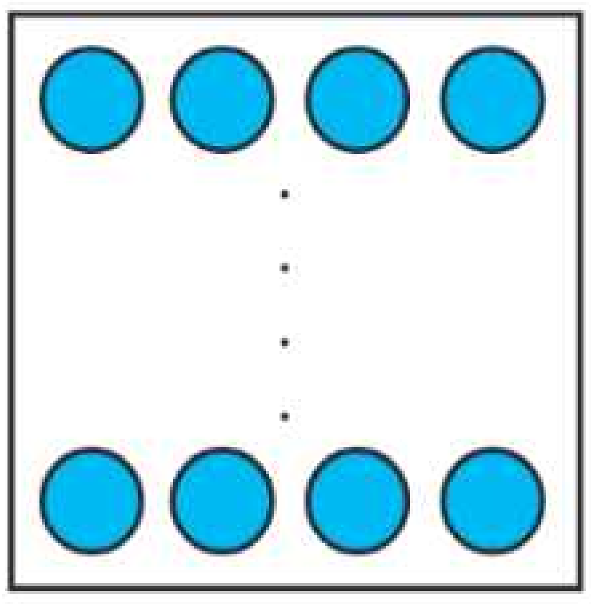
ଚାରି ହେବା ପାଇଁ ଯୋଡ଼ି :

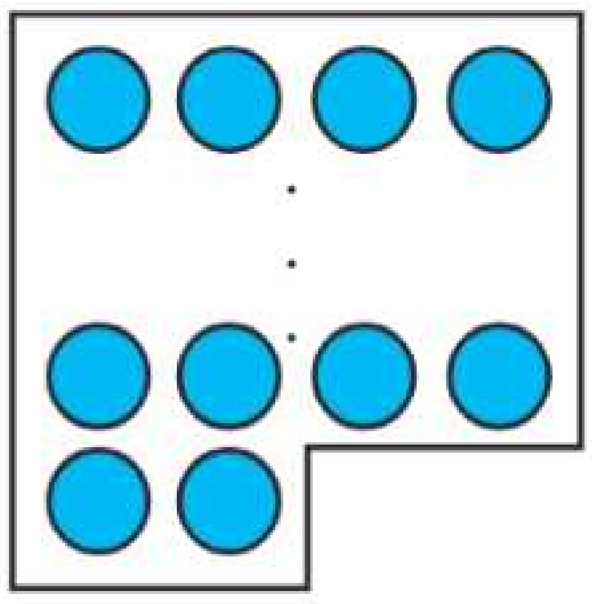
? ଏକ ଯୋଡ଼ା ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ନିଅ । ସେଗୁଡ଼ିକୁ ଯୋଗ କର । ଯୋଗଫଳ 4 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ କି ?

ଏହାକୁ ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ଯୋଡ଼ା ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ପାଇଁ ଚେଷ୍ଟା କର । କେତେବେଳେ ଯୋଗଫଳ 4 ର ଗୁଣିତକ ହୁଏ ଏବଂ କେତେବେଳେ ନୁହେଁ ? ଏକ ସାଧାରଣ ନିୟମ କିମ୍ବା ସଂରଚନା ଅଛି କି ?

ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ 4 ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କଲେ ଭାଗଶେଷ ଉପରେ ନିର୍ଭର କରି ଯୁଗ୍ମସଂଖ୍ୟା ଦୁଇ ପ୍ରକାର ହୋଇପାରନ୍ତି ।

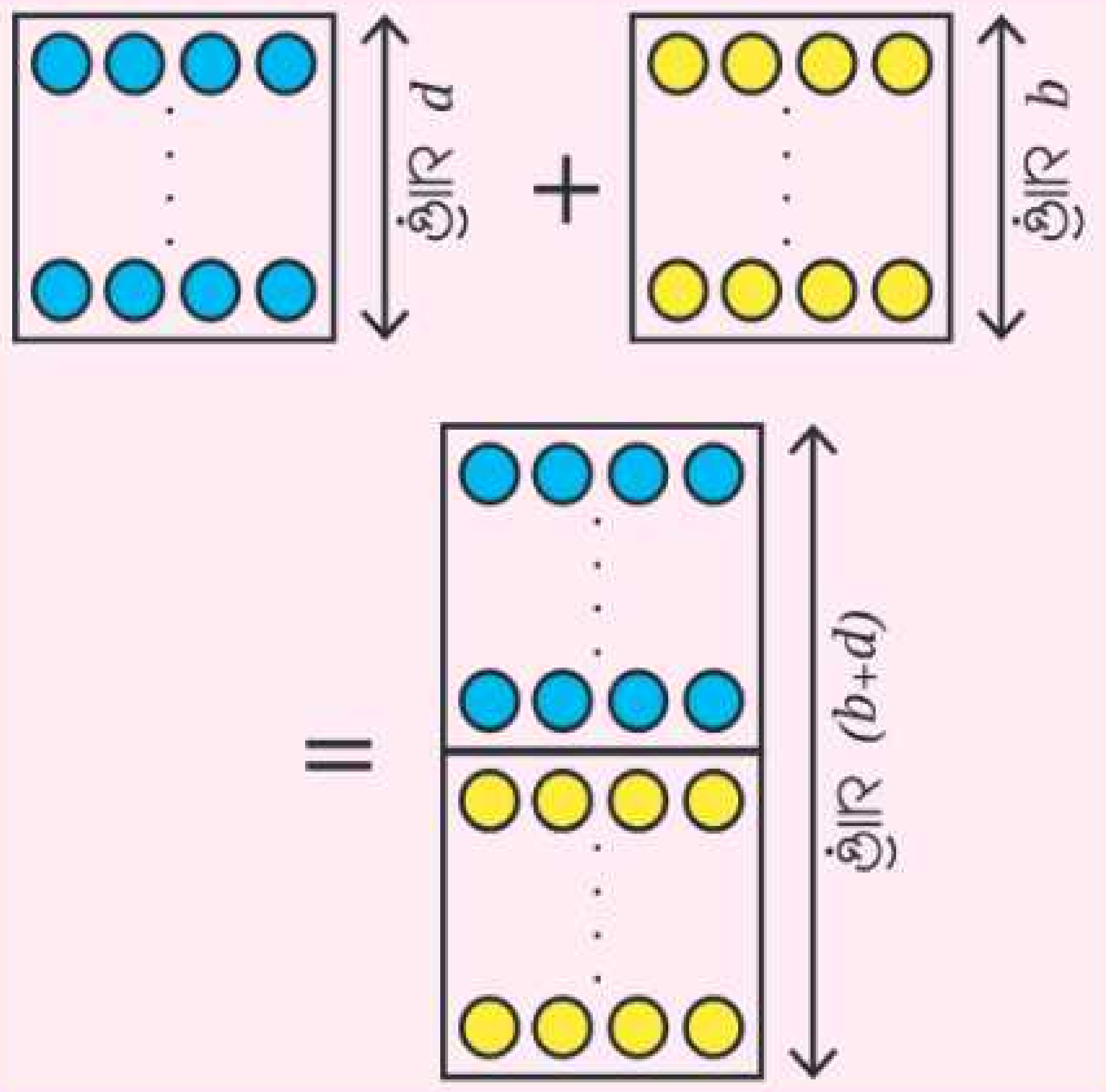
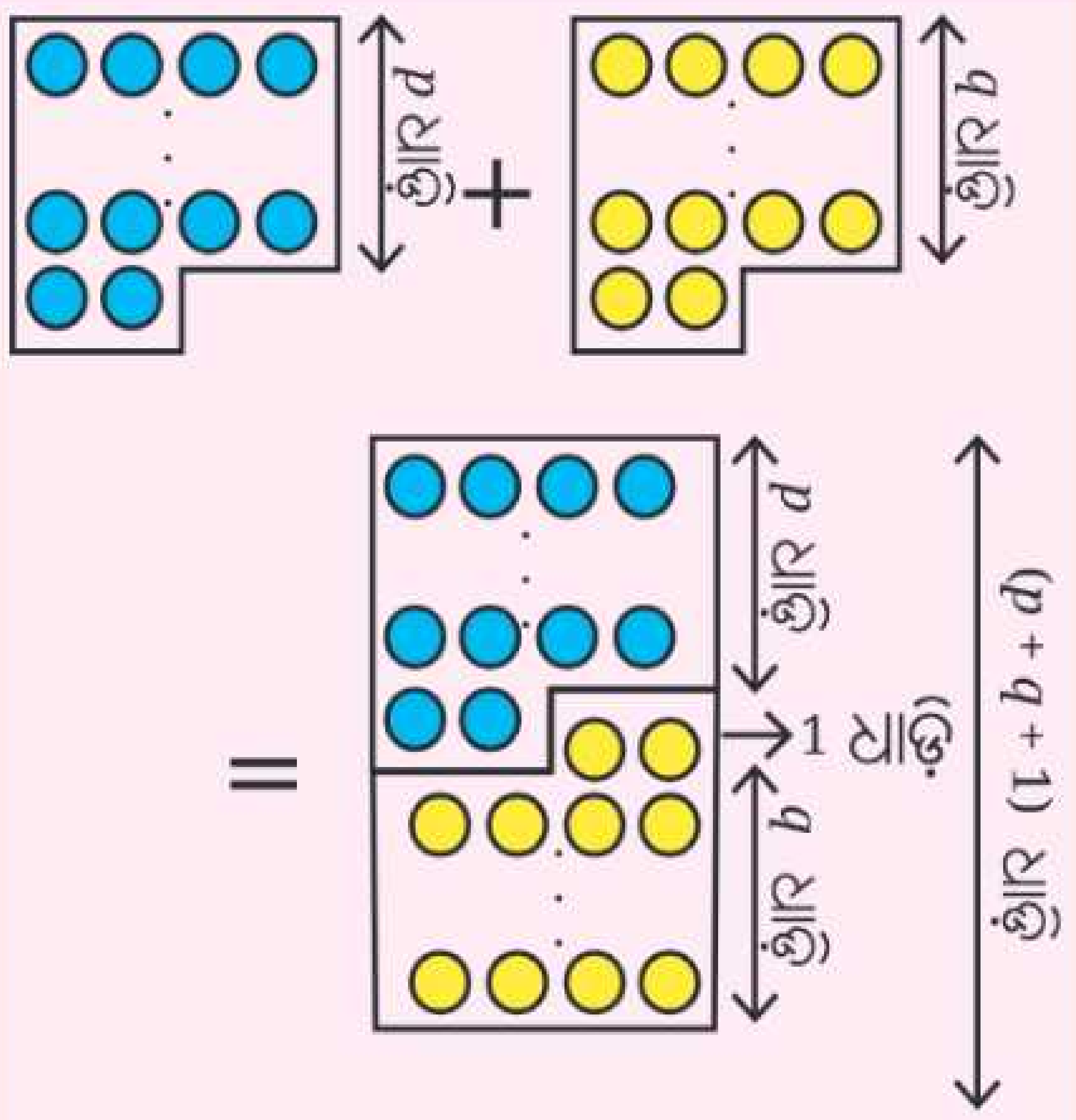
ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ଯାହା 4 ର ଗୁଣିତକ ନୁହନ୍ତି, ସେଗୁଡ଼ିକୁ 4 ଦ୍ୱାରା ଭାଗକଲେ, ଭାଗଶେଷ '2' ହୁଏ ।





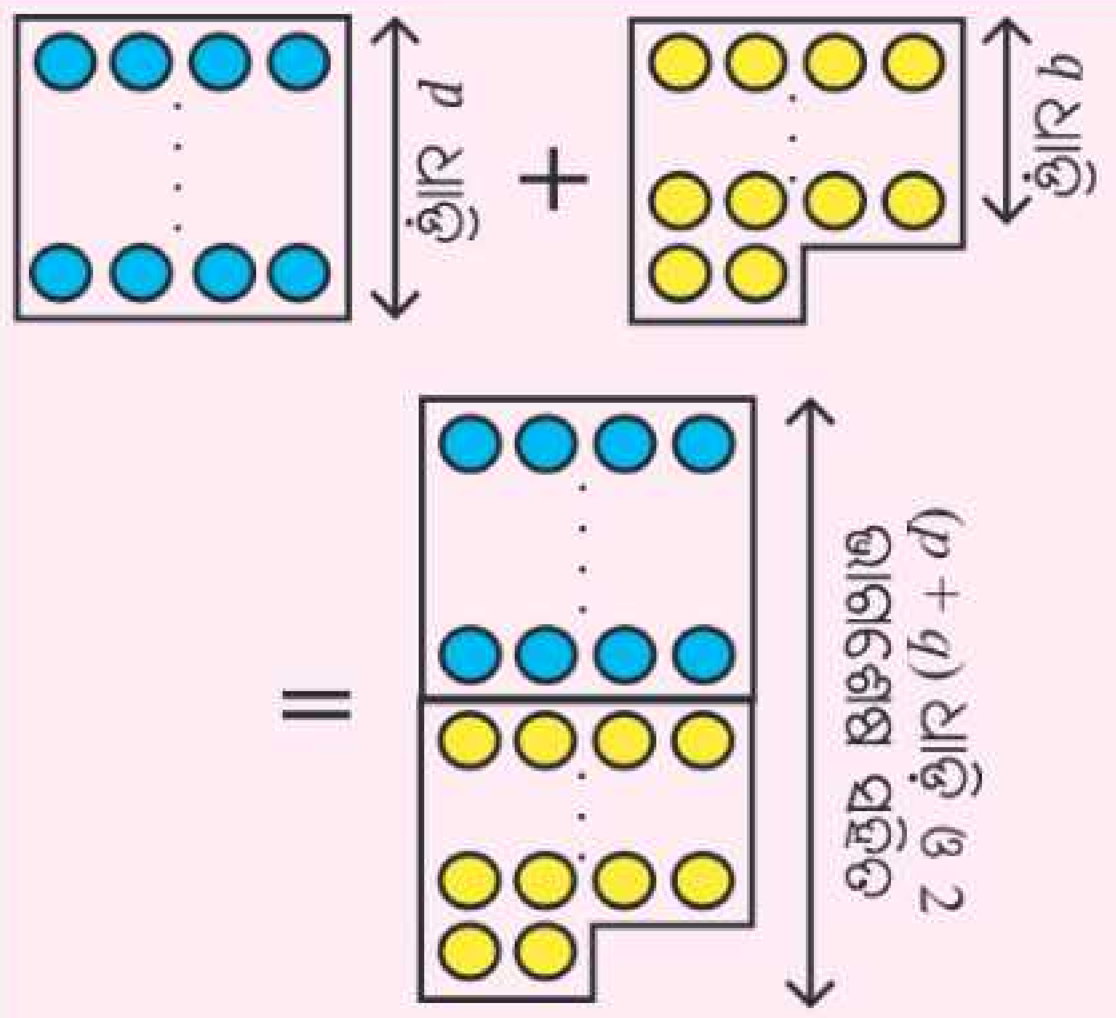
ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ଯାହା 4 ର ଗୁଣିତକ ସେଗୁଡ଼ିକ 4 ଦ୍ୱାରା ଭାଗ ହେଲେ, ଭାଗଶେଷ '0' ହୁଏ ।

? ଦୁଇଟି ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗଫଳ କେତେବେଳେ 4 ର ଗୁଣିତକ ହେବ ?
ଏହି ସମସ୍ୟାଟି ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟାକୁ ଯୋଗକଲେ, କେତେବେଳେ ଏକ ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ହେବ, ସେହି ପ୍ରଶ୍ନ ସହିତ ସମାନ ।
ତୁମେ ଏହା ଦେଖିପାରୁଛ କି ?
ପରୀକ୍ଷା କରିବାକୁ ତିନୋଟି ପରିସ୍ଥିତି ଅଛି :

ବୀଜଗଣିତ ଏବଂ ଚିତ୍ରିତ ପରିପ୍ରକାଶ ମାଧ୍ୟମରେ ବ୍ୟାଖ୍ୟା			ଉଦାହରଣ
ଦୁଇଟି (ଯୁଗ୍ମ) ସଂଖ୍ୟା ଯାହା 4 ର ଗୁଣିତକ, ସେମାନଙ୍କୁ ମିଶାଇଲେ ସବୁବେଳେ 4 ର ଗୁଣିତକ ମିଳିବ ।	$4p$ and $4q$. $4p + 4q$ $= 4\,(p + q)$.		4, 12, 16, 24, 36. $12 + 16$ $= 4\,(3 + 4)$ $= 28$. $16 + 28$ $= 4\,(4 + 7)$ $= 44$.
ଦୁଇଟି ଯୁଗ୍ମସଂଖ୍ୟା ଯାହା 4 ର ଗୁଣିତକ ନୁହନ୍ତି, ସେମାନଙ୍କୁ ମିଶାଇଲେ, ସବୁବେଳେ 4 ର ଗୁଣିତକ ମିଳିବ କାରଣ ସେମାନଙ୍କର ଅବଶେଷ 2 ଏବଂ 2 ମିଶି 4 ହୁଅନ୍ତି ।	$(4p + 2)$ and $(4q + 2)$. $(4p + 2) + (4q + 2)$ $= 4p + 4q + 4$ $= 4\,(p + q + 1)$.		2, 6, 10, 18, 22, 42. $2 + 6 = 8$. $6 + 10 = 16$. $22 + 6 = 28$.

ଯେତେବେଳେ ଆମେ '4'ର ଗୁଣିତକକୁ ଏକ ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ସହିତ ଯୋଗକରୁ ଯାହା '4'ର ଗୁଣିତକ ନୁହେଁ ସେତେବେଳେ କ'ଣ ହୁଏ ? ଏହା ଏକ ଯୁଗ୍ମ ଏବଂ ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗର ସମାନତା ପରିସ୍ଥିତି ସହିତ ସମାନ କି ?

? ନିମ୍ନଲିଖିତ ବୀଜଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ ଏବଂ ଚିତ୍ରିତ ପରିପ୍ରକାଶକୁ ଦେଖ । ଅନୁରୂପ ବ୍ୟାଖ୍ୟା ଏବଂ ଉଦାହରଣ ଲେଖ ।

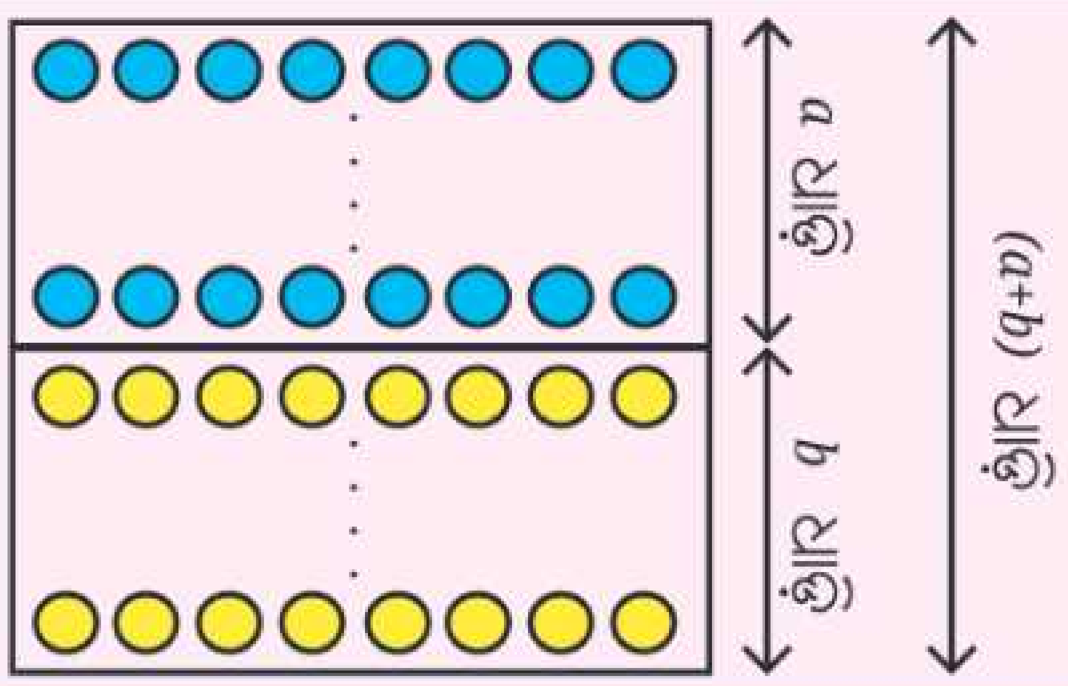
ବୀଜଗଣିତ ଏବଂ ଚିତ୍ରିତ ପରିପ୍ରକାଶ ମାଧ୍ୟମରେ ବ୍ୟାଖ୍ୟା			ଉଦାହରଣ
	$4p$ and $(4q + 2)$ $= 4p + (4q + 2)$ $= 4p + 4q + 2$ $= 4\,(p + q) + 2.$		

ଲକ୍ଷ୍ୟକର, ଆମେ କିପରି ବୀଜଗଣିତ ଏବଂ ଚିତ୍ରିତ ପରିପ୍ରକାଶ ବ୍ୟବହାର କରି ଗାଣିତିକ ଗୁଣାବଳୀକୁ ସାଧାରଣୀକରଣ ଏବଂ ପ୍ରମାଣ କରିପାରିବା ।

ସବୁବେଳେ, ବେଳେବେଳେ କିମ୍ବା କେବେ ନୁହେଁ

? ଆମେ ଗୁଣନୀୟକ ଏବଂ ଗୁଣିତକ ବିଷୟରେ ବିଭିନ୍ନ 'ଉକ୍ତି' ପରୀକ୍ଷା କରୁ ଏବଂ ନିର୍ଦ୍ଧାରଣ କରୁ ଯେ ଏକ ଉକ୍ତି 'ସର୍ବଦା ସତ୍ୟ', 'ବେଳେବେଳେ ସତ୍ୟ' କିମ୍ବା 'କେବେ ସତ୍ୟ ନୁହେଁ' । ଆମେ ଜାଣୁ ଯେ, '2' ର ଯେକୌଣସି ଦୁଇଟି ଗୁଣିତକର ଯୋଗଫଳ ମଧ୍ୟ '2' ର ଏକ ଗୁଣିତକ ।

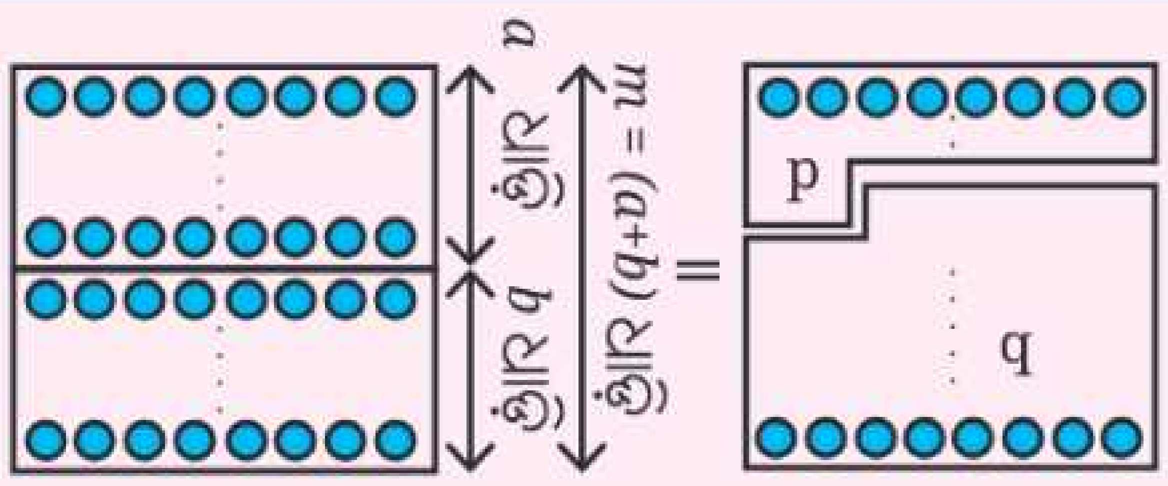
? 1. ଯଦି ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟା ଅଲଗା ଅଲଗା ଭାବରେ '୪' ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ, ତେବେ ସଂଖ୍ୟା ଦୁଇଟିର ଯୋଗଫଳ ମଧ୍ୟ '୪' ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ।

ବୀଜଗଣିତ ଏବଂ ଚିତ୍ରିତ ପରିପ୍ରକାଶ ମାଧ୍ୟମରେ ବ୍ୟାଖ୍ୟା			ଉଦାହରଣ
ଯେଉଁ ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟାର '୪' ଏକ ଗୁଣନୀୟକ, ଅର୍ଥାତ୍, ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟା '୪'ର ଗୁଣିତକ ।	$8a$ and $8b$.		8 and 16. 16 and 56. 80 and 120.
'୪' ର ଗୁଣିତକଗୁଡ଼ିକ ବାରମ୍ବାର '୪' କୁ ଯୋଗକରି ପ୍ରାପ୍ତ ହୁଏ, ୪ ର ଦୁଇଟି ଗୁଣିତକର ଯୋଗଫଳ ମଧ୍ୟ '୪' ର ଏକ ଗୁଣିତକ ହେବ ।	$8a + 8b$ $= 8\,(a + b)$.		$8 + 16 = 8(1 + 2)$ $= 24$. $16 + 56 = 72$. $80 + 120 = 200$.

ଉକ୍ତି '1' ସର୍ବଦା ସତ୍ୟ । ବିୟୋଗ ପାଇଁ ଏହା ସତ୍ୟ କି ନୁହେଁ, ନିର୍ଦ୍ଧାରଣ କର ।

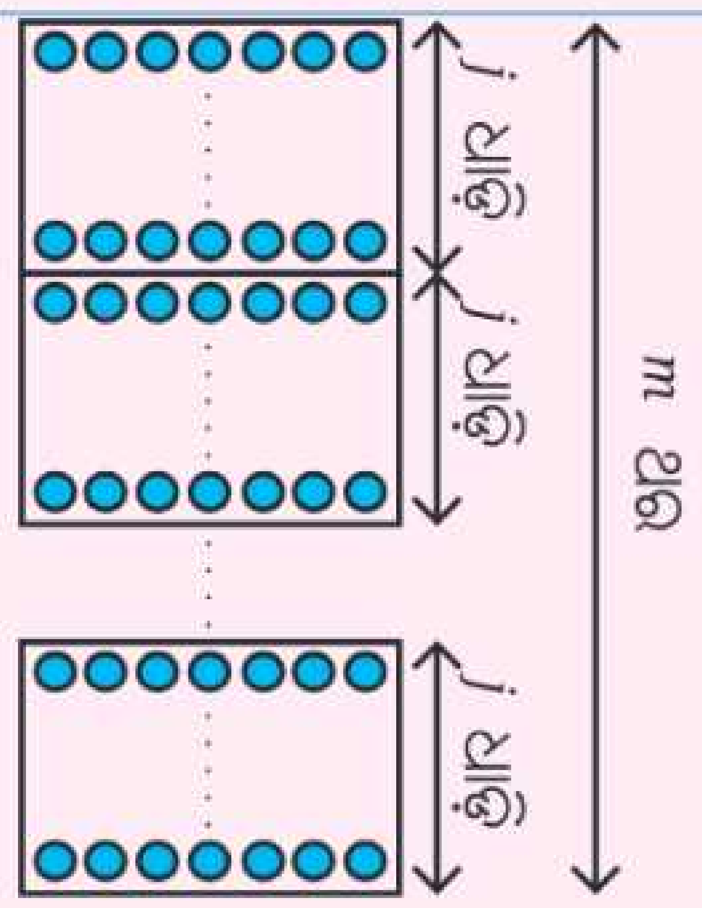
ସାଧାରଣତଃ, ଯଦି 'M', 'a' ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ଏବଂ 'N', 'a' ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ତେବେ 'M + N', 'a' ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ଏବଂ 'M – N', 'a' ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ହେବେ । ଅର୍ଥାତ୍ ଯଦି 'M' ଏବଂ 'N', 'a' ର ଗୁଣିତକ ଅଟନ୍ତି, ତେବେ 'M + N' ଏବଂ 'M – N' ମଧ୍ୟ 'a' ର ଗୁଣିତକ ହେବେ ।

. 2. ଯଦି ଏକ ସଂଖ୍ୟା '୮' ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ, ତେବେ ଯେକୌଣସି ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟା(ପୃଥକ ଭାବରେ)ର ସମଷ୍ଟି ସେହି ସଂଖ୍ୟା ସହ ସମାନ ହେଲେ ସେମାନେ ମଧ୍ୟ ୮ ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ହେବ ।

ବୀଜଗଣିତ ଏବଂ ଚିତ୍ରିତ ପରିପ୍ରକାଶ ମାଧ୍ୟମରେ ବ୍ୟାଖ୍ୟା			ଉଦାହରଣ
'୮' ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ଏକ ସଂଖ୍ୟା '୮'ର ଗୁଣିତକ ଅଟେ ।	$8m$		8, 16, 56, 72.
'୮' ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ଏକ ସଂଖ୍ୟାକୁ '୮'ର ଦୁଇଟି ଗୁଣିତକର ଯୋଗଫଳ କିମ୍ବା '୮'ର ଦୁଇଟି ଅଣ-ଗୁଣିତକର ଯୋଗଫଳ ଭାବରେ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଇପାରିବ ।	$8m = 8a + 8b$ $8m = p + q$ (p ଓ q, 8 ର ଗୁଣିତକ ନୁହେଁ)		72 = 48 + 24 (8×9 = 8×6 + 8×3). 72 = 50 + 22

ତେଣୁ ଉକ୍ତି '2' ବେଳେବେଳେ ସତ୍ୟ ଅଟେ ।

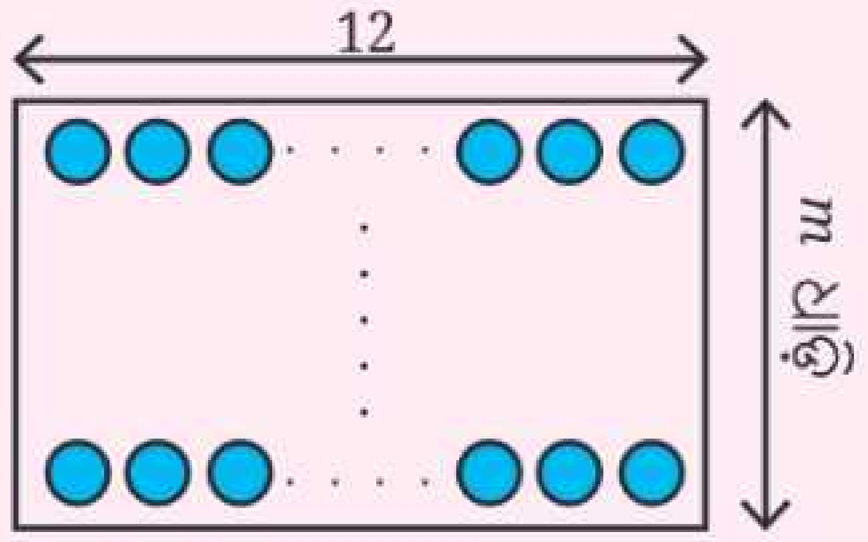
? 3. ଯଦି ଏକ ସଂଖ୍ୟା '7' ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ, ତେବେ ସେହି ସଂଖ୍ୟାର ସମସ୍ତ ଗୁଣିତକ 7 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ହେବେ । ବୀଜଗଣିତ ଏବଂ ଚିତ୍ରିତ ପରିପ୍ରକାଶ ମାଧ୍ୟମରେ ବ୍ୟାଖ୍ୟା

ବୀଜଗଣିତ ଏବଂ ଚିତ୍ରିତ ପରିପ୍ରକାଶ ମାଧ୍ୟମରେ ବ୍ୟାଖ୍ୟା			ଉଦାହରଣ
7 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ସଂଖ୍ୟାର '7' ଏକ ଗୁଣନୀୟକ ହେବ ।	$7j$		14 = 7 × 2 (j = 2). 42 = 7 × 6 (j = 6). 98 = 7 × 14 (j = 14).
ଏଥିରେ ମୋଟ mj ଧାଡ଼ି ଅଛି । ତେଣୁ ଏହା ମଧ୍ୟ 7ର ଏକ ଗୁଣିତକ ହେବ ।	$(7j) \times m$		14 ର କିଛି ଗୁଣିତକ 28 = (7 × 2) × 2. 70 = (7 × 2) × 5. 154 = (7 × 2) × 11

ସଂଖ୍ୟା 7jm ବା (7 × j × m)ର ଏକ ଗୁଣନୀୟକ 7 ଅଟେ । ଆମେ ଦେଖିବା ଯେ ଉକ୍ତି 3 ସର୍ବଦା ସତ୍ୟ ଅଟେ ।

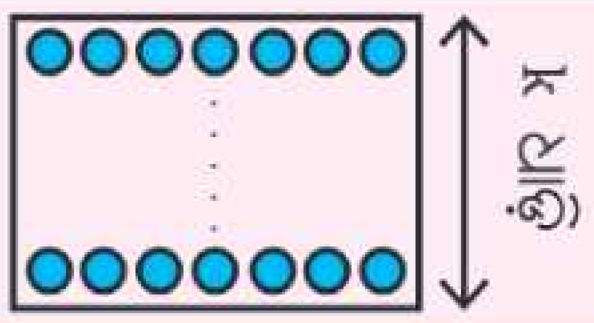
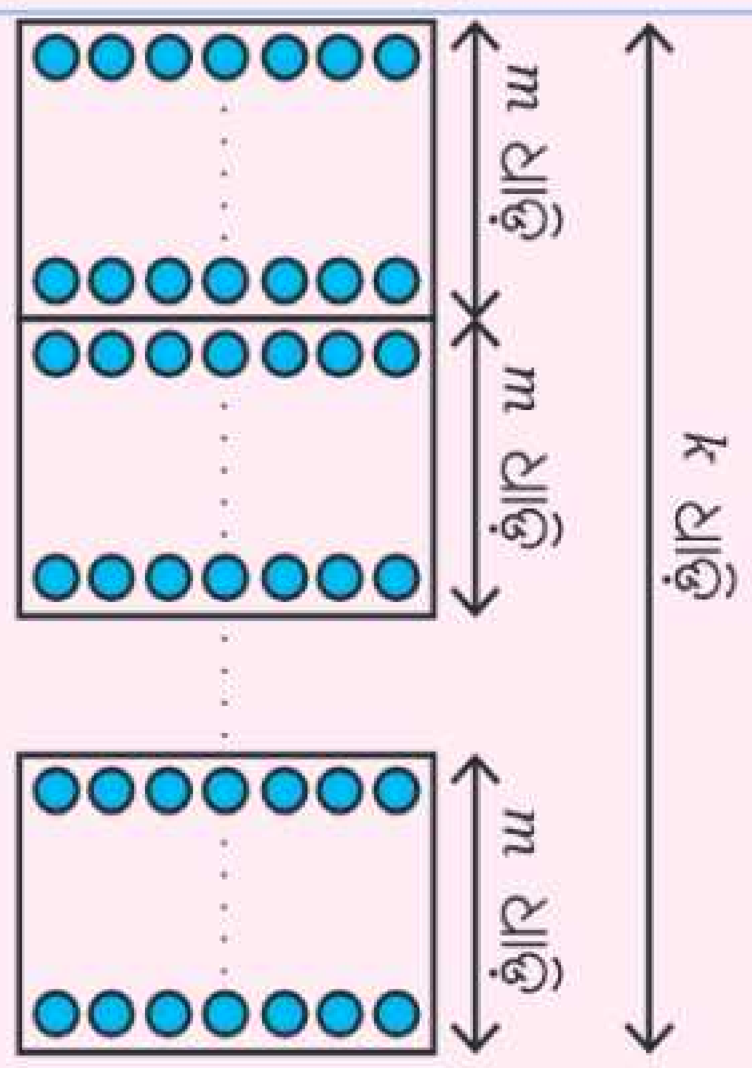
ସାଧାରଣ ଭାବେ, ଯଦି 'A', k ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ, ତେବେ ‘A’ ର ସମସ୍ତ ଗୁଣିତକ ‘k’ ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ।

4. ଯଦି ଏକ ସଂଖ୍ୟା ‘12’ ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ, ତେବେ ‘12’ ର ସମସ୍ତ ଗୁଣନୀୟକ ଦ୍ୱାରା ମଧ୍ୟ ବିଭାଜ୍ୟ ।

ବୀଜଗଣିତ ଏବଂ ଚିତ୍ରିତ ପରିପ୍ରକାଶ ମାଧ୍ୟମରେ ବ୍ୟାଖ୍ୟା			ଉଦାହରଣ
12 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ଏକ ସଂଖ୍ୟା 12ର ଗୁଣିତକ ଅଟେ ।	$12m$		12, 24, 36, 48, 108, 132.
12ର ଗୁଣିତକମାନଙ୍କର ଗୁଣନୀୟକଗୁଡ଼ିକ 12ର ଗୁଣନୀୟକଗୁଡ଼ିକୁ ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ କରିବ ।	$12m$ $= 2 \times 6 \times m$ $= 3 \times 4 \times m$	 12 ର ଏକ ଗୁଣନୀୟକ ଏକ ଧାଡ଼ିକୁ ସଂପୂର୍ଣ୍ଣ ପୂରଣ କରେ । ତେଣୁ ଏହା 12 ର ସମସ୍ତ ଗୁଣିତକକୁ ସଂପୂର୍ଣ୍ଣରୂପେ ପୂରଣ କରେ ।	24 ର ଗୁଣନୀୟକ : 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24.

ସାଧାରଣତଃ, ଯଦି A, k ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ, ତେବେ A, k ର ସମସ୍ତ ଗୁଣନୀୟକ ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ । ତେଣୁ, ଉକ୍ତି ‘4’ ସର୍ବଦା ସତ୍ୟ ଅଟେ ।

5. ଯଦି ଏକ ସଂଖ୍ୟା 7 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ, ତେବେ ଏହା 7ର ଯେକୌଣସି ଗୁଣିତକ ଦ୍ୱାରା ମଧ୍ୟ ବିଭାଜ୍ୟ ।

ବୀଜଗଣିତ ଏବଂ ଚିତ୍ରିତ ପରିପ୍ରକାଶ ମାଧ୍ୟମରେ ବ୍ୟାଖ୍ୟା			ଉଦାହରଣ
7 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ 7 ର ଗୁଣିତକ ଅଟନ୍ତି ।	$7k$		
7ର ଗୁଣିତକ 7k, 7m ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ହେବ ଯଦି ଏବଂ କେବଳ ଯଦି k, m ର ଏକ ଗୁଣନୀୟକ ହୁଏ ।	$7m$ ଯଦି $k = ym$ ତେବେ $7k \div 7m = 7ym \div 7m = y$		42(7 × 6) ଏହା 7 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ କିନ୍ତୁ ଏହା 28(7 × 4) ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ନୁହେଁ, 42(7 × 6) ଏହା 7 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ଏବଂ 14(7 × 2) ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ।

ଆମେ ଦେଖିପାରିବା ଯେ, ଏହି ବିବୃତି କେବଳ ବେଳେବେଳେ ସତ୍ୟ ଅଟେ ।

? ନିମ୍ନଲିଖିତ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଉକ୍ତିକୁ ପରୀକ୍ଷା କର ଏବଂ ଏହା 'ସର୍ବଦା ସତ୍ୟ', 'ବେଳେବେଳେ ସତ୍ୟ' କିମ୍ବା 'କେବେହେଲେ ସତ୍ୟ ନୁହେଁ' ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

? 6. ଯଦି ଏକ ସଂଖ୍ୟା 9 ଏବଂ 4 ଉଭୟ ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ, ତେବେ ଏହା ନିଶ୍ଚିତ ଭାବରେ 36 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ।

? 7. ଯଦି ଏକ ସଂଖ୍ୟା 6 ଏବଂ 4 ଉଭୟ ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ, ତେବେ ଏହା ନିଶ୍ଚିତ ଭାବରେ 24 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ।

ଗାଣିତିକ କଥାବାର୍ତ୍ତା

ସାଧାରଣତଃ, ଯଦି A, k ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ଏବଂ A, m ଦ୍ୱାରା ମଧ୍ୟ ବିଭାଜ୍ୟ, ତେବେ A, k ଏବଂ m ର ଲ.ସା.ଗୁ. (LCM) ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ।

ଏହାର କାରଣ ହେଉଛି A, kର ଗୁଣିତକ ଏବଂ mର ମଧ୍ୟ ଗୁଣିତକ, ତେଣୁ 'A'ର ମୌଳିକ ଉତ୍ପାଦକରେ (k, m)ର ଲ.ସା.ଗୁ.ର ମୌଳିକ ଉତ୍ପାଦକ ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ହେବା ଉଚିତ୍ ।

? 8. ଯେତେବେଳେ ତୁମେ ଏକ ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଏକ ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାରେ ଯୋଗ କର, ତୁମେ 6ର ଗୁଣିତକ ପାଇଥାଅ ।

ଆମେ ଜାଣୁ ଯେ '6'ର ଗୁଣିତକ ସମସ୍ତେ ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା । ଏକ ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ଏବଂ ଏକ ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗଫଳ ଏକ ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ହେବ । ତେଣୁ ଏହି ଉକ୍ତି କେବେହେଲେ ସତ୍ୟ ନୁହେଁ । ଆମେ ଏହାକୁ ବୀଜଗାଣିତିକ ଉପାୟରେ ମଧ୍ୟ ବର୍ଣ୍ଣନା କରିପାରିବା । ମନେକର

$(2n) + (2m + 1) = 6j$, ଯେଉଁଠାରେ 2n ଏକ ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା, $(2m + 1)$ ଏକ ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ଏବଂ 6j ହେଉଛି 6ର ଏକ ଗୁଣିତକ ।

ତେବେ $2n + 2m = 6j - 1$ ବା $2(n + m) = 6j - 1$

ଯାହାର ଅର୍ଥ ହେଉଛି $2(n + m)$, ଯାହା ଏକ ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା, ତାହା $(6j - 1)$ ଏକ ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ସହ ସମାନ । ଏହା କେବେହେଲେ ସତ୍ୟ ନୁହେଁ ।

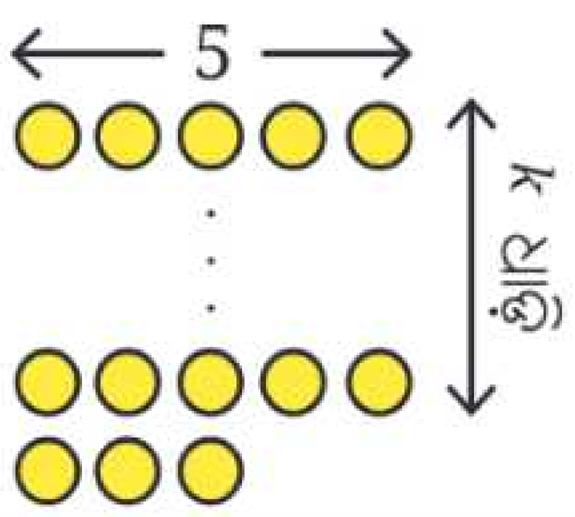
କ'ଣ ରହେ (What remains) ?

? ଏକ ସଂଖ୍ୟା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ଯାହାକୁ '5' ଦ୍ୱାରା ଭାଗକଲେ ଭାଗଶେଷ '3' ରହେ । ଏହିପରି ଆହୁରି ଅନେକ ସଂଖ୍ୟା ଲେଖ ।

? କେଉଁ ବୀଜଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ(ଗୁଡ଼ିକ) ଏପରି ସମସ୍ତ ସଂଖ୍ୟାକୁ ବୁଝାଏ ?

(i) $3k + 5$ (ii) $3k - 5$ (iii) $\frac{3k}{5}$ (iv) $5k + 3$ (v) $5k - 2$ (vi) $5k - 3$

ଯେଉଁ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ 5 ଦ୍ୱାରା ଭାଗକଲେ ଭାଗଶେଷ '0' ରହେ, ସେଗୁଡ଼ିକ ହେଉଛନ୍ତି '5'ର ଗୁଣିତକ । କିନ୍ତୁ ଆମେ ଏପରି ସଂଖ୍ୟା ଚାହୁଁ, ଯାହାକୁ '5' ଦ୍ୱାରା ଭାଗକଲେ ଭାଗଶେଷ '3' ରହେ । ଏହି ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ 5ର ଗୁଣିତକଠାରୁ '3' ଅଧିକ । 5ର ଗୁଣିତକଗୁଡ଼ିକୁ '5k' ଲେଖାଯାଏ । ତେଣୁ, ଯେଉଁ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ 5 ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କଲେ '3' ଭାଗଶେଷ ରହେ ସେଗୁଡ଼ିକୁ '5k + 3' ଲେଖାଯାଏ ।



$k =$	0	1	2	3	4
$5k + 3 =$	3	8	13	18	23

? ଆସ ଅନ୍ୟ ଏକ ପରିପ୍ରକାଶ $5k-2$କୁ ବିଚାର କରିବା ଏବଂ kର ବିଭିନ୍ନ ମୂଲ୍ୟ ପାଇଁ, ଏହାର ମାନ କ'ଣ ହୁଏ ତାହା ଦେଖିବା ।

$k =$	1	2	3	4	5
$5k-2 =$	3	8	13	18	23

? '5' ଦ୍ୱାରା ଭାଗ ଭଲେ ଭାଗଶେଷ 3 ରହୁଥିବା ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ '5'ର ଗୁଣିତକରୁ '2' କମ୍ ଭାବରେ ମଧ୍ୟ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଇପାରିବ ।

$5k-2$, ଯେଉଁଠାରେ $k \geq 1$

? '5'ର ଗୁଣିତକରୁ 3 ଅଧିକ ସଂଖ୍ୟା ସୃଷ୍ଟି କରୁଥିବା ଅନ୍ୟ କୌଣସି ପରିପ୍ରକାଶ ଅଛି କି ?

ନିଜେ କରି ଦେଖ

1. ଚାରୋଟି କ୍ରମିକ ସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗଫଳ 34 । ଏହି ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ କ'ଣ ?
2. ମନେକର 'p' ପାଞ୍ଚଟି କ୍ରମିକ ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ସର୍ବବୃହତ୍ ସଂଖ୍ୟା । ଅନ୍ୟ ଚାରୋଟି ସଂଖ୍ୟାକୁ 'p' ମାଧ୍ୟମରେ ପ୍ରକାଶ କର ।
3. ନିମ୍ନଲିଖିତ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଉକ୍ତି ପାଇଁ ଏହା ସର୍ବଦା ସତ୍ୟ, ବେଳେବେଳେ ସତ୍ୟ, କିମ୍ବା ଆଦୌ ସତ୍ୟ ନୁହେଁ ତାହା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । ତୁମର ଉତ୍ତରକୁ ବୁଝାଅ । ଉପଯୁକ୍ତ ଉଦାହରଣ ଏବଂ ଅନୁଦାହରଣ(Non-example) ଉଲ୍ଲେଖ କର । ବୀଜଗଣିତ ବ୍ୟବହାର କରି ତୁମର ଦାବିର ଯୁକ୍ତିଯୁକ୍ତତା ଉପସ୍ଥାପନ କର ।
   (i) ଦୁଇଟି ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗଫଳ, 3ର ଏକ ଗୁଣିତକ ।
   (ii) ଯଦି ଏକ ସଂଖ୍ୟା 18 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ନୁହେଁ, ତେବେ ଏହା '9' ଦ୍ୱାରା ମଧ୍ୟ ବିଭାଜ୍ୟ ନୁହେଁ ।
   (iii) ଯଦି ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟା '6' ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ନୁହେଁ, ତେବେ ସେମାନଙ୍କର ଯୋଗଫଳ '6' ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ନୁହେଁ ।
   (iv) '6' ର ଏକ ଗୁଣିତକ ଏବଂ '9' ର ଏକ ଗୁଣିତକର ଯୋଗଫଳ '3'ର ଏକ ଗୁଣିତକ ।
   (v) '6' ର ଏକ ଗୁଣିତକ ଏବଂ '3' ର ଏକ ଗୁଣିତକର ଯୋଗଫଳ '9'ର ଏକ ଗୁଣିତକ ।
4. କିଛି ସଂଖ୍ୟା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ଯାହାକୁ '3' ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କଲେ ଭାଗଶେଷ '2' ରହେ ଏବଂ '4' ଦ୍ୱାରା ଭାଗକଲେ ଭାଗଶେଷ '2' ରହେ । ଏହିପରି ସମସ୍ତ ସଂଖ୍ୟାକୁ ବର୍ଣ୍ଣନା କରିବା ପାଇଁ ଏକ ବୀଜଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ ଲେଖ ।
5. "ମୋ ପାଖରେ କିଛି ଗୋଡ଼ି ଅଛି, ବେଶୀ ନୁହେଁ, ଯେତେବେଳେ ମୁଁ ସେମାନଙ୍କୁ 33 ଟି କରି ଗ୍ରୁପ୍‌ରେ ସଜାଡ଼ିଥାଏ, ମୋ ପାଖରେ ଗୋଟିଏ ଗୋଡ଼ି ରହିଯାଏ । ସେମାନଙ୍କୁ ଯୋଡ଼ିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କର- ଏହା ସହଜରେ ହେବ ନାହିଁ । ମୋ ମତରେ ଏକ ଜିଦ୍‌ଘୋର ଅସାମାନ୍ୟ ଗୋଡ଼ି ରହିଯାଏ। ସେମାନଙ୍କୁ ପାଞ୍ଚ-ପାଞ୍ଚଟି ଗ୍ରୁପ୍‌ରେ ସଜାଡ଼, ତଥାପି ଗୋଟିଏ ରହିଯାଏ । କିନ୍ତୁ ସାତ-ସାତଟି କରି ଗ୍ରୁପ୍ କରିଲେ ପୂର୍ଣ୍ଣତା ମିଳେ । ଶହେରୁ ଅଧିକ ହେବା ବହୁତ କଷ୍ଟକର ହେବ, ତୁମେ କହିପାରିବ କି ମୁଁ କେତୋଟି ଗୋଡ଼ି ଧରିଛି ?"

6. ତଥାଗତ ଅନେକ ସଂଖ୍ୟା ଲେଖିଛି, ଯେଉଁଗୁଡ଼ିକୁ '6' ଦ୍ୱାରା ଭାଗକଲେ ଭାଗଶେଷ '2' ରହେ । ସେ ଦାବି କରେ, "ଯଦି ତୁମେ ଏପରି କୌଣସି 3ଟି ସଂଖ୍ୟା ଯୋଗକର ତେବେ ଯୋଗଫଳ ସର୍ବଦା '6' ର ଏକ ଗୁଣିତକ ହେବ ।" ତଥାଗତଙ୍କ ଦାବି ସତ୍ୟ କି ?

7. ଯେତେବେଳେ 66 ସଂଖ୍ୟାଟି 7 ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କରାଯାଏ ଭାଗଶେଷ '3' ରହେ ଏବଂ 4779 କୁ 7 ଦ୍ୱାରା ଭାଗକଲେ ଭାଗଶେଷ 5 ରହେ । ଗଣନା ନ କରି ତୁମେ କହିପାରିବ କି ଯେ ନିମ୍ନଲିଖିତ ପରିପ୍ରକାଶଗୁଡ଼ିକୁ '7' ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କରିଲେ ଭାଗଶେଷ କ'ଣ ରହିବ ? ବୀଜଗାଣିତିକ ଏବଂ ଚିତ୍ରିତ ପରିପ୍ରକାଶ ଉଭୟ ଉପାୟରେ ସମାଧାନ କର ।

   (i) $4779 + 661$ (ii) $4779 - 661$

8. ଏକ ସଂଖ୍ୟା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ଯାହାକୁ '3' ଦ୍ୱାରା ଭାଗକଲେ ଭାଗଶେଷ '2' ରହେ, ମାତ୍ର 4 ଦ୍ୱାରା ଭାଗକଲେ ଭାଗଶେଷ 3 ରହେ ଏବଂ 5 ଦ୍ୱାରା ଭାଗକଲେ ଭାଗଶେଷ 4 ରହେ । ଏପରି ହୋଇଥିବା ସବୁଠାରୁ ସାନସଂଖ୍ୟା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । ଏହା କାହିଁକି ସବୁଠାରୁ ସାନ (ସର୍ବନିମ୍ନ) ତାହାର ଏକ ସରଳ ବ୍ୟାଖ୍ୟା ଦେଇପାରିବ କି ?

5.2. ବିଭାଜ୍ୟତାକୁ ଶୀଘ୍ର ଯାଞ୍ଚ କରିବା (Checking Divisibility Quickly)

ପୂର୍ବରୁ ତୁମେ ଶିଖିଛ ଯେ, ଭାରତୀୟ ସଂଖ୍ୟା ପ୍ରଣାଳୀରେ ଲେଖାଯାଇଥିବା ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା 2, 4, 5, 8 ଏବଂ 10 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ କି ନୁହେଁ, ତାହା ସରଳ ଉପାୟରେ କିପରି ଯାଞ୍ଚ କରିବା ? ଆସ ଆମେ ସେଗୁଡ଼ିକୁ ପୁଣିଥରେ ଦେଖିବା ।

10, 5 ଏବଂ 2 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟତା : ଯଦି ଏକ ସଂଖ୍ୟାର ଏକକ ସ୍ଥାନର ଅଙ୍କ '0' ହୁଏ, ତେବେ ଏହା 10 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ । ଆସ ଏହା କାହିଁକି ଏପରି ହୁଏ ତାହା ବୀଜଗଣିତ ମାଧ୍ୟମରେ ବୁଝିବା । ଆମେ ଅକ୍ଷର ସଂକେତ ସେଟ୍ ବ୍ୟବହାର କରି ଭାରତୀୟ ପ୍ରଣାଳୀରେ ଏକ ସଂଖ୍ୟାର ସାଧାରଣ ରୂପ ଲେଖିପାରିବା । ଉଦାହରଣସ୍ୱରୂପ ଏକ 5 ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟାକୁ edcba ଭାବରେ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଇପାରିବ, ଯାହା $e \times 10000 + d \times 1000 + c \times 100 + b \times 10 + a$ କୁ ବୁଝାଏ । ଅକ୍ଷର ସଂକେତ e, d, c, b ଏବଂ a ଏକ 5 ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟାର ପ୍ରତ୍ୟେକ ଅଙ୍କକୁ ବୁଝାଏ ।

ଯେ କୌଣସି ସଂଖ୍ୟାକୁ ସାଧାରଣତଃ .... dcba ଭାବରେ ଲେଖାଯାଇପାରିବ, ଯେଉଁଠାରେ ଅକ୍ଷର ସଂକେତ a, b, c ଏବଂ d ଯଥାକ୍ରମେ ଏକକ, ଦଶକ, ଶତକ ଏବଂ ହଜାର ସ୍ଥାନର ଅଙ୍କକୁ ସୂଚାଏ ଏବଂ ଏହିପରି ସ୍ଥାନୀୟ ମାନର ଯୋଗଫଳ ଭାବରେ ଏହି ସଂଖ୍ୟାଟି ....$+1000d + 100c + 10b + a$.

(ଉଦାହରଣସ୍ୱରୂପ, 4075 ସଂଖ୍ୟାରେ $d = 4, c = 0, b = 7$ ଏବଂ $a = 5$)

ଆମେ ଜାଣୁ ଯେ 'ଏକକ' ସ୍ଥାନ ବ୍ୟତୀତ ପ୍ରତ୍ୟେକ ସ୍ଥାନୀୟ ମାନ 10ର ଗୁଣିତକ । ତେଣୁ 10b, 100c, ... ସମସ୍ତେ 10ର ଗୁଣିତକ ହେବେ । ଅତଏବ ସଂଖ୍ୟାଟି 10ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ହେବ ଯଦି ଏବଂ କେବଳ ଯଦି ଏକକ ସ୍ଥାନର ଅଙ୍କ a, 0 ହୁଏ ।

? ସେହିପରି 5, 2, 4 ଏବଂ 8 ପାଇଁ ବିଭାଜ୍ୟତାର ସଂକ୍ଷିପ୍ତ ଉପାୟ କାହିଁକି କାମ କରେ ତାହା ବୀଜଗଣିତ ବ୍ୟବହାର କରି ବୁଝାଅ । ଆସ ବର୍ତ୍ତମାନ ଅନ୍ୟ କେତେକ ସଂଖ୍ୟାଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟତା ଯାଞ୍ଚ କରିବା ପାଇଁ ସଂକ୍ଷିପ୍ତ ଉପାୟ ପରୀକ୍ଷା କରିବା ଏବଂ ସେଗୁଡ଼ିକ କାହିଁକି ସେପରି ହୋଇଥାଏ ତାହା ବୁଝାଇବା ।

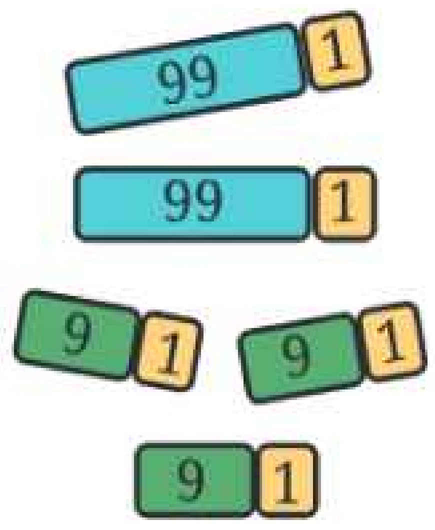
'9' ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟତା ପାଇଁ ଏକ ସଂକ୍ଷିପ୍ତ ଉପାୟ

? ତୁମେ ପ୍ରକୃତରେ ହିସାବ ନ କରି କହିପାରିବ କି ଏହି ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁଗୁଡ଼ିକ '9' ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ : 999, 909, 900, 90, 990 ? ସେମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ ସମସ୍ତେ ।

? କେବଳ '0' ଏବଂ '9' ଅଙ୍କକୁ ଯେକୌଣସି କ୍ରମରେ ନେଇ ଗଠିତ ସଂଖ୍ୟା ସବୁବେଳେ '9' ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ହେବ ବୋଲି କହିପାରିବା କି ?

ହଁ, ଯଦି ପ୍ରତ୍ୟେକ ଅଙ୍କ '0' କିମ୍ବା '9' ହୁଏ, ତେବେ ଏହାର ବିସ୍ତାରିତ ରୂପର ପ୍ରତ୍ୟେକ ଯଦି $9 \times$ (ସ୍ଥାନୀୟ ମୂଲ୍ୟ) କିମ୍ବା $0 \times$ (ସ୍ଥାନୀୟ ମୂଲ୍ୟ) ହେବ, ଅର୍ଥାତ୍ ପ୍ରତ୍ୟେକ ପଦ '9'ର ଗୁଣିତକ ହେବ, ଉଦାହରଣସ୍ୱରୂପ,

$$99099 = 9 \times 10000 + 9 \times 1000 + 0 \times 100 + 9 \times 10 + 9 \times 1$$



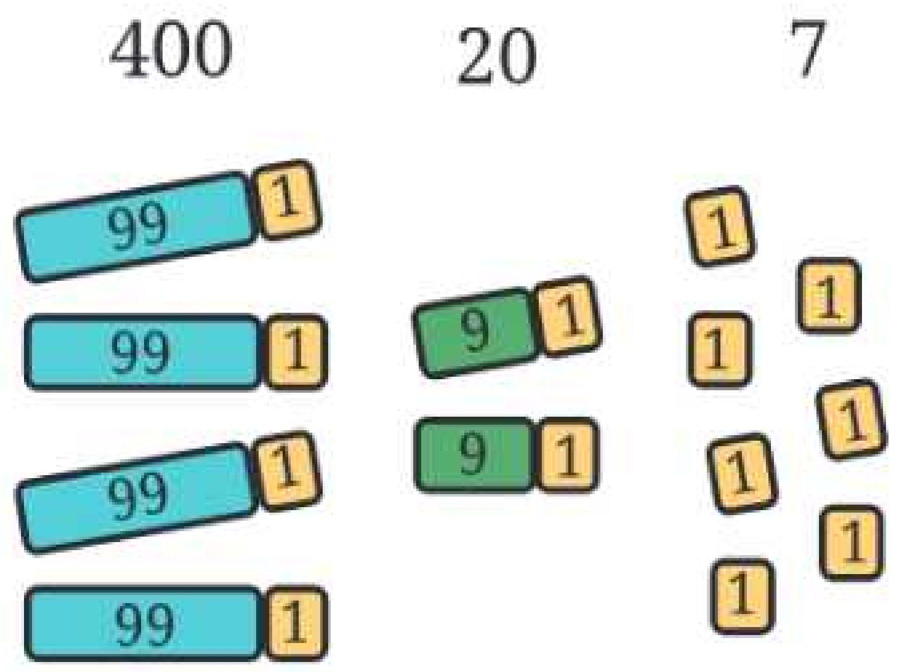
କିନ୍ତୁ, କେବଳ ଏହି ସଂକ୍ଷିପ୍ତ ଉପାୟରେ 9ର ସମସ୍ତ ଗୁଣିତକକୁ ଚିହ୍ନଟ କରାଯାଇପାରିବ ନାହିଁ । 2, 5 ଏବଂ 10 ସଂଖ୍ୟା ପରି କେବଳ ଏକକ ଅଙ୍କକୁ ଦେଖି ଆମେ 9ର ଗୁଣିତକ ଚିହ୍ନଟ କରିପାରିବା ନାହିଁ । ଏକକ ଘର ଅଙ୍କ 9 ଥାଇ 99 ଓ 109 ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟା ଅଟନ୍ତି । କିନ୍ତୁ 99, 9 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ହୋଇପାରିବା ବେଳେ, 109, 9 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ନୁହେଁ ।

? 10, 9 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ କି ? ଯଦି ନୁହେଁ, ତେବେ ଭାଗଶେଷ କେତେ ?

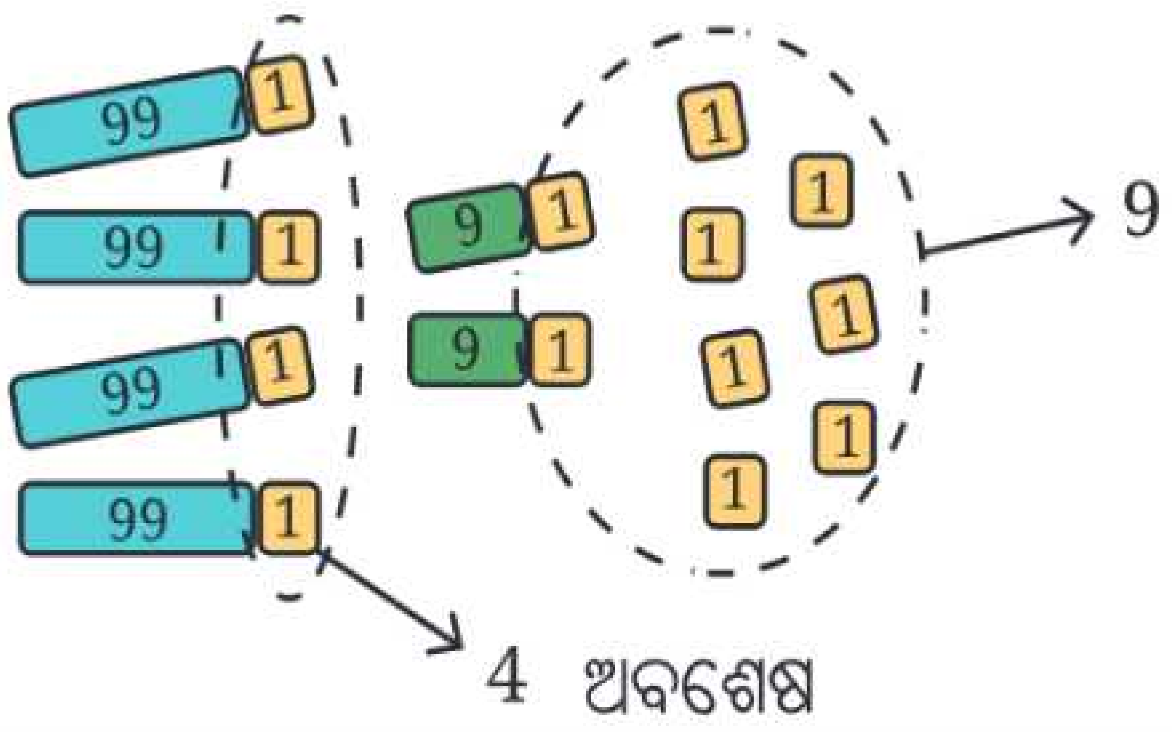
10ର ଅନ୍ୟାନ୍ୟ ଗୁଣିତକ (10, 20, 30, ...) 9 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟତା ପରୀକ୍ଷା କରିଦେଖ । ଲକ୍ଷ୍ୟ କର, 10 ର ଯେକୌଣସି ଗୁଣିତକ ପାଇଁ, ଭାଗଶେଷ ଦଶକ ସଂଖ୍ୟା ସହିତ ସମାନ ।

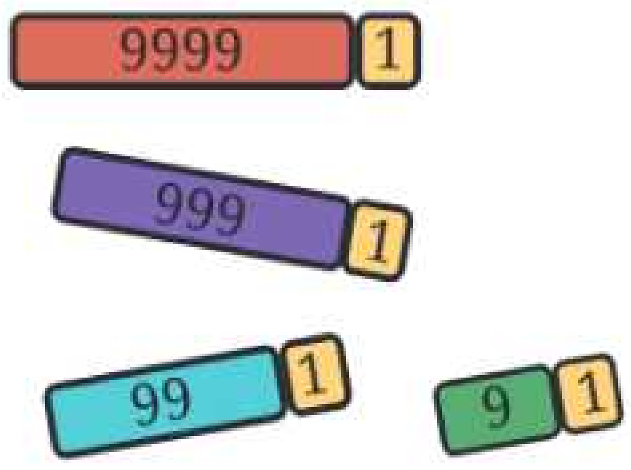
? ସେହିପରି 100ର ଗୁଣିତକ (100, 200, 300, ...) କୁ 9 ଦ୍ୱାରା ଭାଗକଲେ ଭାଗଶେଷ କେତେ ରହୁଛି ଦେଖ । କ'ଣ, ଲକ୍ଷ୍ୟ କରୁଛ ? 100ର ଯେକୌଣସି ଗୁଣିତକ ପାଇଁ ଭାଗଶେଷ ଶତକ ସଂଖ୍ୟା ସହିତ ସମାନ ।

? ଉପରୋକ୍ତ ଧାରଣାର ଆଧାରରେ 427କୁ 9 ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କଲେ ଭାଗଶେଷ କେତେ ରହିବ, ଦେଖ ।



ଆମେ ଦେଖୁଛେ ଯେ 427ରେ 4ଟି ଶତକ ଅଛି, ଏହିପରି 9 ଦ୍ୱାରା ଭାଗକଲେ ଏହାର ଅନୁରୂପ ଭାଗଶେଷ 4 ହେବ । 427ରେ 2ଟି ଦଶକ ଅଛି । ଏହାର ଅନୁରୂପ ଭାଗଶେଷ 2 ହେବ । ଏଥି ସହିତ ଆଉ 7 ଏକକ ଅଛି । ସମସ୍ତ ଅବଶେଷକୁ ଯୋଗକଲେ ଆମେ ପାଇବା $4 + 2 + 7 = 13$ ରୁ ଆମେ ଆଉ ଥରେ 13ରୁ 9ର ଆଉ ଏକ ଗୁଣ ନେଲେ ଭାଗଶେଷ 4 ରହିବ । ତେଣୁ, $427 \div 9$ ର ଭାଗଶେଷ 4 ଅଟେ ।





? ଏହା ବୃହତ୍ତର ସଂଖ୍ୟାକ୍ଷେତ୍ରରେ କାର୍ଯ୍ୟ କରିବ କି ?

ତୁମେ ଦେଖିପାରିବ ଯେ ଏହା ଯେକୌଣସି ସ୍ଥାନୀୟ ମୂଲ୍ୟ ପାଇଁ ସତ୍ୟ;

$1 = 0 + 1$

$10 = 9 + 1$

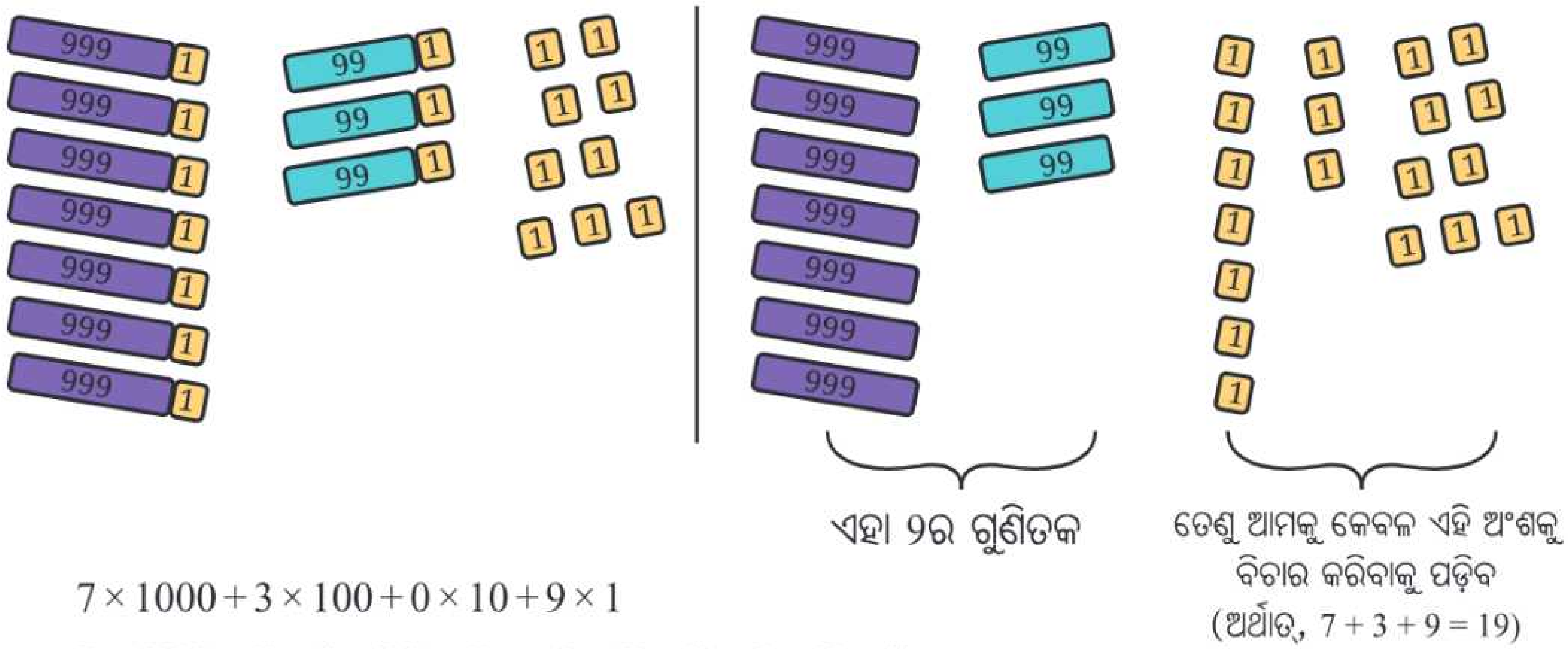
$100 = 99 + 1$

$1000 = 999 + 1$

$10000 = 9999 + 1$ ଏବଂ ଏହିପରି ଅନେକ । ଯେତେବେଳେ ସଂପୃକ୍ତ ସ୍ଥାନୀୟ ମୂଲ୍ୟକୁ 9 ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କରାଯାଏ, ମିଳୁଥିବା ଅଙ୍କ ଭାଗଶେଷକୁ ସୂଚାଏ ।

ଉଦାହରଣସ୍ୱରୂପ, 7309କୁ 9 ଦ୍ୱାରା ଭାଗକଲେ ଭାଗଶେଷ ପାଇବା ପାଇଁ ଆମେ କେବଳ ଏହାର ସମସ୍ତ ଅଙ୍କକୁ ଯୋଗକରି ପାରିବା, $7 + 3 + 0 + 9$ ଯାହା 19 ହେବ । ଏହାକୁ ନିମ୍ନଲିଖିତ ଉପାୟରେ ଦର୍ଶାଯାଇପାରିବ ।

7×1000 3×100 9×1 7×999 3×99 7 3 9



$7 \times 1000 + 3 \times 100 + 0 \times 10 + 9 \times 1$

$= 7 \times (999 + 1) + 3 \times (99 + 1) + 0 \times (9 + 1) + 9 \times (0 + 1)$

$= (7 \times 999 + 3 \times 99 + 0 \times 9 + 9 \times 0) + (7 \times 1 + 3 \times 1 + 0 \times 1 + 9 \times 1)$

$= \underline{(7 \times 999 + 3 \times 99 + 0 \times 9 + 9 \times 0)} + \underline{(7 + 3 + 0 + 9)}$

ଏହା 9ର ଏକ ଗୁଣିତକ । ତେଣୁ ଆମକୁ କେବଳ ଏହି ଅଂଶକୁ ବିଚାର କରିବାକୁ ପଡ଼ିବ ।

ଏହାର ଅର୍ଥ 7309 ସଂଖ୍ୟାଟି 9 ର କୌଣସି ଗୁଣିତକ ଠାରୁ 19 ଅଧିକ । ପୁଣି ଅଙ୍କ 1 ଓ 9କୁ ଯୋଗକଲେ ଆମେ $1 + 9 = 10$ ପାଇବା ।

ବର୍ତ୍ତମାନ କହିପାରିବା ଯେ 7309, 9ର ଏକ ଗୁଣିତକ ଠାରୁ 10 ବେଶୀ । ଏହି ସୋପାନକୁ ପୁନରାବୃତ୍ତି କରି, ଆମେ ଭାଗଶେଷ $1 + 0 = 1$ ପାଇବା, ଅର୍ଥାତ୍, 7309, 9ର ଏକ ଗୁଣିତକ ଠାରୁ 1 ବେଶୀ, ତେଣୁ $7309 \div 9$ ର ଭାଗଶେଷ 1 ।

ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟାର ଅଙ୍କମାନଙ୍କର ସମଷ୍ଟି 9 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ହେଲେ, ସଂଖ୍ୟାଟି 9 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ହେବ । ଆମେ ମଧ୍ୟ, ଏକକ ଅଙ୍କ ପାଇବା ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ସଂଖ୍ୟାର ଅଙ୍କଗୁଡ଼ିକୁ ବାରମ୍ବାର ଯୋଗ କରିପାରିବା । ସଂଖ୍ୟାକୁ 9 ଦ୍ୱାରା ଭାଗକଲେ ଏହି ଏକକ ଅଙ୍କଟି ହିଁ ଭାଗଶେଷ ରହିବ ।

? ନିମ୍ନଲିଖିତ ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାକ୍ୟକୁ ପଢ଼ି କେଉଁଗୁଡ଼ିକ ଠିକ୍ ଓ କାହିଁକି ଠିକ୍ କୁହ ?

(i) ଯଦି ଏକ ସଂଖ୍ୟା 9 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ, ତେବେ ଏହାର ଅଙ୍କଗୁଡ଼ିକର ଯୋଗଫଳ 9 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ।

(ii) ଯଦି ଏକ ସଂଖ୍ୟାର ଅଙ୍କମାନଙ୍କର ସମଷ୍ଟି 9 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ, ତେବେ ସଂଖ୍ୟାଟି 9 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ।

(iii) ଯଦି ଏକ ସଂଖ୍ୟା 9 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ନୁହେଁ, ତେବେ ଏହାର ଅଙ୍କମାନଙ୍କର ସମଷ୍ଟି 9 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ନୁହେଁ ।

(iv) ଯଦି ଏକ ସଂଖ୍ୟାର ଅଙ୍କମାନଙ୍କର ସମଷ୍ଟି 9 ଦ୍ୱାରା ଅବିଭାଜ୍ୟ, ତେବେ ସଂଖ୍ୟାଟି ମଧ୍ୟ 9 ଦ୍ୱାରା ଅବିଭାଜ୍ୟ ।

ଗଣିତ ଶିଖିବା କେବଳ କିଛି ସଂକ୍ଷିପ୍ତ ଉପାୟ ଜାଣିବା ଏବଂ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଅନୁସରଣ କରିବା ନୁହେଁ ବରଂ କାହିଁକି ଏହା କାର୍ଯ୍ୟକରେ, ତାହା ବୁଝିବା ।

? ନିଜେ କରି ଦେଖ

1. ଭାଗକ୍ରିୟା ନ କରି, ନିମ୍ନଲିଖିତ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ 9 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ କି ନୁହେଁ, ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର :

   (i) 123 (ii) 405 (iii) 8888 (iv) 93547 (v) 358095

2. ଅଯୁଗ୍ମ ଅଙ୍କ ନଥିବା 9ର କ୍ଷୁଦ୍ରତମ ଗୁଣିତକ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।
3. 6000ର ନିକଟତମ କେଉଁ ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟା 9ର ଗୁଣିତକ ନିରୂପଣ କର ।
4. 4300 ଏବଂ 4400 ମଧ୍ୟରେ 9 ର କେତୋଟି ଗୁଣିତକ ଅଛନ୍ତି ?

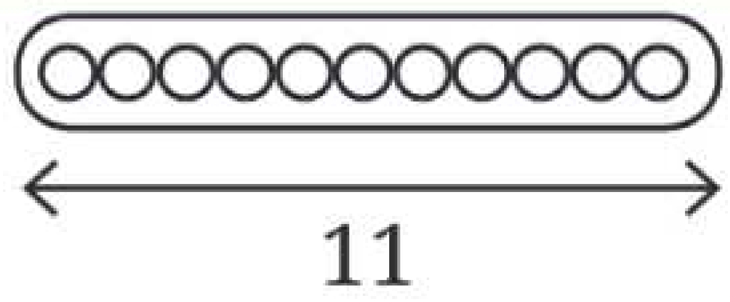
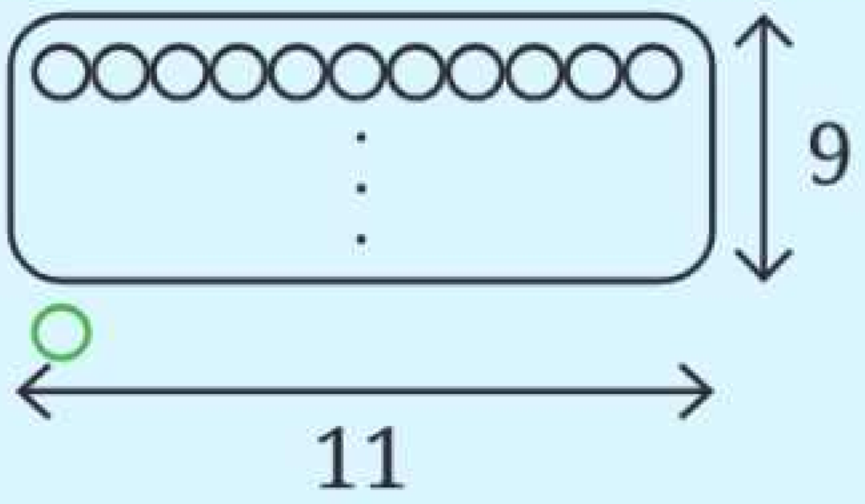
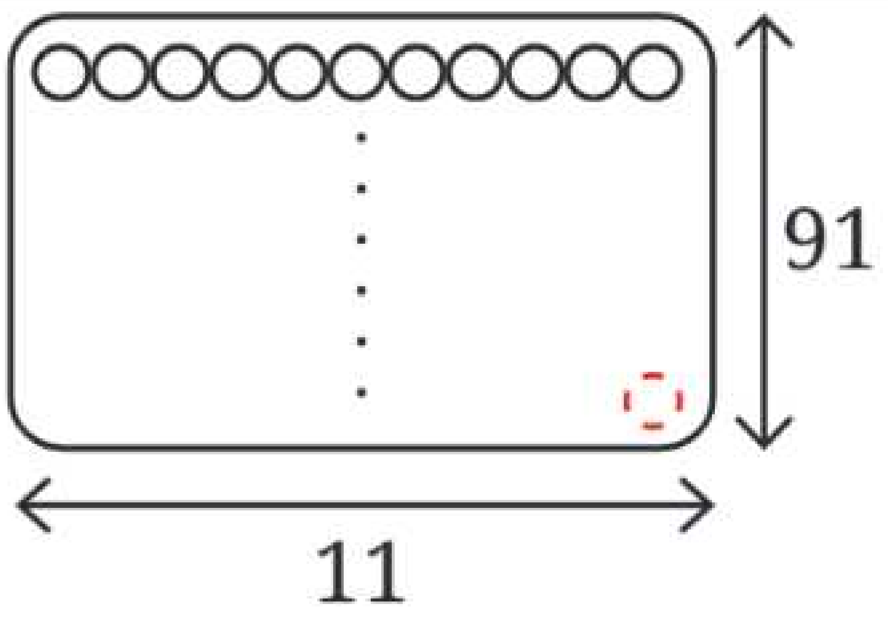
3 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ ପାଇଁ ସହଜ ଉପାୟ :

ଆମେ ଜାଣୁ 9ର ସମସ୍ତ ଗୁଣିତକ, 3ର ମଧ୍ୟ ଗୁଣିତକ ଅଟନ୍ତି । ଅର୍ଥାତ୍ ଯଦି ଏକ ସଂଖ୍ୟା 9 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ, ତେବେ ଏହା 3 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ହେବ । ତଥାପି କିଛି ସଂଖ୍ୟା 3 ର ଅନ୍ୟ ଗୁଣିତକ ଅଟନ୍ତି ଯାହା 9ର ଗୁଣିତକ ନୁହନ୍ତି, ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ– 15, 33 ଓ 87 ।

? **3** ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟତା ଜାଣିବା ପାଇଁ ସଂକ୍ଷିପ୍ତ ଉପାୟ, 9 ପାଇଁ ଥିବା ପଦ୍ଧତି ସହ ସମାନ । ଯଦି ଏକ ସଂଖ୍ୟାର ଅଙ୍କମାନଙ୍କ ସମଷ୍ଟି 3 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ତେବେ ସଂଖ୍ୟାଟି 3 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ । 10ର ଘାତକୁ 3 ଦ୍ୱାରା ଭାଗକଲେ ରହୁଥିବା ଭାଗଶେଷକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟକର । ଏହି ପଦ୍ଧତି କାହିଁକି କାର୍ଯ୍ୟକରେ ବୁଝାଅ ।

11 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ ପାଇଁ ଏକ ସଂକ୍ଷିପ୍ତ ଉପାୟ :

11 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ ପାଇଁ ସଂକ୍ଷିପ୍ତ ଉପାୟ ମଧ୍ୟ ସ୍ଥାନୀୟ ମୂଲ୍ୟ ସହିତ ଭାଗଶେଷଗୁଡ଼ିକୁ ଯାଞ୍ଚ କରିବା ଉପରେ ଆଧାରିତ । ଆସ ଦେଖିବା ଏହା କିପରି ହୋଇଥାଏ ।

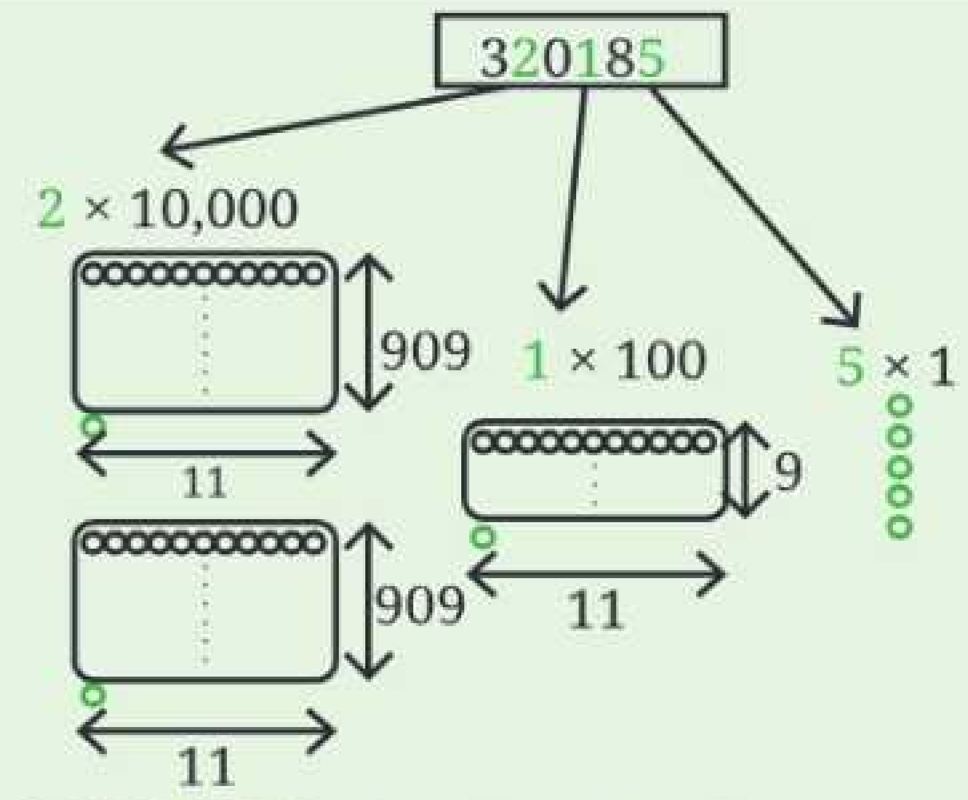
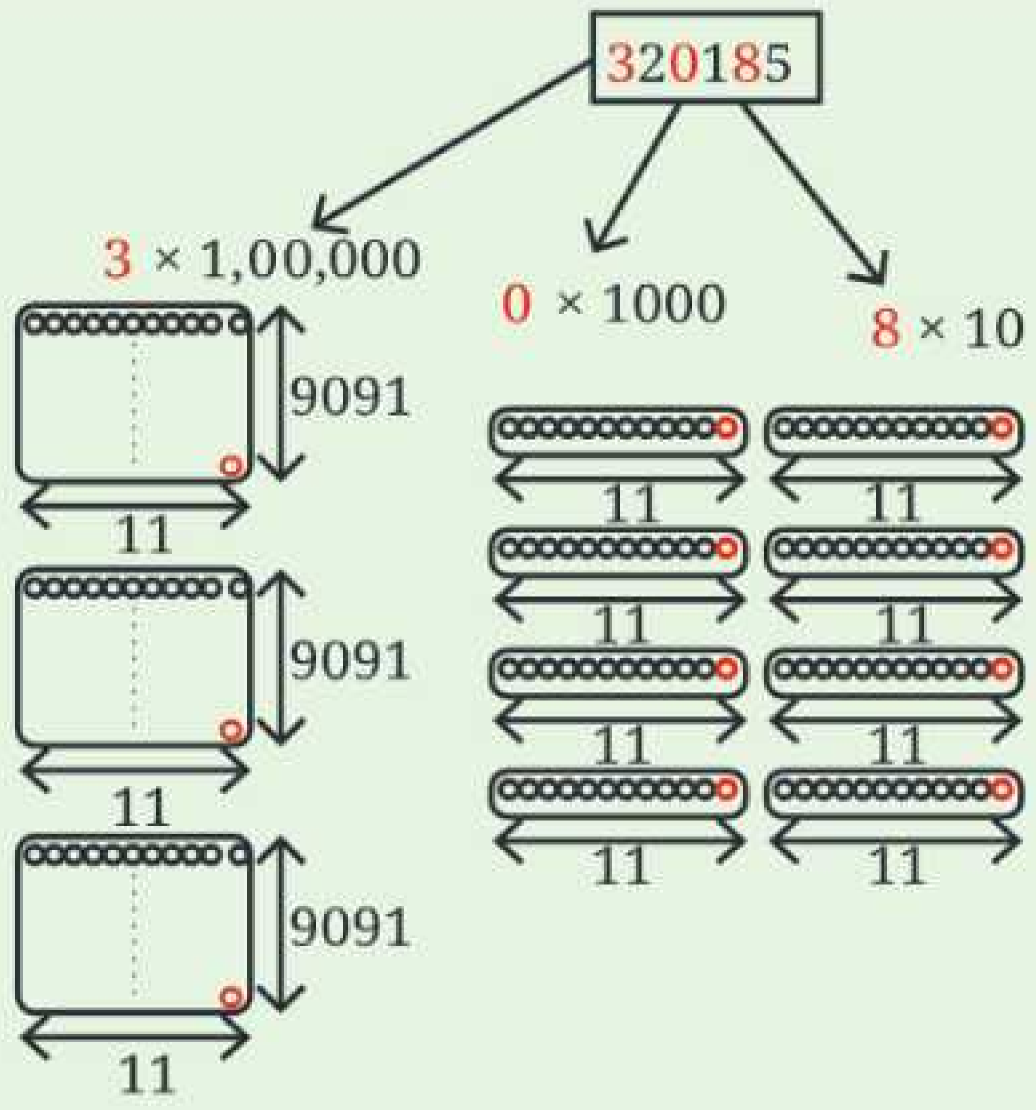
ଏକକ ସ୍ଥାନ (1)	$11 \times 0 = 0$ $1 = 11 \times 0 + \mathbf{1}$	1 ହେଉଛି 11ର ଏକ ଗୁଣିତକ ଠାରୁ 1 ଅଧିକ ।	
ଦଶକ ସ୍ଥାନ (10)	$11 \times 1 = 11$ $10 = 11 \times 1 - \mathbf{1}$	10 ହେଉଛି 11ର ଏକ ଗୁଣିତକ ଠାରୁ 1 କମ୍ ।	
ଶତକ ସ୍ଥାନ (100)	$11 \times 9 = 99$ $100 = 11 \times 9 + \mathbf{1}$	100 ହେଉଛି 11ର ଏକ ଗୁଣିତକ ଠାରୁ 1 ଅଧିକ ।	
ହଜାର ସ୍ଥାନ (1000)	$11 \times 91 = 1001$ $1000 = 11 \times 91 - \mathbf{1}$	1000 ହେଉଛି 11ର ଏକ ଗୁଣିତକଠାରୁ 1 କମ୍ ।	
⋮	⋮	⋮	⋮

11 ଠାରୁ 1 ଅଧିକ ଏବଂ 11 ଠାରୁ 1 କମ୍, ଏହି କ୍ରମ ଉଚ୍ଚତର ସ୍ଥାନୀୟ ମାନ ପାଇଁ ମଧ୍ୟ ବଳବତ୍ତର ରହିଛି । ଯେହେତୁ 400ରେ 4 ଶହ ରହିଛି, 400 ହେଉଛି 11ର ଏକ ଗୁଣିତକ ଠାରୁ 4 ଅଧିକ $(396 + 4)$ । ଯେହେତୁ 60ରେ 6 ଦଶ ରହିଛି, 60 ହେଉଛି 11ର ଏକ ଗୁଣିତକ ଠାରୁ 6 କମ୍ $(66 - 6)$ । ଯେହେତୁ 2ରେ 2 ଏକକ ରହିଛି, 2 ହେଉଛି 11ର ଏକ ଗୁଣିତକ ଠାରୁ 2 ଅଧିକ, ଅର୍ଥାତ୍ $2 = (0 + 2)$ ।

? ଏହି ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣଗୁଡ଼ିକୁ ବ୍ୟବହାର କରି ତମେ କହିପାରିବ କି 462 ସଂଖ୍ୟାଟି 11 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ କି ନୁହେଁ ? ଗାଣିତିକ୍ କଥାବାର୍ତ୍ତା

? 11 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟତା ଯାଞ୍ଚ କରିବା ପାଇଁ ଏକ ସାଧାରଣ ପଦ୍ଧତି କିମ୍ବା ସଂକ୍ଷିପ୍ତ ପଦ୍ଧତି କ'ଣ ହୋଇପାରେ । ଗାଣିତିକ୍ କଥାବାର୍ତ୍ତା

ଆମେ ଦେଖିଲୁ ଯେ ସ୍ଥାନୀୟମାନଗୁଡ଼ିକ 11ର ଗୁଣିତକରୁ 1 ଅଧିକ ଓ 1 କମ୍ ହୋଇ କ୍ରମାନ୍ୱୟରେ ପରିବର୍ତ୍ତନ ହୁଏ । ଏହି ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣକୁ ବ୍ୟବହାର କରି

ସୋପାନ	ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ	320185 ପାଇଁ ଉଦାହରଣ
1. ଯେଉଁ ସ୍ଥାନୀୟମାନଗୁଡ଼ିକ 11ର ଗୁଣିତକରୁ 1 ଅଧିକ ସେହି ସ୍ଥାନୀୟମାନରେ ଥିବା ଅଙ୍କଗୁଡ଼ିକୁ ଯୋଗ କର, ଅର୍ଥାତ୍ 1, 100, 10,000 ଆଦି ସହ ସଂପୃକ୍ତ ସ୍ଥାନୀୟମାନ ।	ଏହି ସ୍ଥାନୀୟମାନଗୁଡ଼ିକ 11ର ଗୁଣିତକ ଅପେକ୍ଷା କେତେ ଅଧିକ ଜାଣିବା ପାଇଁ	 ମୋଟ ଅଧିକ 2 + 1 + 5 = 8
2. ଯେଉଁ ସ୍ଥାନୀୟମାନଗୁଡ଼ିକ 11ର ଗୁଣିତକରୁ 1 କମ୍, ସେହି ସ୍ଥାନୀୟମାନରେ ଥିବା ଅଙ୍କଗୁଡ଼ିକୁ ଯୋଗକର, ଅର୍ଥାତ୍ 10, 1000, 100000 ଆଦି ସହିତ ସମ୍ବନ୍ଧିତ ସ୍ଥାନୀୟମାନ ଗୁଡ଼ିକ ।	ଏହି ସ୍ଥାନୀୟମାନଗୁଡ଼ିକ 11ର ଗୁଣିତକ ଅପେକ୍ଷା କେତେ କମ୍ ଅଛି, ତାହା ଜାଣିବାପାଇଁ	 ମୋଟ କମ୍ 3 + 0 + 8 = 11
3. ଏହି ଦୁଇଟି ଯୋଗଫଳ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ପାର୍ଥକ୍ୟ କଳନା କର, ଅର୍ଥାତ୍ (ଅଧିକ ସଂଖ୍ୟା) – (କମ୍ ସଂଖ୍ୟା)	11 ଦ୍ୱାରା ଭାଗକଲେ ଭାଗଶେଷ କେତେ ରହିଲା ତାହା ଜାଣିବା ପାଇଁ	 ମୋଟ କମ୍ 8 – 11 = – 3 (11 ର ଗୁଣିତକରୁ 3 କମ୍

ଏହି ଦୁଇ ଯୋଗଫଳ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ପାର୍ଥକ୍ୟ 8 – 11 = –3, ଏହା ସୂଚାଏ ଯେ, 320185 ସଂଖ୍ୟାଟି 11ର ଗୁଣିତକରୁ 3 କମ୍ କିମ୍ବା 8 ଅଧିକ ।

? ଯଦି ଏହି ପାର୍ଥକ୍ୟ 11 କିମ୍ବା 11ର ଗୁଣିତକ ହୁଏ, ତେବେ 11 ଦ୍ୱାରା ସଂଖ୍ୟାଟିକୁ ଭାଗକଲେ, ତାହା ଭାଗଶେଷ ସଂପର୍କରେ କ'ଣ ସୂଚାଇଥାଏ ?

? ଏହି ସଂକ୍ଷିପ୍ତ ଉପାୟ ବ୍ୟବହାର କରି, ନିମ୍ନଲିଖିତ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ 11 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଗ୍ୟ କି ନୁହେଁ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । ଯଦି ସଂଖ୍ୟାଟି 11 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ନୁହେଁ ତେବେ ଭାଗଶେଷ କେତେ ରହିବ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(i) 158 (ii) 841 (iii) 481 (iv) 5529 (v) 90904 (vi) 857076

ନିମ୍ନଲିଖିତ ପ୍ରକ୍ରିୟାକୁ ଦେଖ–

ଅନୁସୃତ ସୋପାନ	328105 ପାଇଁ ଉଦାହରଣ
1. ପ୍ରତ୍ୟେକ ଅଙ୍କ ପୂର୍ବରୁ, ଏକକ ଅଙ୍କରୁ ଆରମ୍ଭ କରି କ୍ରମିକ ଭାବରେ '+' ଏବଂ '–' ଚିହ୍ନ ଦିଅ ।	$-3+2-8+1-0+5$
2. ପରିପ୍ରକାଶଟିର ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।	$-3+2-8+1-0+5=-3$
3. ଏହାର ଫଳାଫଳ, ସଂଖ୍ୟାଟିକୁ 11 ଦ୍ୱାରା ଭାଗକଲେ ମିଳୁଥିବା ଭାଗଶେଷକୁ ସୂଚିତ କରେ।	328105 ସଂଖ୍ୟାଟି 11ର ଗୁଣିତକ ଠାରୁ 3 କମ୍ ବା 8 ଅଧିକ ।

? ଏହାର ପଦ୍ଧତିଟି ଆମେ ଠିକ୍ ପୂର୍ବରୁ ଦେଖିଥିବା ପଦ୍ଧତି ସହିତ ସାମନ ବା ଭିନ୍ନ କୁହ ?

? ନିମ୍ନ ସାରଣୀଟିକୁ ପୂରଣ କର । ଏହା ଶୀଘ୍ର କରିବାପାଇଁ ଏକ ଉପାୟ ବାହାର କର ।

ଗାଣିତିକ୍ କଥାବାର୍ତ୍ତା

ସଂଖ୍ୟା	2	3	4	5	6	8	9	10	11
128	ହଁ	ନା	ନା	ନା	ନା	ହଁ	ନା	ନା	ନା
990									
1586									
275									
6686									
639210									
429714									
2856									
3060									
406839									

ବିଭାଜ୍ୟତାର ସଂକ୍ଷିପ୍ତ ଉପାୟ ଉପରେ ବିଶେଷ ଆଲୋଚନା

ଅନ୍ୟ ସଂଖ୍ୟା ପାଇଁ ବିଭାଜ୍ୟତାର ସଂକ୍ଷିପ୍ତ ଉପାୟ

? ଏକ ସଂଖ୍ୟା 6 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ କି ନୁହେଁ କିପରି ଜାଣିବା ?

? 6 ର ଗୁଣନୀୟକ 2 ଏବଂ 3 ଦ୍ୱାରା ଏହାର ବିଭାଜ୍ୟତା ଯାଞ୍ଚ କରିବା କାମ କରିପାରିବା ? 2 ଓ 3 ର ବିଭାଜ୍ୟତାର ସଂକ୍ଷିପ୍ତ ଉପାୟ ବ୍ୟବହାର କର ଏବଂ ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଖ୍ୟାକୁ 6 ଦ୍ୱାରା ଭାଗକରି– 38, 225, 186, 64 ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ପାଇଁ ଏହା ଯାଞ୍ଚକର ।

? 24 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟତା ଯାଞ୍ଚ କରିବା ବିଷୟରେ କ'ଣ ଭାବୁଛ ? ଏହାର ଗୁଣନୀୟକ 4 ଓ 6 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟତା ପରୀକ୍ଷା କଲେ ଏହା ହୋଇପାରିବ କି ? କାହିଁକି ହେବ ବା କାହିଁକି ହେବ ନାହିଁ ?

24 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟତା ନିର୍ଦ୍ଧାରଣ କରିବାପାଇଁ 4 ଓ 6 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟତା ଯାଞ୍ଚ ପଦ୍ଧତି ପ୍ରଯୁଜ୍ୟ ହୁଏ ନାହିଁ । ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ 12 ଉଭୟ 4 ଓ 6 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ, କିନ୍ତୁ 24 ଦ୍ୱାରା ନୁହେଁ ।

24 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟତା ଯାଞ୍ଚ କରିବାପାଇଁ ଆମେ ଏହା ବଦଳରେ 3 ଏବଂ 8 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟତା ଯାଞ୍ଚ କରିପାରିବା ।

ମୌଳିକ ଉତ୍ପାଦକୀକରଣ ବ୍ୟବହାର କରି ବ୍ୟାଖ୍ୟା କର କାହିଁକି 3 ଏବଂ 8 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟତା ଯାଞ୍ଚ କରିବା, 24 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟତା ଯାଞ୍ଚ କରିବା ପାଇଁ ପ୍ରଯୁଜ୍ୟ, କିନ୍ତୁ 4 ଓ 6 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟତା ଯାଞ୍ଚ କରିବା, 24 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟତା ଯାଞ୍ଚ କରିବା ପାଇଁ ଯଥେଷ୍ଟ ନୁହେଁ ।

100 ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଏବଂ 100ରୁ ଅଧିକ ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଖ୍ୟା ନିମନ୍ତେ ବିଭାଜ୍ୟତା ଯାଞ୍ଚ କରିବାପାଇଁ ଏପରି କିଛି ସଂକ୍ଷିପ୍ତ ଉପାୟ ଅଛି । ଉଚ୍ଚଶ୍ରେଣୀରେ କିଛି ଅଧିକ ଧାରଣା ପାଇବାପରେ ତୁମେ ଏଗୁଡ଼ିକ କିପରି କାମ କରେ ବୁଝିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କରିପାରିବ ।

ସାଂଖିକ ମୂଳ (ବୀଜାଙ୍କ) (Digital roots) :

ଏକ ସଂଖ୍ୟା ନିଅ । ଏକକ ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା ମିଳିବା ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଏହାର ଅଙ୍କମାନଙ୍କୁ ବାରମ୍ବାର ଯୋଗ କର । ଏହି ଏକକ ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟାକୁ ପ୍ରଥମ ସଂଖ୍ୟାଟିର ସାଂଖିକ ମୂଳ (ବୀଜାଙ୍କ) କୁହାଯାଏ । ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ 489710ର ସାଂଖିକ ମୂଳ 2 ହେବ ($4+8+9+7+1+0=29,\ 2+9=11, 1+1=2$)

? ଏହି ସାଂଖିକ ମୂଳର ଧର୍ମ କ'ଣ ହୋଇଥିବ ବୋଲି ତୁମେ ଭାବୁଛ ? ମନେପକାଅ ଯେ ଆମେ 9 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟତାର ସଂକ୍ଷିପ୍ତ ପ୍ରଣାଳୀ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ସମୟରେ ଏହା କରିଥିଲେ ।

? 600 ଏବଂ 700 ମଧ୍ୟରେ, କେଉଁ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକର ସାଂଖିକ ମୂଳ :

ଗାଣିତିକ୍ କଥାବାର୍ତ୍ତା

(i) 5 (ii) 7 (iii) 3

? ଯେକୌଣସି 12 ଟି କ୍ରମିକ ସଂଖ୍ୟାର ସାଂଖିକ ମୂଳ ଲେଖ । ତୁମେ କ'ଣ ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣ କରୁଛ ? ଆମେ ଦେଖିଲୁ ଯେ 9ର ଗୁଣିତକର ସାଂଖିକ ମୂଳ ସର୍ବଦା 9 ହୁଏ । ବର୍ତ୍ତମାନ (i) 3, (ii) 4 ଏବଂ (iii) 6 ର କିଛି କ୍ରମିକ ଗୁଣିତକର ସାଂଖିକ ମୂଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

? 6 ର ଗୁଣିତକଠାରୁ 1 ଅଧିକ ଥିବା ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକର ସାଂଖିକ ମୂଳ କ'ଣ ? ତୁମେ କ'ଣ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରୁଛ ?

ଦିଆଯାଇଥିବା ସଂରଚନା ଗୁଡ଼ିକୁ ବୁଝାଇବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କର ।

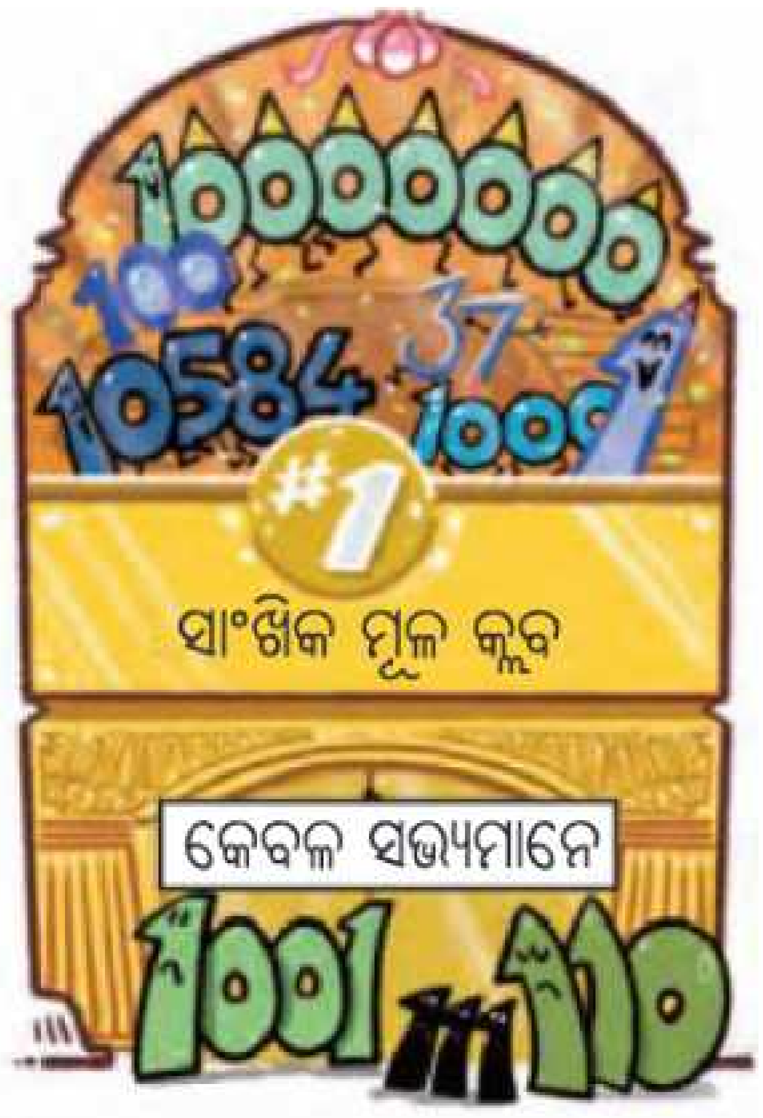
? ମୁଁ ପ୍ରତ୍ୟେକ କ୍ଷୁଦ୍ରତମ ଏବଂ ଅଯୁଗ୍ମ ଅଙ୍କମାନଙ୍କୁ ନେଇ ଗଠିତ ମୂଳ #1 ସହିତ କୌଣସି ଆବର୍ଣ୍ଣିତ ଆଧାର ନ ଥିବା କେତେ ବିଚିତ୍ର !

ମୋର ଅଙ୍କଗୁଡ଼ିକ ଗଣାଯାଏ, ସେମାନଙ୍କର ସମଷ୍ଟି, ମୋର ମୂଳ ।

ସମସ୍ତେ ବଡ଼ ଅକ୍ଷରରେ ଲେଖାଯାଇଥିବା ସଂଖ୍ୟାଆଡ଼କୁ ସୂଚିତ କରନ୍ତି ।

ସର୍ବବୃହତ୍ ଅଯୁଗ୍ମ ଏକକ ଅଙ୍କ, ଯାହାକୁ ମୁଁ ଗର୍ବର ସହ ଦାବି କରେ ।

ମୋର ସଂଖ୍ୟାଟି କ'ଣ ? ମୋର ନାମ କ'ଣ ?



ଆର୍ଯ୍ୟଭଟ୍ଟ ଦ୍ୱିତୀୟଙ୍କ (950 ଖ୍ରୀଷ୍ଟାବ୍ଦ) ରଚିତ 'ମହାସିଦ୍ଧାନ୍ତରେ', ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟାର ଅଙ୍କମାନଙ୍କୁ ବାରମ୍ବାର ଯୋଗକରି ଏକକ ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା, ପାଇବା ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ସାଂଖ୍ୟିକମୂଳ ପାଇବାର ଗଣନା ପଦ୍ଧତି ଉଲ୍ଲେଖ କରାଯାଇଛି । ଏହି ପଦ୍ଧତି ପାଟୀଗଣିତରେ କରାଯାଇଥିବା ଗଣନାର ଯାଞ୍ଚ ପାଇଁ ବ୍ୟବହୃତ ହେଉଥିଲା ।

? ନିଜେ କରି ଦେଖ

1. ଏକ ଆଠ ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟାର ସାଂଖ୍ୟିକମୂଳ 5 । ସେହି ସଂଖ୍ୟାଠାରୁ 10 ଅଧିକ ସଂଖ୍ୟାର ସାଂଖ୍ୟିକ ମୂଳ କେତେ ?

2. ଯେକୌଣସି ସଂଖ୍ୟା ଲେଖ । ବାରମ୍ବାର 11 ଯୋଗକରି ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକର ଏକ କ୍ରମ ତିଆରି କର । ଏହି ସଂଖ୍ୟାକ୍ରମର ସାଂଖିକମୂଳ କେତେ ହେବ ?

   ଗାଣିତିକ୍ କଥାବାର୍ତ୍ତା

   ତୁମେ ଯାହା ଲକ୍ଷ୍ୟ କଲ ଆଲୋଚନା କର:

3. $9a + 36b + 13$ ସଂଖ୍ୟାଟିର ସାଂଖ୍ୟିକ ମୂଳ କେତେ ?

4. ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ଉକ୍ତିଗୁଡ଼ିକରେ କୌଣସି ସଂରଚନା ବା ସମ୍ପର୍କ ଥିଲେ, ତାହା ପରୀକ୍ଷା କରି ଅନୁମାନ କର ।

   (i) ଏକ ସଂଖ୍ୟାର ସମାନତା (parity) ଏବଂ ସାଂଖ୍ୟିକ ମୂଳ

   (ii) ଏକ ସଂଖ୍ୟାର ସାଂଖ୍ୟିକ ମୂଳ ଏବଂ ସଂଖ୍ୟାକୁ 3 କିମ୍ବା 9 ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କଲେ ପ୍ରାପ୍ତ ଭାଗଶେଷ

5.3 ଛଦ୍ମବେଶରେ ଅଙ୍କ

ଗତବର୍ଷ, ଆମେ କ୍ରିପ୍ଟାରିଥମସ୍ ଦେଖିଥିଲେ । ଏହା ଏପରି ପ୍ରହେଳି ଯେଉଁଥିରେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଅକ୍ଷର ଏକ ଅଙ୍କକୁ ସୂଚାଏ, ପ୍ରତ୍ୟେକ ଅଙ୍କକୁ ଅଧିକତମ ଗୋଟିଏ ଅକ୍ଷର ଦ୍ୱାରା ସୂଚାଯାଏ, ଏବଂ ଏକ ସଂଖ୍ୟାର ପ୍ରଥମ ଅଙ୍କଟି କେବେବି 0 ହୁଏ ନାହିଁ ।

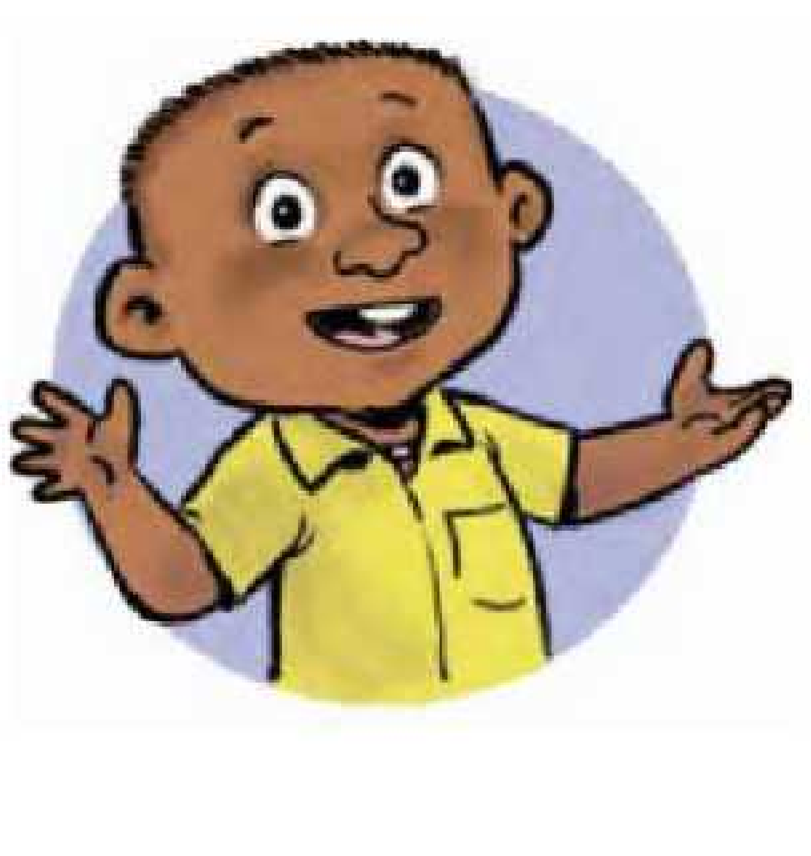
? ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଥିବା କ୍ରିପ୍ଟାରିଥମ୍‌ସକୁ ସମାଧାନ କର ।

$$\text{(i)}\ \begin{array}{r} A1 \\ +\ 1B \\ \hline B0 \end{array} \qquad \text{(ii)}\ \begin{array}{r} AB \\ +\ 37 \\ \hline 6A \end{array} \qquad \text{(iii)}\ \begin{array}{r} ON \\ ON \\ +\ ON \\ \hline PO \end{array} \qquad \text{(iv)}\ \begin{array}{r} QR \\ QR \\ +\ QR \\ \hline PRR \end{array}$$

ବର୍ତ୍ତମାନ ଆମେ ଗୁଣନ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ କିଛି କ୍ରିପ୍ଟାରିଥମ୍‌ସ ସମାଧାନ କରିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କରିବା ।

? (v) $PQ \times 8 = RS$

ଆଦି କହିଲା ''ଓଃ, ଏହାର ଅର୍ଥ ହେଉଛି ଏକ 2-ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟାକୁ 8 ଦ୍ୱାରା ଗୁଣିଲେ, ଆଉ ଏକ ଦୁଇ ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା ମିଳିବା ଉଚିତ୍ । ମୁଁ ଜାଣେ $10 \times 8 = 80$ । କିନ୍ତୁ 10 ଓ 80 ର ଏକକ ଅଙ୍କ ସମାନ, ଯାହା ଆମେ ଚାହୁଁନାହୁଁ । ସେହି କାରଣରୁ PQ, 11 ହୋଇପାରିବ ନାହିଁ କାରଣ P ଓ Q ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ଅଙ୍କକୁ ସୂଚିତ କରେ । $12 \times 8 = 96$ ସମସ୍ତ ସର୍ତ୍ତକୁ ପୂରଣ କରେ ।'' PQ = 13 ହୋଇପାରିବ କି ? ଚିନ୍ତା କର ।



ଏହା ସମ୍ଭବ ନୁହେଁ କାରଣ $13 \times 8 = 104$ । 12 ଠାରୁ ବୃହତ୍ତର ସମସ୍ତ ଦୁଇ ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟାକୁ 8ରେ ଗୁଣିଲେ 3 ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା ମିଳିଥାଏ ।

? (vi) ଏବେ ଏହାକୁ ଚେଷ୍ଟା କର; $GH \times H = 9K$

ଏହାର ଅର୍ଥ ଗୋଟିଏ ଦୁଇ ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଗୋଟିଏ ଏକ ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ଗୁଣନ କଲେ 9 ଦଶକରେ ଆଉ ଗୋଟିଏ ଦୁଇ ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା ମିଳେ । ଏହି କ୍ରିପ୍ଟାରିଥମ୍‌ରେ ଏକକ ସ୍ଥାନରେ ଥିବା ଅକ୍ଷର ଗୁଡ଼ିକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର । ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ବିକଳ୍ପ ମଧ୍ୟରୁ ଏହି ପ୍ରଶ୍ନର ସମାଧାନ ଖୋଜ ।

$11 \times 9 = 99, 12 \times 8 = 96, 46 \times 2 = 92, 24 \times 4 = 96$

$47 \times 2 = 94, 31 \times 3 = 93, 16 \times 6 = 96$

? ଆଉଥରେ ଚେଷ୍ଟା କର: $BYE \times 6 = RAY$

ଅଂଶୁ କହିଲା:- ''ଯେହେତୁ ଗୁଣଫଳ ଏକ 3- ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା, B 2 କିମ୍ବା ଅଧିକ ହୋଇପାରିବ ନାହିଁ । ଯଦି $B = 2$, ଅର୍ଥାତ୍ 2 ଶହ, ଗୁଣଫଳ 1200 ରୁ ଅଧିକ ହେବ । ତେଣୁ $B = 1$''

? ''Y'' ବିଷୟରେ ତୁମେ କ'ଣ କହିପାରିବ ? କେଉଁ ଅଙ୍କଗୁଡ଼ିକ Y ପାଇଁ ସମ୍ଭବ ବା ଅସମ୍ଭବ ?

''Y''ର ମୂଲ୍ୟ 7 କିମ୍ବା ତା'ଠାରୁ ବେଶୀ ହୋଇପାରିବ ନାହିଁ, କାରଣ ଯଦି Y=7, ତେବେ $170 \times 6=1020$, କିନ୍ତୁ ଗୁଣଫଳ 3 ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା ହେବା ଦରକାର । Y ମଧ୍ୟ ଗୋଟିଏ ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ହେବ ।

ଆମେ ସଂଖ୍ୟା ଏବଂ ପ୍ରକ୍ରିୟା ସହିତ ସଂପୃକ୍ତ ସଂରଚନା ଧର୍ମ ଓ ଯୁକ୍ତିକୁ ବ୍ୟବହାର କରି କ୍ରିପ୍ଟାରିଥମ୍‌ସର ସମାଧାନ କରିପାରିବା ।

? ସମାଧାନ କର:

(i)	$UT \times 3 = PUT$	(ii)	$AB \times 5 = BC$	(iii)	$L2N \times 2 = 2NP$
(iv)	$XY \times 4 = ZX$	(v)	$PP \times QQ = PRP$	(vi)	$JK \times 6 = KKK$

? ନିଜେ କରି ଦେଖ

1. ଯଦି 31z5, 9 ର ଗୋଟିଏ ଗୁଣିତକ ଏବଂ z ଗୋଟିଏ ଅଙ୍କ ହେଲେ, z ର ମୂଲ୍ୟ କେତେ ହେବ ? କାହିଁକି ଏହାର ଦୁଇଟି ଉତ୍ତର ଅଛି, ବୁଝାଅ ।
2. ଆଶୀଷ କହୁଛି, ''ମୁଁ ନେଇଥିବା ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟାକୁ 12 ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କଲେ ଭାଗଶେଷ ୪ ରହିଥାଏ । ମୁଁ 12ର ଗୁଣିତକ ଠାରୁ 4 କମ୍ ଥିବା ଆଉ ଏକ ସଂଖ୍ୟା ନିଏ । ଏହି ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗଫଳ ସର୍ବଦା ୪ ର ଗୋଟିଏ ଗୁଣିତକ ହେବ । ତା'ର ଉକ୍ତିକୁ ପରୀକ୍ଷା କର ଏବଂ ତୁମେ ନେଇଥିବା ସିଦ୍ଧାନ୍ତର ଯଥାର୍ଥତା ଦର୍ଶାଅ ।
3. କେତେବେଳେ 3 ର ଦୁଇଟି ଗୁଣିତକର ଯୋଗଫଳ, 6 ର ଗୋଟିଏ ଗୁଣିତକ ହେବ ଏବଂ କେତେବେଳେ ହେବ ନାହିଁ ? ସମସ୍ତ ସମ୍ଭାବ୍ୟ ପରିସ୍ଥିତିକୁ ବିଚାରକୁ ନେଇ ଏଥିପାଇଁ ସାଧାରଣ ସିଦ୍ଧାନ୍ତ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।
4. ଲିଲି କହୁଛି । ''ମୋ ପାଖରେ ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟା ଅଛି, ଯାହା 9 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ । ମୁଁ ସଂଖ୍ୟାଟିର ଅଙ୍କକୁ ଓଲଟାଇ ଦେଲେ ଏହା ମଧ୍ୟ 9 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ହେବ ।''

(i) 9ର ଯେକୌଣସି ଗୁଣିତକ ପାଇଁ ଏହି ଗାଣିତିକ ଅନୁମାନ କେତେଦୂର ଠିକ୍, ପରୀକ୍ଷା କର ।

(ii) ଅଙ୍କଗୁଡ଼ିକୁ ଯେକୌଣସି ସମ୍ଭାବ୍ୟ ପ୍ରକାରରେ ଓଲଟାଇ ଲେଖିଲେ 9 ର ଗୁଣିତକ ପାଇବା ସମ୍ଭବ ହେବ କି ?

5. ଯଦି 48a23b, 18ର ଗୋଟିଏ ଗୁଣିତକ ହୁଏ, ତେବେ a ଓ b ପାଇଁ ସମସ୍ତ ମୂଲ୍ୟ ଯୋଡ଼ା ଲେଖ ।

6. ଯଦି 3p7q8 ସଂଖ୍ୟାଟି 44 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ହୁଏ, p ଓ q ର ସମସ୍ତ ସମ୍ଭାବ୍ୟ ମୂଲ୍ୟର ଯୋଡ଼ିର ତାଲିକା କର ।

7. ତିନୋଟି କ୍ରମିକ ସଂଖ୍ୟା ଲେଖ, ଯେପରି ପ୍ରଥମ ସଂଖ୍ୟାଟି 2 ର ଗୁଣିତକ, ଦ୍ୱିତୀୟ ସଂଖ୍ୟାଟି 3 ର ଗୁଣିତକ ଓ ତୃତୀୟ ସଂଖ୍ୟାଟି 4 ର ଗୁଣିତକ ହୋଇଥିବ । ଚେଷ୍ଟା କର: ଏପରି ଆଉ ଅଧିକ କିଛି ସଂଖ୍ୟା ଅଛନ୍ତି କି ? ସେମାନେ କେତେଥର ରହିପାରନ୍ତି ?

ଚେଷ୍ଟା କର

8. 45,000 ଏବଂ 47,000 ମଧ୍ୟରେ 36 ର କେତୋଟି ଗୁଣିତକ ଅଛନ୍ତି, ଲେଖ । ତୁମେ ଅବଲମ୍ବନ କରିଥିବା ଉପାୟକୁ ନିଜ ଶ୍ରେଣୀରେ ଆଲୋଚନା କର ।

ଗାଣିତିକ୍ କଥାବାର୍ତ୍ତା

9. 5 ଟି କ୍ରମିକ ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାର ମଝି ସଂଖ୍ୟାଟି 5P ଅଟେ । P କୁ ଆଧାର କରି ଅନ୍ୟ ଚାରୋଟି ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାକୁ କ୍ରମାନ୍ୱୟରେ ଲେଖ ।

10. 15 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ 6 ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟା ଲେଖ, ଯେପରିକି ଅଙ୍କଗୁଡ଼ିକୁ ଓଲଟାଇ ଲେଖିଲେ ମିଳୁଥିବା ସଂଖ୍ୟା 6 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ହେବ ।

11. ଦୀପକ କହିଲା, 11 ର କିଛି ଗୁଣିତକ ଅଛି, ଯାହାର ଦୁଇଗୁଣ ମଧ୍ୟ 11 ର ଗୁଣିତକ ହେବେ । କିନ୍ତୁ 11 ର ଆଉ କିଛି ଗୁଣିତକ ଅଛନ୍ତି, ଯାହାର ଦୁଇଗୁଣ 11 ର ଗୁଣିତକ ନୁହଁନ୍ତି ।'' ପରୀକ୍ଷା କରି ଉକ୍ତିଟିର ସତ୍ୟତା ପ୍ରତିପାଦନ କର ।

12. ନିମ୍ନଲିଖିତ ଉକ୍ତିମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁଟି ''ସବୁବେଳେ ସତ'', କେଉଁଟି 'ବେଳେବେଳେ ସତ' ଓ କେଉଁଟି 'ଆଦୌ ସତ ନୁହେଁ' - କାରଣ ସହ ବୁଝାଅ ।

(i) 6 ର ଗୋଟିଏ ଗୁଣିତକ ଓ 3 ର ଗୋଟିଏ ଗୁଣିତକର ଗୁଣଫଳ 9 ର ଗୁଣିତକ ହେବ ।

(ii) ତିନୋଟି କ୍ରମିକ ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗଫଳ 6 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ହେବ ।

(iii) ଯଦି abcdef 6 ର ଗୋଟିଏ ଗୁଣିତକ, ତେବେ badcef 6 ର ଗୁଣିତକ ହେବ ।

(iv) $8(7b-3)-4(11b+1)$, 12 ର ଏକ ଗୁଣିତକ ଅଟେ ।

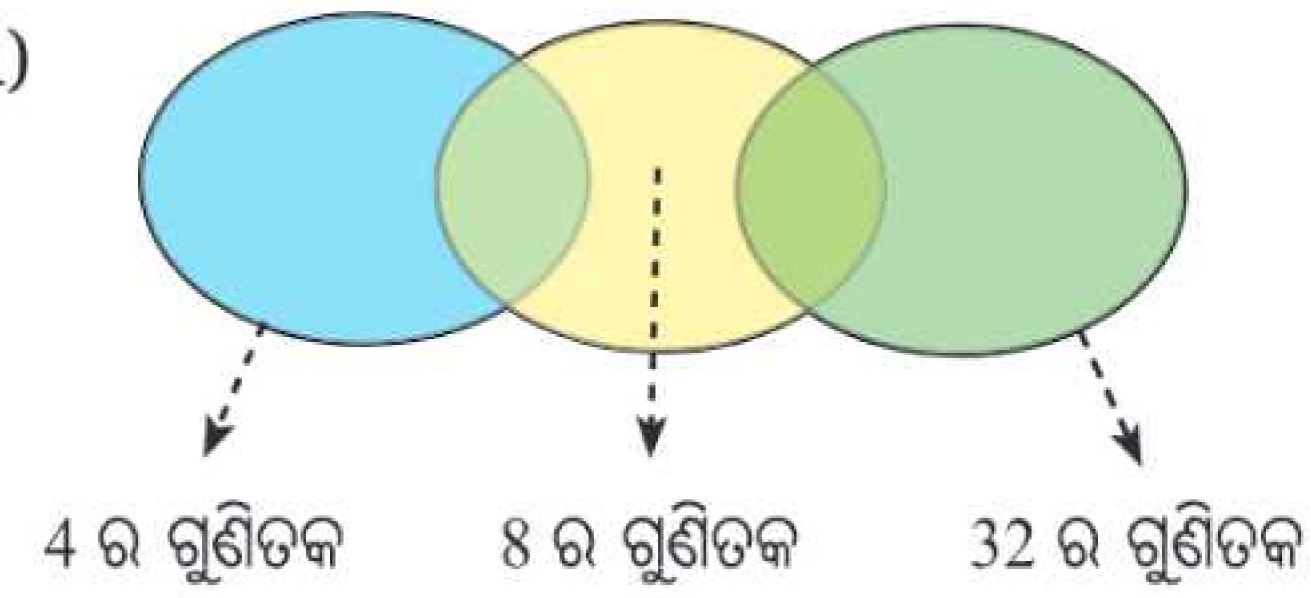
13. ଯେକୌଣସି 3 ଟି ସଂଖ୍ୟା ଲେଖ । ତାଙ୍କର ଯୋଗଫଳ କେଉଁ ପରିସ୍ଥିତିରେ 3 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ହେବ ? ସମସ୍ତ ସମ୍ଭାବ୍ୟ ପରିସ୍ଥିତିକୁ ଖୋଜି ବାହାର କର ଏବଂ ସିଦ୍ଧାନ୍ତ ଲେଖ ।

14. ଦୁଇଟି କ୍ରମିକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣଫଳ ସର୍ବଦା 2 ର ଗୁଣିତକ ହେବ କି ? କାହିଁକି ? ତିନୋଟି କ୍ରମିକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗଫଳ ବିଷୟରେ ତୁମର କ'ଣ ଧାରଣା ଅଛି ? ଏହା ସର୍ବଦା 6 ର ଗୁଣିତକ ହେବ କି ? କାହିଁକି ହେବ କିମ୍ବା କାହିଁକି ହେବ ନାହିଁ ? ଚାରୋଟି କ୍ରମିକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣଫଳକୁ ନେଇ ତୁମର ମତ କ'ଣ ରହିବ ? ପାଞ୍ଚୋଟି କ୍ରମିକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣଫଳକୁ ନେଇ ତୁମେ କ'ଣ କହିବ ?

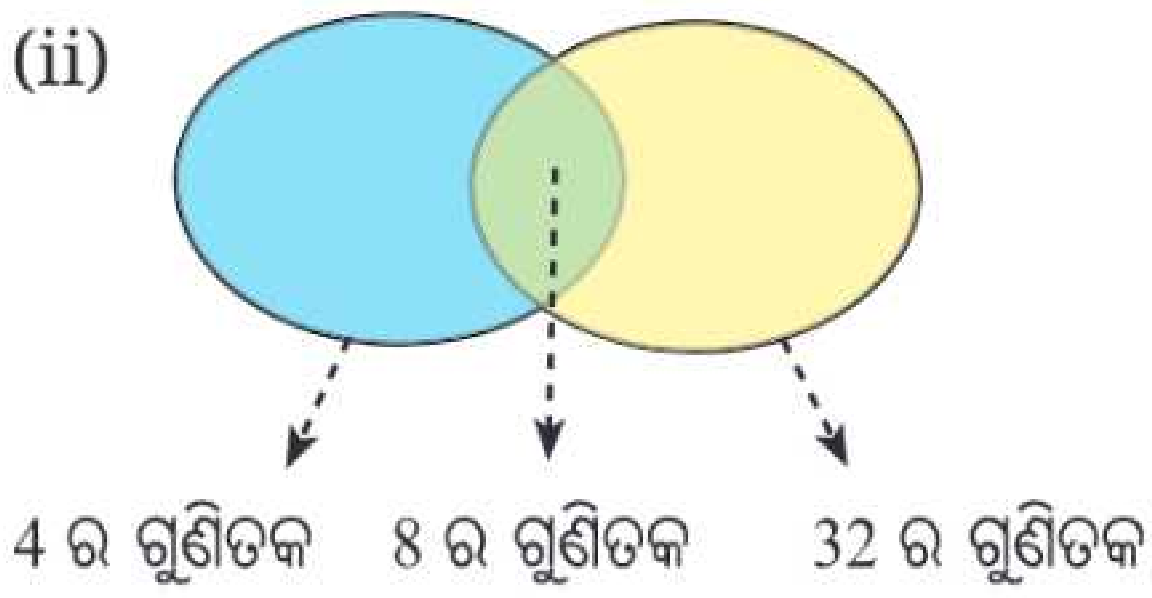
15. ନିମ୍ନଲିଖିତ କ୍ରିପ୍ଟାରିଥିମ୍‌ସକୁ ସମାଧାନ କର । (i) $EF \times E = GGG$ (ii) $WOW \times 5 = MEOW$

16. ନିମ୍ନଲିଖିତ ଭେନ୍ ଚିତ୍ରଗୁଡ଼ିକ (Venn diagram) ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁଟି 4, 8 ଓ 32 ର ଗୁଣିତକମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ସଂପର୍କକୁ ଦର୍ଶାଉଅଛି ?

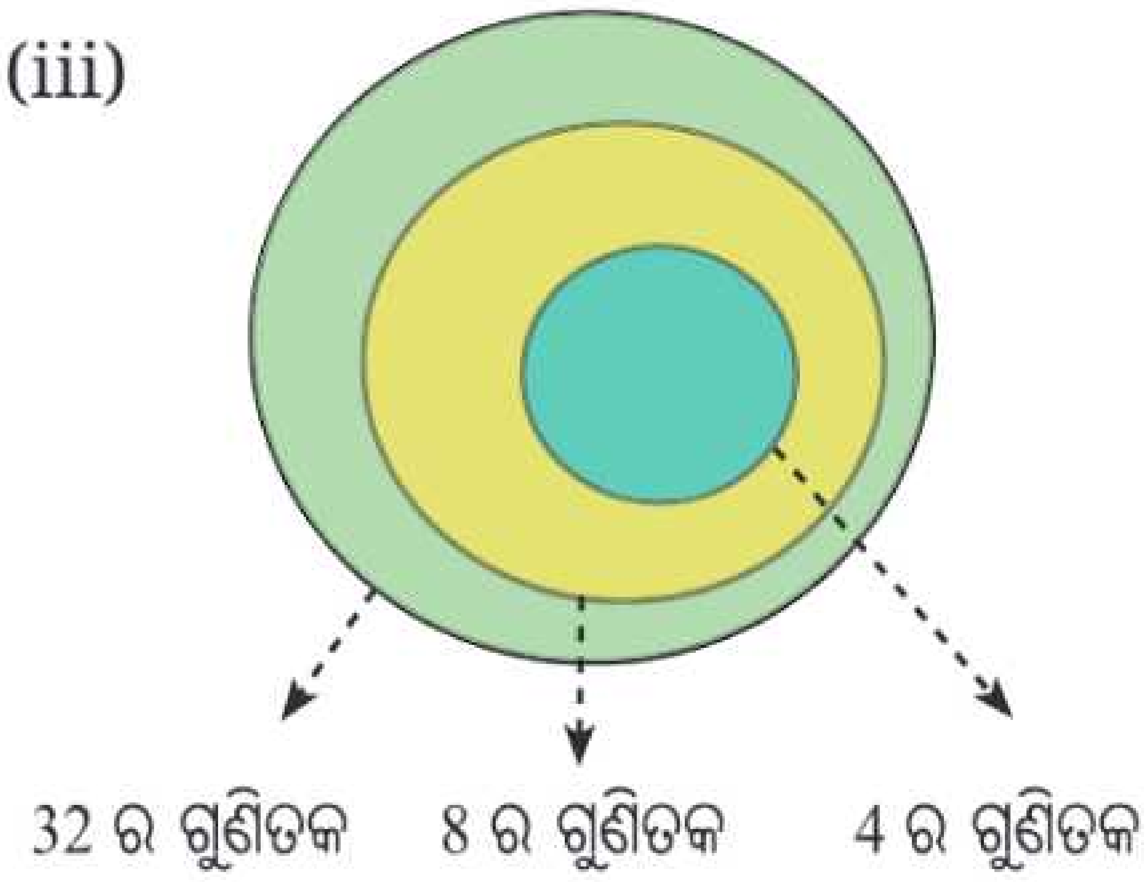
(i)



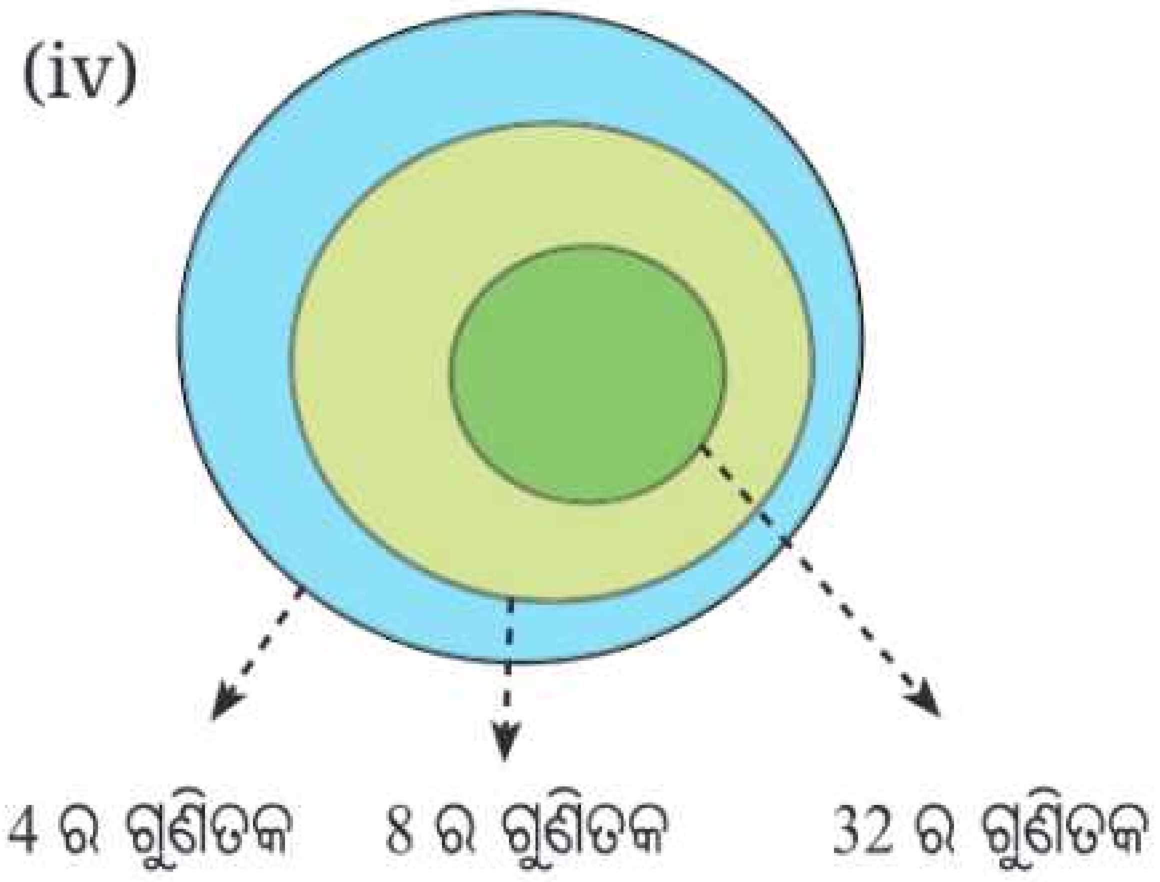
(ii)



(iii)



(iv)



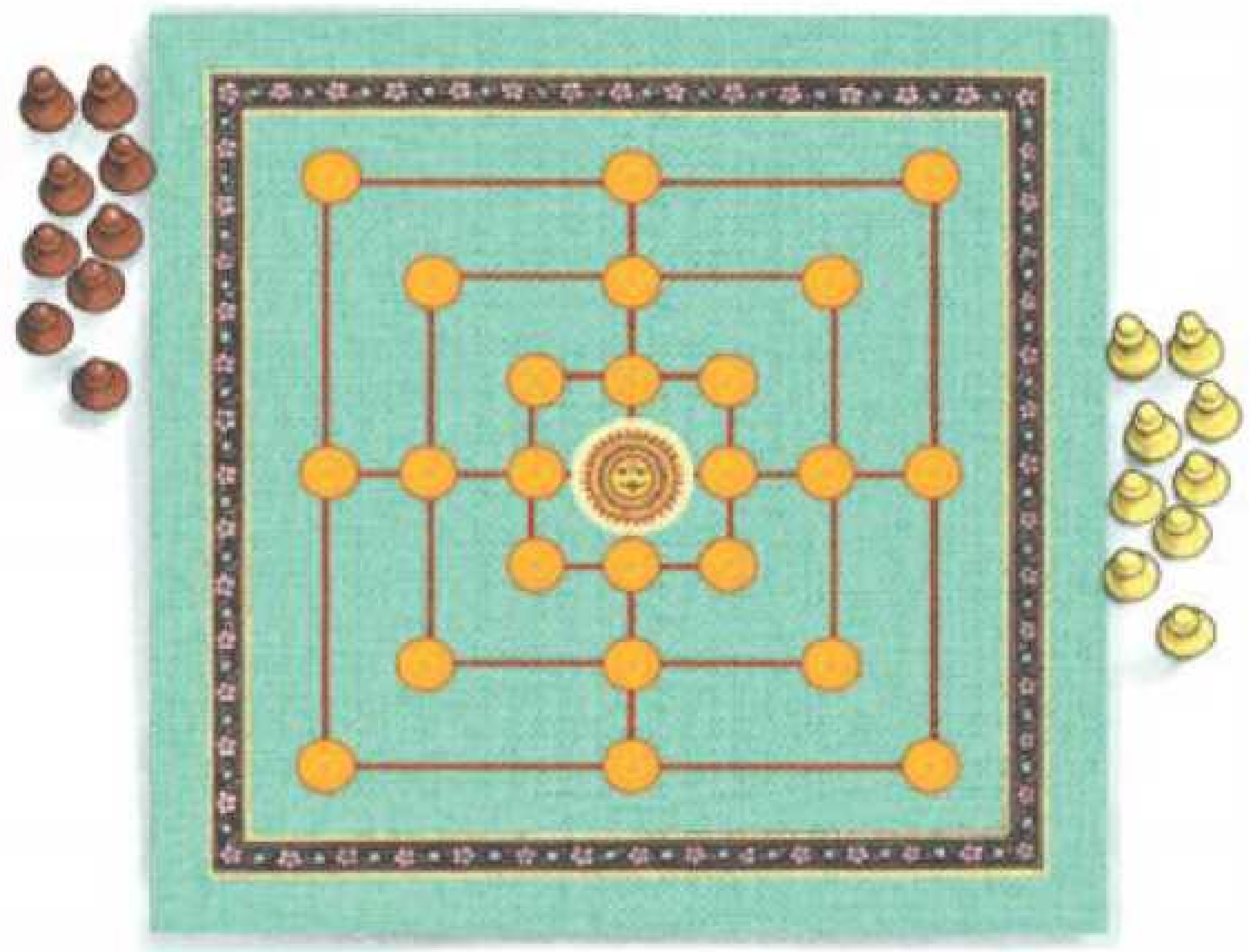
ଆମେ କ'ଣ ଶିଖିଲେ

- ଆମେ ବିଭାଜ୍ୟତାର ବିଭିନ୍ନ ଧର୍ମ ବିଷୟରେ ଅନୁସନ୍ଧାନ କଲୁ ଏବଂ ଶିଖିଲୁ –
    - ଯଦି 'a', b ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ, ତେବେ a ର ସମସ୍ତ ଗୁଣିତକ b ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ।
    - ଯଦି 'a', b ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ, ତେବେ a, b ର ସମସ୍ତ ଗୁଣନୀୟକ ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ।
    - ଯଦି 'm ଓ n', a ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ, ତେବେ $m + n$ ଓ $m - n$ ମଧ୍ୟ a ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ।
    - ଯଦି 'a', b ଦ୍ୱାରା ଏବଂ c ଦ୍ୱାରା ମଧ୍ୟ ବିଭାଜ୍ୟ, ତେବେ 'a', b ଓ c ର ଲ.ସା.ଗୁ. ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ।
- ଆମେ 3, 9 ଓ 11 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟତା ଯାଞ୍ଚ କରିବା ପାଇଁ ସଂକ୍ଷିପ୍ତ ଉପାୟ ଶିଖିଲୁ ଏବଂ ସେଗୁଡ଼ିକ କିପରି କାର୍ଯ୍ୟ କରେ ତାହା ମଧ୍ୟ ଜାଣିଲୁ ।
- ଏହିସବୁ ମାଧ୍ୟମରେ ଆମେ ବୀଜଗଣିତ, ଚିତ୍ରିତ ପରିପ୍ରକାଶ, ଉଦାହରଣ ଏବଂ ପ୍ରତି ଉଦାହରଣ ବ୍ୟବହାର କରି ଗାଣିତିକ ଚିନ୍ତାଧାରା ଏବଂ ଯୁକ୍ତିର ଗୁରୁତ୍ୱ ବିଷୟରେ ଅବଗତ ହେଲୁ ।

ଗୋଲକଧନ୍ଦା ସମୟ !

ନବକାଙ୍କରୀ

'ନବକାଙ୍କରୀ', ଯାହାକି ସାଲୁମାନେ ଆଟା, ଚାର୍-ପାର୍, କିମ୍ବା ନବକାକ୍ରୀ ଭାବରେ ମଧ୍ୟ ଜଣାଶୁଣା, ତାହା ହେଉଛି ଏକ ପାରମ୍ପରିକ ଭାରତୀୟ ବୋର୍ଡ଼ ଖେଳ, ଯାହା 'ନାଇନ୍ ମେନ୍ସ ମୋରିସ୍' କିମ୍ବା 'ମିଲ୍ସ ଇନ୍ ଦି ୱେଷ୍ଟ' ସହିତ ସମାନ । ଏହା ଦୁଇ ଜଣ ଖେଳାଳୀଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ଏକ କୌଶଳପୂର୍ଣ୍ଣ ଖେଳ ଯାହାର ଲକ୍ଷ୍ୟ ହେଉଛି (ତିନୋଟି ଗୋଟିର ଧାଡ଼ି ତିଆରି କରି) ପ୍ରତିପକ୍ଷର ଗୋଟିକୁ ହଟାଇବା କିମ୍ବା ସେମାନଙ୍କ ଗତିକୁ ଅବରୋଧ କରିବା ।



ଖେଳିବାର ନିୟମାବଳୀ

1. ପ୍ରତ୍ୟେକ ଖେଳାଳି ୨ ଟି ଗୋଟି ସହିତ ଖେଳ ଆରମ୍ଭ କରନ୍ତି । ଖେଳାଳିମାନେ ଚିହ୍ନିତ ଛକମାନଙ୍କରେ ଗୋଟି ରଖିବାପାଇଁ ପାଳି ନିଅନ୍ତି । ଗୋଟିଏ ଛକରେ ସର୍ବାଧିକ ଗୋଟିଏ ଗୋଟି ରହିପାରିବ ।
2. ସମସ୍ତ ଗୋଟି ରଖାଯିବା ପରେ, ଖେଳାଳିମାନେ ତିନୋଟିର ଧାଡ଼ି ତିଆରି କରିବାପାଇଁ ନିଜର ଗୋଟିକୁ ପାଖରେ ଥିବା ଖାଲି ଛକକୁ ଘୁଞ୍ଚାଇବା ପାଇଁ ପାଳି ନିଅନ୍ତି । ଧାଡ଼ିଟି ଭୂସମାନ୍ତର କିମ୍ବା ଭୂଲମ୍ବ ହୋଇପାରିବ ।
3. ଥରେ ଜଣେ ଖେଳାଳି ନିଜ ଗୋଟିକୁ ନେଇ ଧାଡ଼ି ତିଆରି କଲେ, ସେ ପ୍ରତିପକ୍ଷର ଯେକୌଣସି ଗୋଟିକୁ ହଟାଇ ପାରିବ, ଯେ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ତାହା ପ୍ରତିପକ୍ଷର କୌଣସି ଧାଡ଼ିର ଅଂଶ ହୋଇନଥିବ ।

   ଯଦି ପ୍ରତିପକ୍ଷର 3 ରୁ କମ୍ ଗୋଟି ଥାଏ କିମ୍ବା ସେ ଗୋଟି ଚଲାଇବାକୁ ଅକ୍ଷମ ହୁଏ, ତେବେ ଖେଳାଳି ଜିତେ ।

6 ବାଣ୍ଟିଲେ ବଢ଼େ
(WE DISTRIBUTE, YET THINGS MULTIPLY)

ବୀଜଗଣିତରେ ଅକ୍ଷର ସଂକେତ ବ୍ୟବହାର କରି ସାଧାରଣ ଉକ୍ତିର ବିନ୍ୟାସ ଓ ସମ୍ବନ୍ଧଗୁଡ଼ିକୁ ସଂକ୍ଷେପରେ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଏ । ଯୁକ୍ତି ଓ ଅନୁଧାରଣ ଗୁଡ଼ିକର (ପୂର୍ବ ଅଧ୍ୟାୟରେ ଆଲୋଚିତ ଅନେକ ଧର୍ମପରି) ସତ୍ୟତା ପ୍ରତିପାଦନ କରାଯାଏ ଏବଂ ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାରର ସମସ୍ୟା ସମାଧାନ କରିବାପାଇଁ ବୀଜଗଣିତରେ ବ୍ୟବହାର ମଧ୍ୟ କରାଯାଏ ।

ଗୁଣନ ଏବଂ ଯୋଗ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ବଣ୍ଟନ ନିୟମ, ବୀଜଗଣିତ ବ୍ୟବହାର ଦ୍ୱାରା ସଂକ୍ଷେପରେ ପ୍ରକାଶିତ ହୋଇଥାଏ । ଏହି ଅଧ୍ୟାୟରେ ଆମେ ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାରର ଗୁଣନ ସଂରଚନା ଅଧ୍ୟୟନ କରିବା ଏବଂ ସେଗୁଡ଼ିକୁ ବଣ୍ଟନ ନିୟମ ବ୍ୟବହାର କରି ବୀଜଗଣିତ ଭାଷାରେ କିପରି ବର୍ଣ୍ଣନା କରାଯାଇପାରିବ ଅନୁସନ୍ଧାନ କରିବା ।

6.1 ଗୁଣନର କେତେକ ଧର୍ମ (Some Properties of Multiplication)

ଗୁଣନର ବୃଦ୍ଧି (Increments in products) :

ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣନ ବିଷୟରେ ବିଚାର କର : ଯଥା– ‘23×27’

? 1. ଯଦି ପ୍ରଥମ ସଂଖ୍ୟା ‘23’ କୁ 1 ବୃଦ୍ଧି କରାଯାଏ, ତେବେ ଗୁଣଫଳ କେତେ ବୃଦ୍ଧିପାଇବ ?

? 2. ଯଦି ଦ୍ୱିତୀୟ ସଂଖ୍ୟା ‘27’ କୁ 1 ବୃଦ୍ଧି କରାଯାଏ, ତେବେ କ’ଣ ହେବ ?

? 3. ଯଦି ଉଭୟ ସଂଖ୍ୟାକୁ ‘1’ ବୃଦ୍ଧି କରାଯାଏ, ତେବେ କ’ଣ ହେବ ?

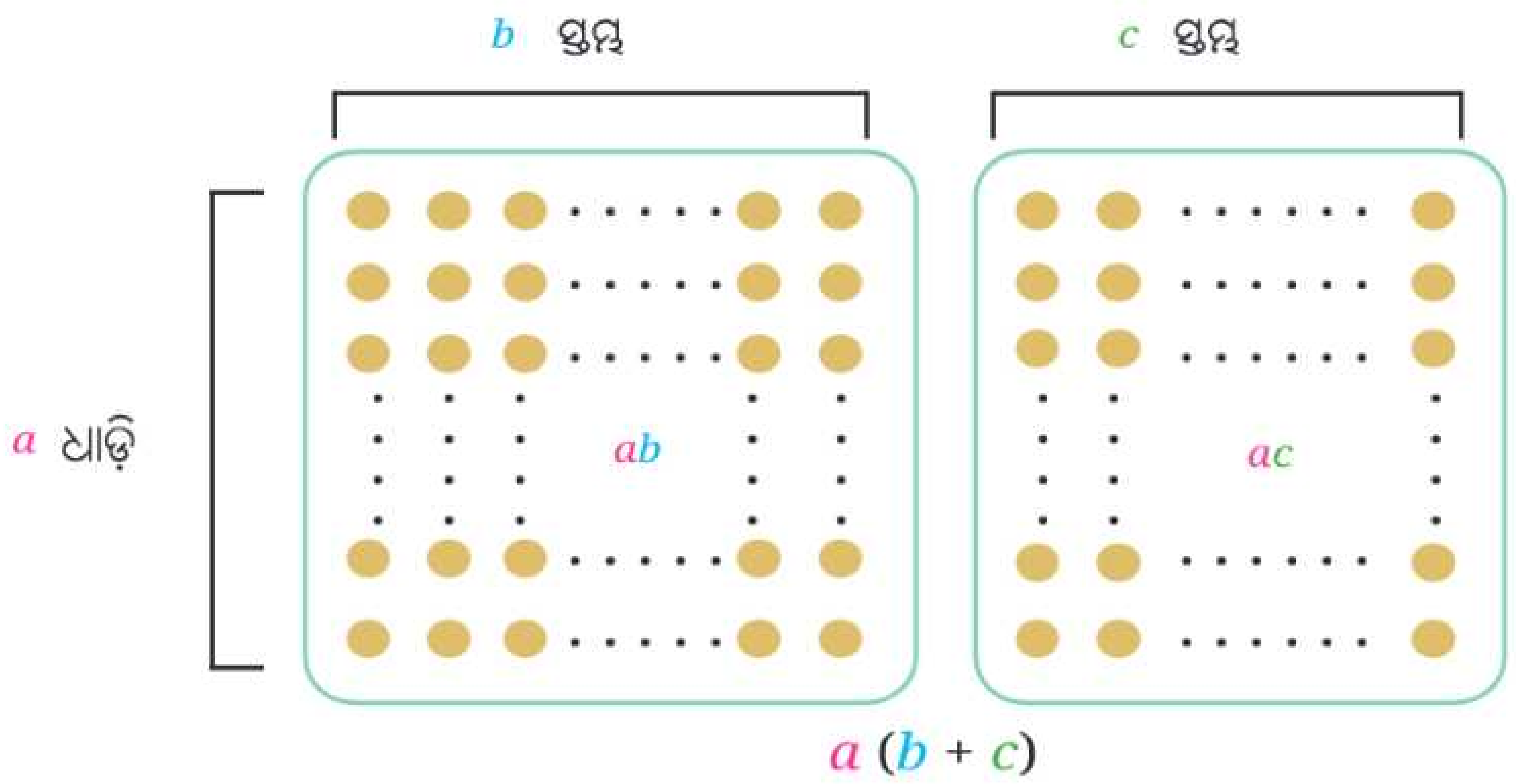
? କୌଣସି ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣଫଳରେ ଆମର ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣ ଗୁଡ଼ିକୁ ସିଦ୍ଧାନ୍ତ ନେବାରେ ସାହାଯ୍ୟ କରିବାର ଏକ ବିନ୍ୟାସ ଦେଖୁଛ କି ?

ଆସ ପ୍ରଥମେ ଏକ ସରଳ ଗଣିତକୁ ବୁଝିବା :

’27’କୁ ‘1’ ବୃଦ୍ଧି କରାଗଲେ, ଗୁଣଫଳରେ କେତେ ବୃଦ୍ଧିପାଏ ? ଗୁଣନ ସଂଜ୍ଞା (ଏବଂ କ୍ରମବିନିମୟୀ ନିୟମ)ରୁ ଏହା ସ୍ପଷ୍ଟ ଯେ ଗୁଣଫଳ 23 ବୃଦ୍ଧି ପାଇବ । ଏହାକୁ ଗୁଣନର ବଣ୍ଟନ ନିୟମ ପ୍ରଣାଳୀରେ ମଧ୍ୟ ଜାଣିହେବ । ଯଦି a, b ଏବଂ c ତିନୋଟି ସଂଖ୍ୟା ହୁଅନ୍ତି, ତେବେ–

$$a\,(b + c) = ab + ac$$

ଏହି ନିୟମକୁ ଏକ ଚିତ୍ର ସାହାଯ୍ୟରେ ସୁନ୍ଦର ଭାବରେ ଦର୍ଶାଯାଇପାରିବ ।



ଏହି ନିୟମକୁ ଯୋଗ ଉପରେ ଗୁଣନର **ବଣ୍ଟନ ନିୟମ** କୁହାଯାଏ ।

$a(b+c)=ab+ac$ ଅଭେଦରେ $a = 23, b = 27$ ଏବଂ $c = 1$ ନେଇ ଆମେ ପାଇବା–

$$23(27+1) = 23\times 27 + 23$$

$$23\,(27 + 1) = 23 \times 27 + \boxed{23} \text{ (ବୃଦ୍ଧି)}$$

ମନେରଖ ଯେ, ଏଠାରେ $a(b + c)$ ଏବଂ $23(27 + 1)$ର ଅର୍ଥ ଯଥାକ୍ରମେ $a \times(b + c)$ ଏବଂ $23 \times(27 + 1)$ । ସାଧାରଣତଃ ଆମେ ଗୁଣନ ଚିହ୍ନ ($\times$) କୁ ବନ୍ଧନୀ ପୂର୍ବରୁ ବା ପରେ ଲେଖି ନଥାଉ, ଯେପରିକି ବୀଜଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶରେ $5a$, xy ଇତ୍ୟାଦି । ସେହପରି ଆମେ ମଧ୍ୟ ନିମ୍ନ ପ୍ରକ୍ରିୟାର ବଣ୍ଟନ ନିୟମ ବ୍ୟବହାର କରି $(a+b)c$ କୁ ବିସ୍ତାର କରିପାରିବା ।

$(a+b)c \quad = c(a+b)$ (ଗୁଣନର କ୍ରମ ବିନିମୟୀ ନିୟମ)

$\qquad\qquad = ca+cb$ (ବଣ୍ଟନ ନିୟମ)

$\qquad\qquad = ac+bc$ (ଗୁଣନର କ୍ରମ ବିନିମୟୀ ନିୟମ)

ଯଦି ଗୋଟିଏ କିମ୍ବା ଉଭୟ ସଂଖ୍ୟାକୁ 1 ବୃଦ୍ଧି କରାଯାଏ ତେବେ ସାଧାରଣ ଭାବେ ଆମେ ବଣ୍ଟନ ନିୟମ ବ୍ୟବହାର କରି ଗୁଣଫଳର ବୃଦ୍ଧି ପରିମାଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିପାରିବା । ଧରାଯାଉ ସଂଖ୍ୟାଦ୍ୱୟ a ଓ b । ଯଦି ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟା 'b' କୁ 1 ବୃଦ୍ଧି କରାଯାଏ, ତେବେ

$a(b+1)=ab+a$ (ବୃଦ୍ଧି)

$$a\,(b + 1) = ab + \boxed{a} \text{ (ବୃଦ୍ଧି)}$$

ବର୍ତ୍ତମାନ ଆସ ଦେଖିବା ଯଦି ଉଭୟ ସଂଖ୍ୟାକୁ 1 ବୃଦ୍ଧି କରାଯାଏ, ତେବେ କ'ଣ ହେବ । ଯଦି ଏକ ଗୁଣନ abରେ ଉଭୟ a ଓ b କୁ 1 ବୃଦ୍ଧି କରାଯାଏ, ତେବେ ଆମେ ପାଇବା $(a+1)(b+1)$ ।

? ଏହାକୁ ଆମେ କିପରି ବିସ୍ତାର କରିବା ?

ଆସ $(a+1)$ କୁ ଗୋଟିଏ ପଦ ଭାବରେ ବିଚାର କରିବା, ତା'ପରେ ବଣ୍ଟନ ନିୟମ ଅନୁସାରେ ଆମେ ପାଇବା :

$(a+1)(b+1)=(a+1)b+(a+1)1$

ପୁନର୍ବାର ବଣ୍ଟନ ନିୟମ ପ୍ରୟୋଗ କରି ଆମେ ପାଇବା:

$$(a + 1)(b + 1) = (a + 1) b + (a + 1) 1$$
$$= ab + \boxed{(b + a + 1)} \text{ (ବୃଦ୍ଧି)}$$

ଯଦି $a = 23$ ଏବଂ $b = 27$ ହୁଏ, ତେବେ

$$(23 + 1)(27 + 1) = (23 + 1) 27 + (23 + 1) 1$$
$$= 23 \times 27 + \boxed{(27 + 23 + 1)} \text{ (ବୃଦ୍ଧି)}$$

ଏହିପରି, ଯେତେବେଳେ a ଏବଂ b ପ୍ରତ୍ୟେକ '1' ବୃଦ୍ଧି ପାଆନ୍ତି, ଗୁଣଫଳ ab, ସେତେବେଳେ $a + b + 1$ ବୃଦ୍ଧି ହୋଇଥାଏ ।

? ଯଦି ଆମେ $(b+1)$କୁ ଗୋଟିଏ ପଦ ଭାବରେ ନେଇ $(a+1)(b+1)$କୁ ବିସ୍ତାର କରିବା, ତେବେ ଆମେ କ'ଣ ପାଇବା ? ଏହାକୁ ଚେଷ୍ଟା କର ।

? ଯେତେବେଳେ ଗୋଟିଏ ଗୁଣନ ପ୍ରକ୍ରିୟାରେ ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟା 1 ବୃଦ୍ଧି ପାଏ ଏବଂ ଅନ୍ୟଟି 1 ହ୍ରାସ ପାଏ, ସେତେବେଳେ କ'ଣ ହୁଏ ? ଗୁଣଫଳରେ କୌଣସି ପରିବର୍ତ୍ତନ ହେବ କି ?

ଆସ ପୁନର୍ବାର ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟା a ଓ b ର ଗୁଣଫଳ ab ନେବା । ଯଦି 'a' କୁ 1 ବୃଦ୍ଧି କରାଯାଏ ଏବଂ 'b' କୁ 1 ହ୍ରାସ କରାଯାଏ, ତେବେ ସେମାନଙ୍କର ଗୁଣଫଳ $(a+1)(b-1)$ ହେବ । ଏହାକୁ ବିସ୍ତାର କରି ଆମେ ପାଇବା :

$$(a + 1)(b - 1) = (a + 1) b - (a + 1) 1$$
$$= ab + b - (a + 1)$$
$$= ab + \boxed{b - a - 1} \text{ (ବୃଦ୍ଧି)}$$

ଯଦି $a = 23$ ଏବଂ $b = 27$ ହୁଏ, ତେବେ

$$(23 + 1)(27 - 1) = (23 + 1) 27 - (23 + 1) 1$$
$$= 23 \times 27 + 27 - (23 + 1)$$
$$= 23 \times 27 + \boxed{27 - 23 - 1} \text{ (ବୃଦ୍ଧି)}$$

? ଗୁଣଫଳ ସବୁବେଳେ ବୃଦ୍ଧି ପାଇବ କି ? ଗୁଣଫଳ ହ୍ରାସ ପାଉଥିବା 3 ଟି ଉଦାହରଣ ଦିଅ ।

? ଯେତେବେଳେ a ଏବଂ b ଋଣାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ହେବେ, ସେତେବେଳେ କ'ଣ ହେବ ?

ଉପରୋକ୍ତ ପ୍ରତ୍ୟେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ 'a' ଏବଂ 'b' ପାଇଁ ଭିନ୍ନଭିନ୍ନ ମୂଲ୍ୟ ନେଇ ପରୀକ୍ଷା କର । ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ $a = -5$ ଇତ୍ୟାଦି ।

ଆମେ ଦେଖିଛୁ ଯେ, ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟ ବଣ୍ଟନ ନିୟମ ପାଳନ କରନ୍ତି, ଅର୍ଥାତ୍ ଯଦି x, y ଏବଂ z ଯେକୌଣସି 3ଟି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ହୁଅନ୍ତି, ତେବେ $x(y+z)=xy+xz$ ।

ଏହିପରି, ଯେତେବେଳେ ଅକ୍ଷର-ସଂକେତଗୁଡ଼ିକ ଋଣାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ହୁଅନ୍ତି, ସେତେବେଳେ ଗୁଣଫଳଗୁଡ଼ିକର ବୃଦ୍ଧି ପାଇ ଏହି ପରିପ୍ରକାଶ ଗୁଡ଼ିକ କାର୍ଯ୍ୟକାରୀ ହୁଏ ।

ମନେପକାଅ ଯେ, ଦୁଇଟି ବୀଜଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶର ଅକ୍ଷର-ସଂକେତଗୁଡ଼ିକୁ ସଂଖ୍ୟାଦ୍ୱାରା ବଦଳାଇଲେ ଯଦି ମୂଲ୍ୟ ସମାନ ହୁଏ, ତେବେ ପରିପ୍ରକାଶ ଦ୍ୱୟ ସମାନ ହୋଇଥା'ନ୍ତି ।

ଏହି ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ଯେକୌଣସି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ହୋଇପାରେ । ଦୁଇଟି ବୀଜଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶର ସମାନତାକୁ ପ୍ରକାଶ କରୁଥିବା ଗାଣିତିକ ଉକ୍ତି ଯେପରିକି :

$a(b+8) = ab+8a$

$(a+1)(b-1) = ab+b-a-1$ ଆଦିକୁ **ଅଭେଦ** କୁହାଯାଏ ।

? ଯଦି ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟାକୁ 'm' ପରିମାଣ ବୃଦ୍ଧି କରାଯାଏ ଏବଂ ଅନ୍ୟଟିକୁ 'n' ପରିମାଣ ବୃଦ୍ଧି କରାଯାଏ, ତେବେ ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣଫଳ କେତେ ପରିମାଣରେ ବଦଳିବ ?

ଯଦି 'a' ଏବଂ 'b' ପ୍ରାରମ୍ଭିକ ସଂଖ୍ୟା ହୁଅନ୍ତି ଏବଂ ସଂଖ୍ୟା ଦୁଇଟିକୁ ଗୁଣନ କରାଯାଏ ତେବେ $a + m$ ଏବଂ $b + n$ର ଗୁଣଫଳ ମିଳିବ

ଅର୍ଥାତ୍, $(a+m)(b+n) = (a+m)b+(a+m)n$

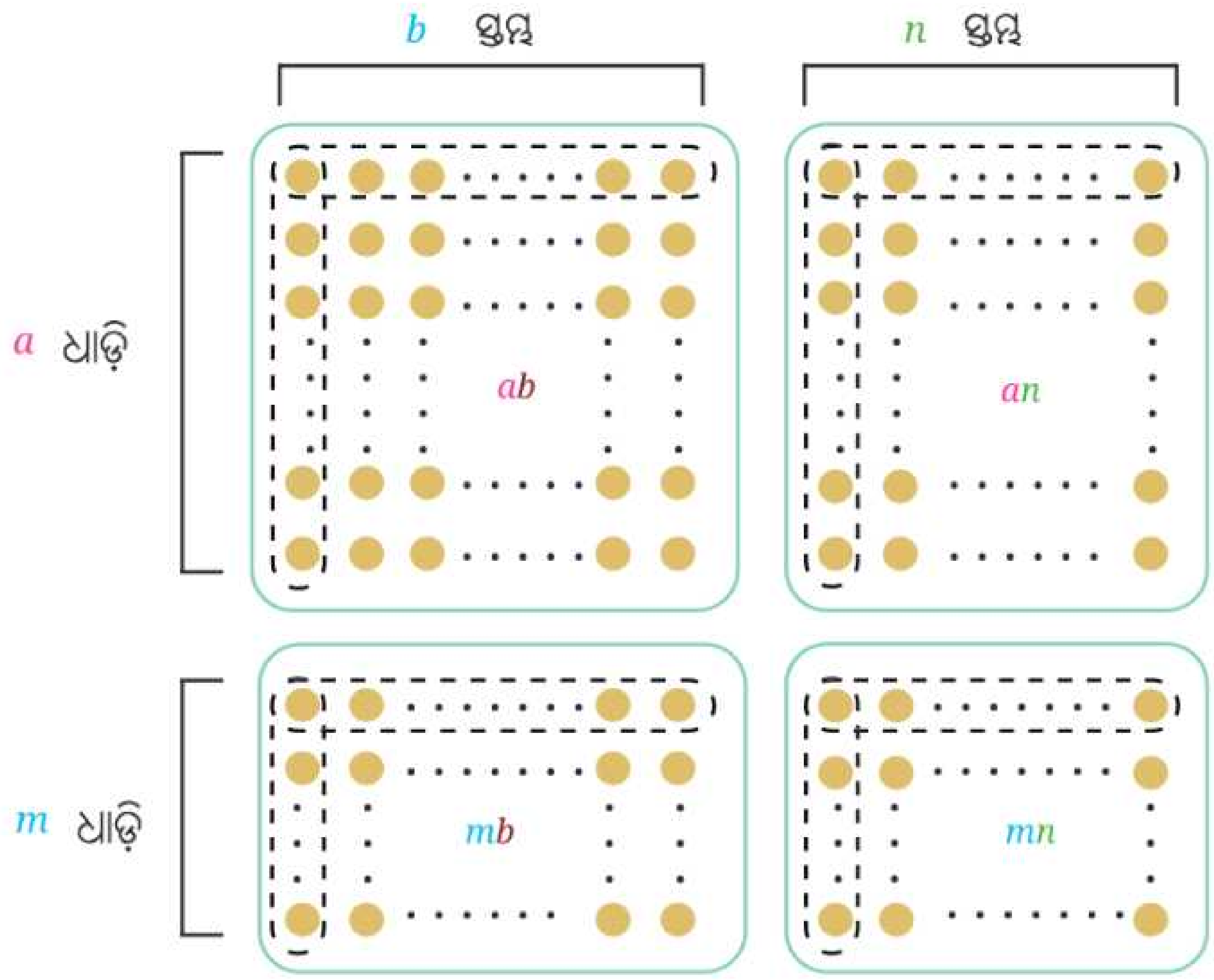
$= ab+mb+an+mn$

ଏଠାରେ ବୃଦ୍ଧି ପରିମାଣ $an+bm+mn$

ଲକ୍ଷ୍ୟକର ଯେ ଗୁଣଫଳ ହେଉଛି $(a+m)$ର ପ୍ରତ୍ୟେକ ପଦ ସହିତ $(b+n)$ର ପ୍ରତ୍ୟେକ ପଦର ଗୁଣଫଳର ଯୋଗଫଳ ।

ଅଭେଦ 1 : $(a+m)(b+n) = ab+mb+an+mn$

ଏହି ଅଭେଦକୁ ନିମ୍ନଲିଖିତ ଭାବରେ ଦର୍ଶାଯାଇପାରିବ ।



$(a+m)(b+n)$

? ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ କୌଣସି ପରିମାଣରେ ବୃଦ୍ଧି ବା ହ୍ରାସ ହେଉଥିଲେ ସେଗୁଡ଼ିକର ଗୁଣଫଳ କିପରି ପରିବର୍ତ୍ତନ ହୁଏ ତାହା ଜାଣିବା ପାଇଁ ଏହି ଅଭେଦଟିକୁ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଇପାରିବ । ଗୋଟିଏ କିମ୍ବା ଉଭୟ ସଂଖ୍ୟା ହ୍ରାସ ହେଲେ ଏହି ଅଭେଦଟିକୁ କିପରି ବ୍ୟବହାର କରାଯାଇପାରିବ ତାହା ତୁମେ ଜାଣିପାରୁଛ କି ?

ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ, ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟା 1 ବୃଦ୍ଧି ହେବ, ଏବଂ ଅନ୍ୟଟି 1 ହ୍ରାସ ହେବାର ପରିସ୍ଥିତିକୁ ପୁନର୍ବିଚାର କରିବା । ଆସ ଗୁଣନ ପ୍ରକ୍ରିୟା $(a+1)(b-1)$ କୁ $(a+1)(b+(-1))$ ଭାବରେ ଲେଖିବା । ଅଭେଦ 1ରେ $m=1$ ଏବଂ $n=-1$ ନେଇ ଆମେ ପାଇବା : $ab+1\times b+a\times(-1)+1\times(-1)=ab+b-a-1$

ଯାହା ଆମେ ପୂର୍ବରୁ ପାଇଥିବା ପରିପ୍ରକାଶ ସହିତ ସମାନ ଅଟେ ।

? ଅଭେଦ 1 ବ୍ୟବହାର କରି ଗୁଣଫଳ କିପରି ପରିବର୍ତ୍ତନ ହୁଏ, ତାହା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର, ଯେତେବେଳେ

(i) ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟା 2 ହ୍ରାସ ହୁଏ ଏବଂ ଅନ୍ୟଟି 3 ବୃଦ୍ଧି ହୁଏ ।

(ii) ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟା 3 ହ୍ରାସ ହୁଏ ଏବଂ ଅନ୍ୟଟି 4 ହ୍ରାସ ହୁଏ ।

? ବିୟୋଗକୁ ଯୋଗରେ ପରିବର୍ତ୍ତନ ନ କରି ଗୁଣଫଳଗୁଡ଼ିକୁ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରି ଉତ୍ତରଗୁଡ଼ିକୁ ଯାଞ୍ଚ କର ।

ଏହାକୁ ସାଧାରଣୀକରଣ କରି, ଆମେ $(a+u)(b-v)$ ଗୁଣଫଳକୁ ନିମ୍ନଲିଖିତ ଭାବରେ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିପାରିବା ।

$$\begin{aligned}(a+u)(b-v) &= (a+u)b-(a+u)v\\ &= ab+ub-(av+uv)\\ &= ab+ub-av-uv\end{aligned}$$

ଯାଞ୍ଚ କର ଯେ ଏହା ଅଭେଦ 1ରେ $m=u$ ଏବଂ $n=-v$ ନେବା ସହିତ ସମାନ ଅଟେ ।

ଅଭେଦ 1 ପରି, $(a+u)(b-v)$ର ଗୁଣଫଳ ହେଉଛି $a+u$ (a ଏବଂ u) ର ପ୍ରତ୍ୟେକ ପଦ $b-v$ (b ଏବଂ $(-v)$ର ପ୍ରତ୍ୟେକ ପଦ ସହିତ ଗୁଣଫଳର ଯୋଗଫଳ । ଲକ୍ଷ୍ୟକର ଯେ ଗୁଣଫଳରେ ଥିବା ପଦଗୁଡ଼ିକର ଚିହ୍ନଗୁଡ଼ିକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଗୁଣନର ସାଧାରଣ ନିୟମ ବ୍ୟବହାର କରି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରାଯାଇପାରିବ ।

ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଗୁଣନର ନିୟମ ଗୁଡ଼ିକ ଆମକୁ କିପରି ଗୋଟିଏ ଅଭେଦ ବ୍ୟବହାର କରି ଏକାଧିକ ପରିସ୍ଥିତିକୁ ପରିଚାଳନା କରିବା ଶିଖାଇଥାଏ, ତାହା ଦେଖ ।

? ବିସ୍ତାର କର : (i) $(a-u)(b+v)$ (ii) $(a-u)(b-v)$

ଆମେ ପାଇବା–

$(a-u)(b+v)=ab-ub+av-uv$

ଏବଂ $(a-u)(b-v)=ab-ub-av+uv$

ବଣ୍ଟନ ନିୟମ ଗୋଟିଏ ବନ୍ଧନୀ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ଦୁଇଟି ପଦ ପାଇଁ ସୀମିତ ନୁହେଁ ।

? **ଉଦାହରଣ 1 :** ବିସ୍ତାର କର : $\frac{3a}{2}(a-b+\frac{1}{5})$.

$$\frac{3a}{2}(a-b+\frac{1}{5})=(\frac{3a}{2}\times a)-(\frac{3a}{2}\times b)+(\frac{3a}{2}\times\frac{1}{5}).$$

ନିମ୍ନଲିଖିତ ଭାବରେ ପଦଗୁଡ଼ିକୁ ସରଳୀକୃତ କରାଯାଇପାରିବ ।

$$\frac{3a}{2}\times a=\frac{3}{2}\times(a\times a).$$

ଘାତାଙ୍କ ସଙ୍କେତ ବ୍ୟବହାର କରି ଆମେ ଲେଖିପାରିବା $\frac{3}{2} \times (a \times a) = \frac{3}{2} a^2.$

$$\frac{3a}{2} \times b = \frac{3}{2} \times (a \times b) = \frac{3}{2} ab.$$

$$\frac{3a}{2} \times \frac{1}{5} = (\frac{3}{2} \times \frac{1}{5})\ a = \frac{3}{10} a$$

ତେଣୁ ଆମେ ପାଇବା :

$$\frac{3a}{2} (a - b + \frac{1}{5}) = \frac{3}{2}a^2 - \frac{3}{2} ab + \frac{3}{10} a.$$

? କୌଣସି ଦୁଇଟି ପଦକୁ ଯୋଗକରି ଗୋଟିଏ ପଦ କରାଯାଇପାରିବ କି ?

ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ : $\frac{3}{2} a^2$ ଏବଂ $\frac{3}{10} a$ କୁ ଯୋଗକରି ଗୋଟିଏ ପଦ କରାଯାଇପାରିବ କି ?

ଆମେ ଦେଖୁଛୁ ଯେ ଏହି ପରିପ୍ରକାଶରେ ଏକାଧିକ ସଦୃଶ ପଦ ନ ଥିବାରୁ ଏହାର ଅଧିକ ସରଳୀକରଣ ସମ୍ଭବ ନୁହେଁ । ମନେପକାଅ, ସମାନ ଅକ୍ଷର-ସଂକେତ (ଚଳରାଶି) ଥିବା ପଦଗୁଡ଼ିକୁ **ସଦୃଶ ପଦ** କୁହାଯାଏ ।

? **ଉଦାହରଣ 2 :** $(a+b)(a+b)$ କୁ ବିସ୍ତାର କର ।

ଆମ ପାଖରେ ଅଛି :

$$\begin{aligned}(a+b)(a+b) &= (a+b)a+(a+b)b\\ &= a\times a+b\times a+a\times b+b\times b\\ &= a^2+ba+ab+b^2\end{aligned}$$

ଯେହେତୁ $ba=ab$ ଏବଂ ଆମ ପାଖରେ ଦୁଇଟି ସଦୃଶ ପଦ ab ଓ ba ଅଛି, ତେଣୁ ସେଗୁଡ଼ିକୁ ଯୋଗ କରାଯାଇପାରିବ ।

$$ba+ab=ab+ab=2ab$$

ତେଣୁ ଆମେ ପାଇବା : $(a+b)(a+b)=a^2+2ab+b^2$

? **ଉଦାହରଣ 3 :** $(a+b)(a^2+2ab+b^2)$ କୁ ବିସ୍ତାର କର ।

$$\begin{aligned}(a+b)(a^2+2ab+b^2) &=(a+b)a^2+(a+b)2ab+(a+b)b^2\\ &=(a\times a^2)+ba^2+(a\times 2ab)+(b\times 2ab)+ab^2+(b\times b^2)\end{aligned}$$

ପଦଗୁଡ଼ିକୁ ନିମ୍ନ ଭାବରେ ସରଳୀକୃତ କରାଯାଇପାରିବ :

$a \times a^2 = a^3$ (କାହିଁକି ?)

$ba^2 = a^2b$

$a \times 2ab = 2 \times a \times a \times b = 2a^2b$

$b \times 2ab = 2 \times a \times b \times b = 2ab^2$

$b \times b^2 = b^3$

ତେଣୁ, $(a + b)(a^2 +2ab + b^2) = a^3 + a^2b + 2a^2b + 2ab^2 + ab^2 + b^3$

ଆମେ ଦେଖୁଛୁ ଯେ, a^2b ଏବଂ $2a^2b$ ଅକ୍ଷର ସଂକେତ ଦ୍ୱୟ ସଦୃଶ ପଦ ଅଟନ୍ତି । ତେଣୁ ଯୋଗ ହୋଇପାରିବ-

$$a^2b + 2a^2b = (1 + 2)a^2b = 3a^2b$$

ସେହିପରି, ab^2 ଏବଂ $2ab^2$ ସଦୃଶ ପଦ ଅଟନ୍ତି । ତେଣୁ ଯୋଗ କରାଯାଇପାରିବ :

$$ab^2 + 2ab^2 = (1 + 2)ab^2 = 3ab^2$$

ତେଣୁ ଆମେ ପାଇବା :

$$(a + b) \times (a^2 + 2ab + b^2) = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

ଇତିହାସରୁ ପଦେ (A Pinch of History) :

ଅନେକ ପ୍ରାଚୀନ ସଭ୍ୟତା, ବିଶେଷ କରି ପ୍ରାଚୀନ ଇଜିପ୍ଟ, ମେସୋପଟାମିଆ, ଗ୍ରୀସ୍, ଚୀନ ଏବଂ ଭାରତର ଗଣିତଜ୍ଞମାନଙ୍କର ଗଣନାରେ ଯୋଗ ଉପରେ ଗୁଣନର ବଣ୍ଟନ ନିୟମ ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ଥିଲା । ଗଣିତଜ୍ଞ ଇଉକ୍ଲିଡ୍ (ଜ୍ୟାମିତିକ ରୂପରେ) ଏବଂ ଆର୍ଯ୍ୟଭଟ୍ଟ (ବୀଜଗାଣିତିକ ରୂପରେ) ସେମାନଙ୍କ ଗାଣିତିକ ଏବଂ ବୈଜ୍ଞାନିକ କାର୍ଯ୍ୟରେ ବଣ୍ଟନ ନିୟମକୁ ବ୍ୟାପକ ଭାବରେ ବ୍ୟବହାର କରିଥିଲେ । ବଣ୍ଟନ ନିୟମର ପ୍ରଥମ ସ୍ପଷ୍ଟ ବର୍ଣ୍ଣନା ବ୍ରହ୍ମଗୁପ୍ତଙ୍କ ଦ୍ୱାରା ରଚିତ 'ବ୍ରହ୍ମସ୍ଫୁଟ ସିଦ୍ଧାନ୍ତ' (ଶ୍ଳୋକ 12.55)ରେ ଦିଆଯାଇଥିଲା, ଯିଏ ଗୁଣନ ପାଇଁ ଏହି ନିୟମର ବ୍ୟବହାରକୁ 'ଖଣ୍ଡ ଗୁଣନମ୍' (ଅଂଶଦ୍ୱାରା ଗୁଣନ) ଭାବରେ ଉଲ୍ଲେଖ କରିଥିଲେ । ତାଙ୍କ ଶ୍ଳୋକରେ କୁହାଯାଇଛି, 'ଗୁଣକକୁ ଦୁଇ କିମ୍ବା ଅଧିକ ଅଂଶରେ ବିଭକ୍ତ କରାଯାଇପାରେ, ଯାହାର ଯୋଗଫଳ ଗୁଣକ ସହିତ ସମାନ ହୁଏ; ତାପରେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଅଂଶଦ୍ୱାରା ଗୁଣ୍ୟକୁ ଗୁଣନ କରାଯାଏ ଏବଂ ଫଳାଫଳଗୁଡ଼ିକୁ ଯୋଗ କରାଯାଏ । ଅର୍ଥାତ୍, ଯଦି ସେଠାରେ ଦୁଇଟି ଅଂଶ ଅଛି, ତେବେ ଏହାକୁ ଅକ୍ଷର ପ୍ରତୀକ ବ୍ୟବହାର କରି ଅଭେଦ $(a + b)c = ac + bc$ ରୂପରେ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଇପାରେ । ପରବର୍ତ୍ତୀ ଶ୍ଳୋକରେ (ଶ୍ଳୋକ 12.56), ବ୍ରହ୍ମଗୁପ୍ତ ଏହି ବଣ୍ଟନ ନିୟମକୁ ବ୍ୟବହାର କରି ଦ୍ରୁତ ଗୁଣନ କରିବା ପାଇଁ ଏକ ପଦ୍ଧତି ବର୍ଣ୍ଣନା କରିଛନ୍ତି, ଯାହାକୁ ଆମେ ପରବର୍ତ୍ତୀ ଭାଗରେ ଅଧିକ ଅଧ୍ୟୟନ କରିବା ।

? ନିଜେ କରି ଦେଖ :

1. ନିମ୍ନରେ ଥିବା ଗୁଣନ ଗ୍ରୀଡ୍‌କୁ ଦେଖ । ଗ୍ରୀଡ୍ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଖ୍ୟା, ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣଫଳ ଅଟେ । ଯଦି ଏକ 3×3 ବର୍ଗାକାର କୋଠରି ମଧ୍ୟଭାଗ ସଂଖ୍ୟାକୁ 'pq' ପରିପ୍ରକାଶ ଦ୍ୱାରା ଦର୍ଶାଯାଏ, ତେବେ ଗ୍ରୀଡ୍‌ର ଅନ୍ୟ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ପାଇଁ ପରିପ୍ରକାଶ ଗୁଡ଼ିକ ଲେଖ :

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

3×5	3×6	3×7
4×5	4×6	4×7
5×5	5×6	5×7

	pq	

2. ନିମ୍ନ ଗୁଣଫଳଗୁଡ଼ିକୁ ବିସ୍ତାର କର :

(i) $(3 + u)(v - 3)$ (ii) $\frac{2}{3}(15 + 6a)$

(iii) $(10a + b)(10c + d)$ (iv) $(3 - x)(x - 6)$

(v) $(-5a + b)(c + d)$ (vi) $(5 + z)(y + 9)$

ଗାଣିତିକ୍ କଥାବାର୍ତ୍ତା

3. ଏପରି 3ଟି ଉଦାହରଣ ଦିଅ, ଯେଉଁଠାରେ ଦୁଇଟି ମଧ୍ୟରୁ ଯଦି ଗୋଟିଏକୁ '2' ବୃଦ୍ଧି କରାଯାଏ ଏବଂ ଅନ୍ୟଟିକୁ '4' ହ୍ରାସ କରାଯାଏ ତେବେ ସେମାନଙ୍କର ଗୁଣଫଳ ଅପରିବର୍ତ୍ତିତ ରହେ ।

4. ବିସ୍ତାର କର : (i) $(a + ab - 3b^2)(4 + b)$ ଏବଂ (ii) $(4y + 7)(y + 11z - 3)$

5. ବିସ୍ତାର କର : (i) $(a - b)(a + b)$ (ii) $(a - b)(a^2 + ab + b^2)$

ଏବଂ (iii) $(a - b)(a^3 + a^2b + ab^2 b^3)$

ତୁମେ କୌଣସି ସଂରଚନା ଲକ୍ଷ୍ୟ କରୁଛ କି ? ତୁମେ ଦେଖୁଥିବା ସଂରଚନାରେ ପରବର୍ତ୍ତୀ ଅଭେଦଟି କ'ଣ ହେବ ? ତୁମେ ଏହାକୁ ବିସ୍ତାର କରି ଯାଞ୍ଚ କରିପାରିବ କି ?

ବଣ୍ଟନ ନିୟମ ବ୍ୟବହାର କରି ଦ୍ରୁତ ଗୁଣନ (Fast Multiplications using the distributive property) :

 କିଛି ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ପ୍ରକାରର ସଂଖ୍ୟା ଗୁଣନ କରିବା ବେଳେ ବଣ୍ଟନ ନିୟମକୁ ଦ୍ରୁତ ଗୁଣନ ପଦ୍ଧତି ପାଇଁ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଇପାରିବ ।

ଯେତେବେଳେ ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟା 11, 101, 1001, ... ହୋଇଥିବ ।

? '11' ସହିତ ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣଫଳ ଗୋଟିଏ ସୋପାନରେ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ପାଇଁ ନିମ୍ନଲିଖିତ ଗୁଣନଗୁଡ଼ିକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର ।

(a) 3874×11 (b) 5678×11

ଆସ ପ୍ରଥମ ଗୁଣନଟିକୁ ନେବା :

$$3874 \times 11 = 3874(10 + 1) = 38740 + 3874$$

$$\begin{array}{r} 38740 \\ +3874 \\ \hline \\ \hline \end{array}$$

ଲକ୍ଷ୍ୟକର କିପରି ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ଯୋଗ କରାଯାଉଛି ।

ଆସ ଏକ ଚାରିଅଙ୍କବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା 'dcba' ନେବା, ଅର୍ଥାତ୍ ଯେଉଁ ସଂଖ୍ୟାରେ 'd' ହଜାର ସ୍ଥାନରେ, 'c' ଶତକ ସ୍ଥାନରେ, 'b' ଦଶକ ସ୍ଥାନରେ ଏବଂ 'a' ଏକକ ସ୍ଥାନରେ ଅଛି ।

$$dcba(10 + 1) = dcba \times 10 + dcba$$

ଏହା ହୁଏ

$$\begin{array}{ccccc} d & c & b & a & 0 \\ (+) & d & c & b & a \\ \hline d & (c+d) & (b+c) & (a+b) & a \end{array}$$

ଏହାକୁ ଗୋଟିଏ ଧାଡ଼ିରେ ଗୁଣଫଳ ପାଇବା ପାଇଁ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଇପାରିବ ।

ପ୍ରଥମ ସୋପାନ

387④ × 11
4

ଦ୍ୱିତୀୟ ସୋପାନ

① +
3874 × 11
14

ତୃତୀୟ ସୋପାନ

①①
\+
3874 × 11
614

ଚତୁର୍ଥ ସୋପାନ

①①①
\+
3874 × 11
2614

ପଞ୍ଚମ ସୋପାନ

①①①
③874 × 11
42614

? ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟା (ଯେକୌଣସି ଅଙ୍କବିଶିଷ୍ଟ)କୁ 11ରେ ଗୁଣିବା ପାଇଁ ଏକ ସାଧାରଣ ନିୟମ ବର୍ଣ୍ଣନା କର ଏବଂ ଗୁଣଫଳକୁ ଗୋଟିଏ ଧାଡ଼ିରେ ଲେଖ ।

ଗୁଣଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର : (i) 94 × 11 (ii) 495 × 44 (iii) 3279 × 11 (iv) 4791256 × 11

ଗାଣିତିକ୍ କଥାବାର୍ତ୍ତା

? '101'ରେ ଗୁଣନ ପାଇଁ ଆମେ କ'ଣ ଏକ ଅନୁରୂପ ନିୟମ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିପାରିବା କି ?

? '3874'କୁ 101 ଦ୍ୱାରା ଗୁଣନ କର ।

ଆସ ଏକ ଚାରିଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା 'dcba' ନେବା ।

dcba × 101 = dcba × (100 + 1) = dcba × 100 + dcba

ଏହା ହୁଏ	d	c	b	a	0	0
	(+)		d	c	b	a
	d	c	(b + d)	(a + c)	b	a

? ଏହାକୁ ବ୍ୟବହାର କରି 3874 × 101କୁ ଗୋଟିଏ ଧାଡ଼ିରେ ଗୁଣନ କର ।

? 101 ଦ୍ୱାରା ଏକ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଗୁଣନ କରିବା ଏବଂ ଗୁଣଫଳକୁ ଗୋଟିଏ ଧାଡ଼ିରେ ଲେଖିବା ପାଇଁ ଏକ ସାଧାରଣ ନିୟମ କ'ଣ ହୋଇପାରେ ? ଏହି ନିୟମ 1001, 10001, ... ଇତ୍ୟାଦି ଦ୍ୱାରା ଗୁଣନ ପାଇଁ ବିସ୍ତାର କର ।

? ଏହାକୁ ବ୍ୟବହାର କରି ନିମ୍ନ ଗୁଣଫଳଗୁଡ଼ିକ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର :

(i) 89 × 101 (ii) 949 × 101 (iii) 265831 × 1001 (iv) 1111 × 1001

(v) 9734 × 99 (vi) 23478 × 999

ଗାଣିତିକ୍ କଥାବାର୍ତ୍ତା

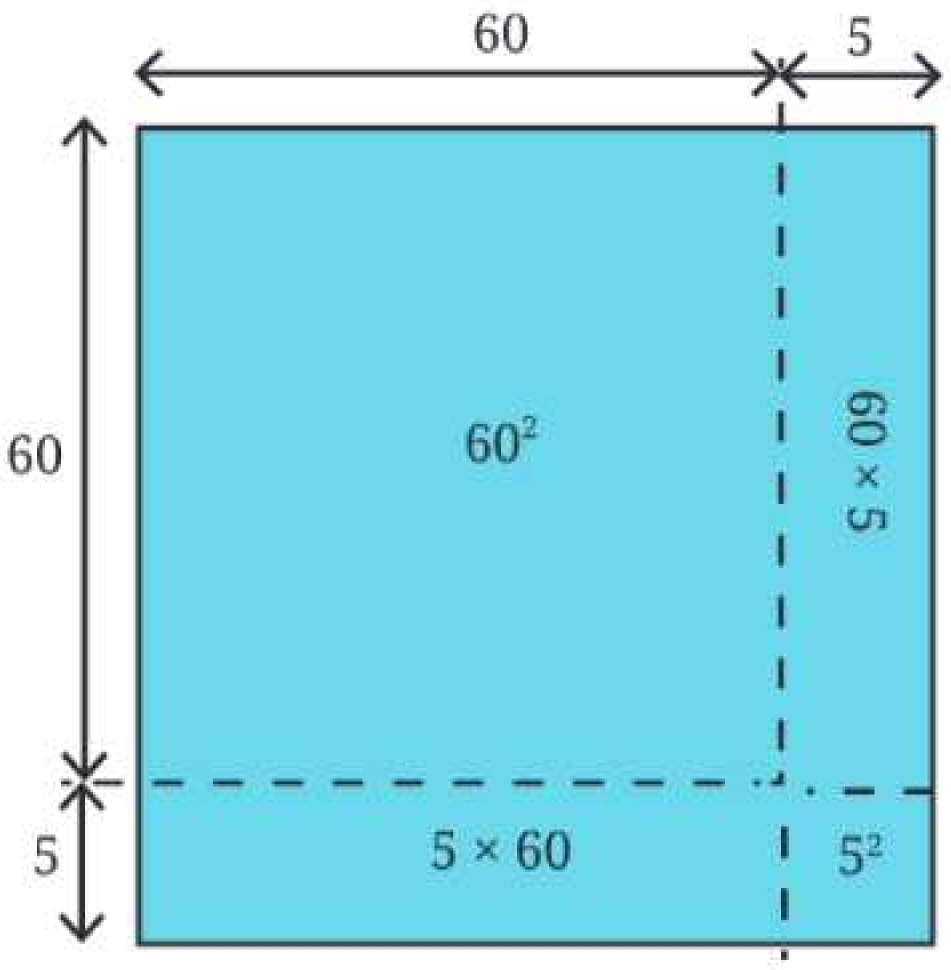
ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟାକୁ ସହଜରେ ଗୁଣିବା ପାଇଁ ବଣ୍ଟନ ନିୟମ ପ୍ରୟୋଗ କରିବାର ଏହି ପଦ୍ଧତିଗୁଡ଼ିକ ପ୍ରାଚୀନ ଭାରତୀୟ ଗଣିତଜ୍ଞ ବ୍ରହ୍ମଗୁପ୍ତ(628 ଖ୍ରୀଷ୍ଟାବ୍ଦ), ଶ୍ରୀଧରାଚାର୍ଯ୍ୟ (750 ଖ୍ରୀଷ୍ଟାବ୍ଦ) ଏବଂ ଭାସ୍କରାଚାର୍ଯ୍ୟ (ଲୀଳାବତୀ, 1150 ଖ୍ରୀଷ୍ଟାବ୍ଦ)ଙ୍କ କାର୍ଯ୍ୟଗୁଡ଼ିକରେ ବ୍ୟାପକ ଭାବରେ ଆଲୋଚନା କରାଯାଇଥିଲା । ବ୍ରହ୍ମଗୁପ୍ତଙ୍କ କାର୍ଯ୍ୟ 'ବ୍ରହ୍ମସ୍ଫୁଟ ସିଦ୍ଧାନ୍ତ' (ଶ୍ଳୋକ 12.56)ରେ ସେ ବଣ୍ଟନ ନିୟମକୁ **'ଇଷ୍ଟ-ଗୁଣନ'** ଭାବରେ ବ୍ୟବହାର କରି ଦ୍ରୁତ ଗୁଣନ ପଦ୍ଧତିଗୁଡ଼ିକର ସୂଚନା ପ୍ରଦାନ କରିଛନ୍ତି ।

6.2 ବଣ୍ଟନ ନିୟମର ବିଶେଷ ପରିସ୍ଥିତି (Special cases of the distributive Property)

ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗ/ବିୟୋଗର ବର୍ଗ (Square of the Sum/Difference of Two Numbers)

? 60 ଏକକ ବାହୁ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 3600 ବର୍ଗ ଏକକ (60^2) ଏବଂ 5 ଏକକ ବାହୁ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 25 ବର୍ଗ ଏକକ (5^2) । ଏହାକୁ ଆମେ 65 ଏକକ ବାହୁବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ପାଇଁ ବ୍ୟବହାର କରିପାରିବା କି ?

65 ଏକକ ବାହୁ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରକୁ ଚିତ୍ରରେ ଦର୍ଶାଯାଇଥିବା ପରି 4ଟି ଅଂଶରେ ବିଭକ୍ତ କରାଯାଇପାରିବ- ଗୋଟିଏ 60 ଏକକ ବାହୁ ବିଶିଷ୍ଟ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ର, ଗୋଟିଏ 5 ଏକକ ବାହୁ ବିଶିଷ୍ଟ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ର ଏବଂ 60 ଓ 5 ଏକକ ବାହୁ ବିଶିଷ୍ଟ ଦୁଇଟି ଆୟତକ୍ଷେତ୍ର । ବର୍ତ୍ତମାନ 65 ଏକକ ବାହୁ ବିଶିଷ୍ଟ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ଚିତ୍ରରେ ପ୍ରଦର୍ଶିତ ସମସ୍ତ 4ଟି ଅଂଶର କ୍ଷେତ୍ରଫଳର ସମଷ୍ଟି ଅଟେ ।



ତୁମେ, ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରରେ ଥିବା 4ଟି ଅଂଶର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିପାରିବ କି ?

ଆମେ ପାଇବା : $(65)^2 = (60+5)^2 = 60^2 + 5^2 + 2 \times (60 \times 5)$

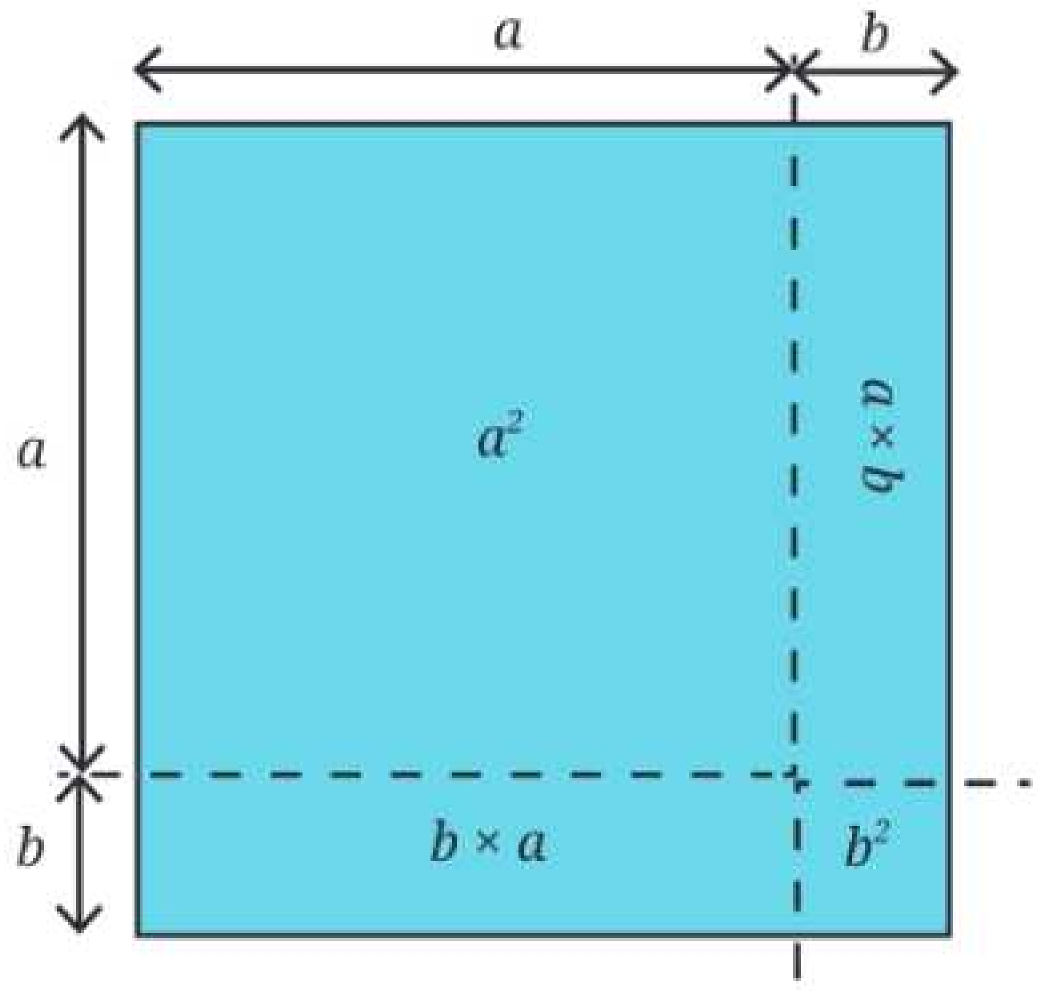
$= 3600 + 25 + 600 = 4225$ ବର୍ଗ ଏକକ

ଆସ ବଣ୍ଟନ ନିୟମ ବ୍ୟବହାର କରି $(60+5) \times (60+5)$କୁ ଗୁଣନ କରିବା ।

$$(60+5)(60+5) = 60 \times 60 + 5 \times 60 + 60 \times 5 + 5 \times 5$$
$$= 60^2 + 2 \times (60 \times 5) + 5^2$$

? ଯଦି ଆମେ 65^2 କୁ $(30+35)^2$ କିମ୍ବା $(52+13)^2$ ଭାବରେ ଲେଖିବା, ତେବେ କ'ଣ ହେବ ? ଚିତ୍ରଗୁଡ଼ିକ ଅଙ୍କନ କର ଏବଂ ତୁମେ ପାଉଥିବା କ୍ଷେତ୍ରଫଳଟିକୁ ପରୀକ୍ଷା କର ।

ଆସ ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗଫଳର ବର୍ଗ ନିର୍ଣ୍ଣୟ ପାଇଁ ସାଧାରଣ ପରିପ୍ରକାଶ $(a+b)^2$ କୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରିବା ।



ଉଦାହରଣ 2 ରେ ପ୍ରଦର୍ଶିତ ହେଲାପରି ବଣ୍ଟନ ନିୟମ ବ୍ୟବହାର କରି $(a+b)^2$ କୁ ନିମ୍ନମତେ ବିସ୍ତାର କରାଯାଇପାରିବ ।

$$(a+b) \times (a+b) = a \times a + a \times b + b \times a + b \times b$$
$$= a^2 + 2ab + b^2,$$

ଯାହା ଆମେ ପୂର୍ବରୁ ଉଦାହରଣ 2 ରେ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରିଛୁ ।

ଅଭେଦ 1A $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

? ଯଦି a ଓ b ଯେକୌଣସି ଦୁଇଟି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ହୁଏ, ତେବେ $(a+b)^2$ ସର୍ବଦା $a^2 + b^2$ ଠାରୁ ବଡ଼ ହେବ କି ? ଯଦି ନୁହେଁ, ତେବେ କେଉଁ ପରିସ୍ଥିତିରେ ଏହା ବଡ଼ ହୋଇଥାଏ ? ଗାଣିତିକ୍ କଥାବାର୍ତ୍ତା

? ଅଭେଦ 1A ବ୍ୟବହାର କରି 104^2 ଓ 37^2 ର ମୂଲ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । (ସୂଚନା : 104 ଓ 37 କୁ ସେହି ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକର ଯୋଗଫଳ କିମ୍ବା ଅନ୍ତରଫଳରେ ପ୍ରକାଶ କର ଯାହାର ବର୍ଗ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ସହଜ ଅଟେ ।)

? ନିମ୍ନଲିଖିତ ପରିପ୍ରକାଶଗୁଡ଼ିକ ଲେଖିବା ପାଇଁ ଅଭେଦ 1Aକୁ ବ୍ୟବହାର କର :

(i) $(m+3)^2$ (ii) $(6+p)^2$

? ବିସ୍ତାର କର : $(6x+5)^2$

ବଣ୍ଟନ ନିୟମ ବ୍ୟବହାର କରି	ଅଭେଦ ବ୍ୟବହାର କରି
$(6x+5)^2 = (6x+5)\times(6x+5)$ $= (6x \times 6x) + (5 \times 6x) + (6x \times 5) + 5 \times 5$ $= (6x)^2 + 2 \times (6x \times 5) + 5^2$ $= 36x^2 + 60x + 25$	$(6x+5)^2 = (6x)^2 + 5^2 + 2 \times (6x \times 5)$ $= 36x^2 + 25 + 60x$

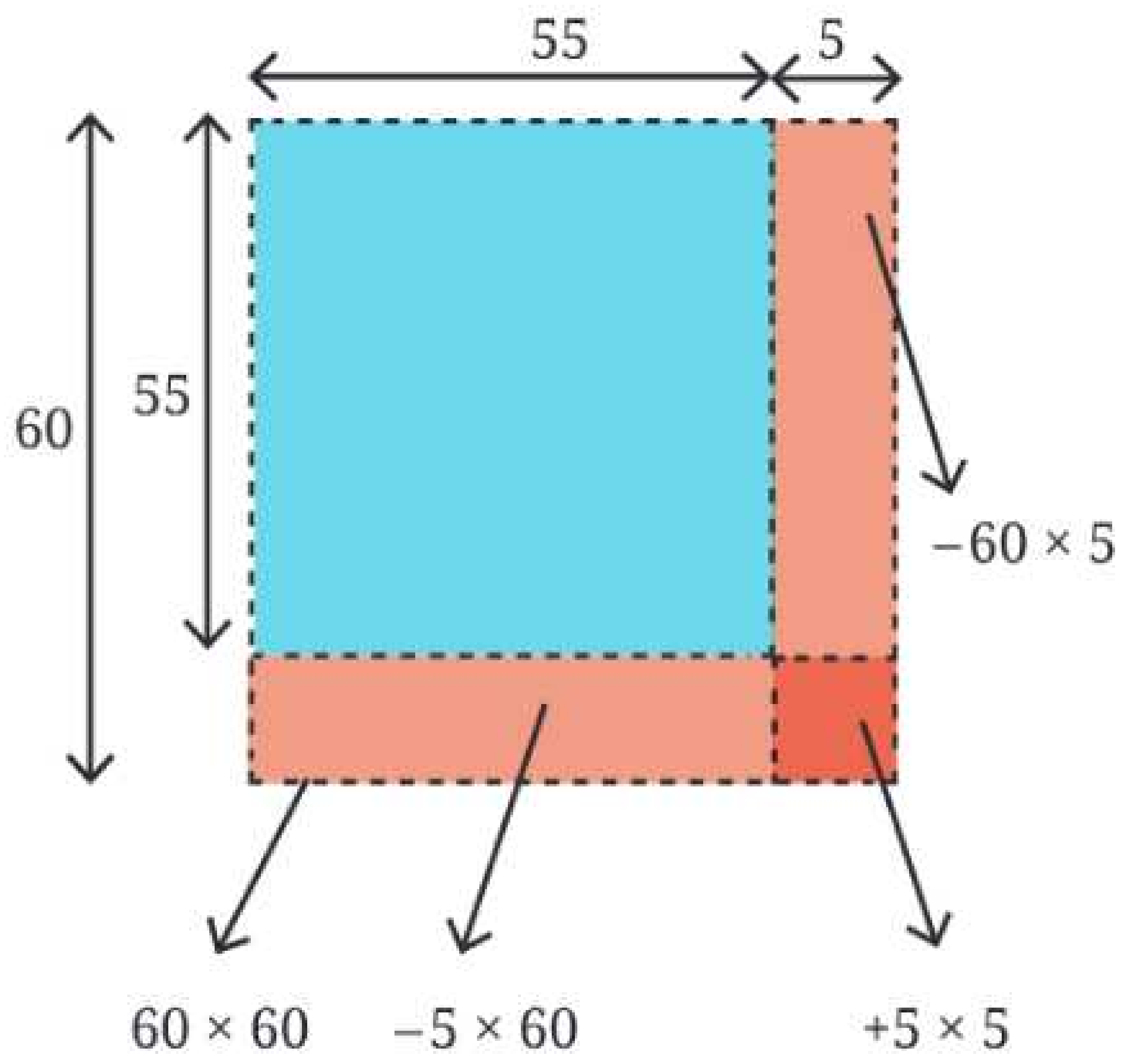
ଯଦି ତୁମକୁ ସାଧାରଣ ନିୟମ (ଅଭେଦ) ମନେ ରଖିବାରେ କିମ୍ବା ବ୍ୟବହାର କରିବାରେ ଅସୁବିଧା ହୁଏ, ତେବେ ତୁମେ ଗୁଣନ ପାଇଁ ବଣ୍ଟନ ନିୟମ ବ୍ୟବହାର କରି ଠିକ୍ ଫଳାଫଳ ପାଇପାରିବ ।

? ଅଭେଦ ଓ ବଣ୍ଟନ ନିୟମ ଉଭୟ ପ୍ରୟୋଗ କରି $(3j+2k)^2$ କୁ ବିସ୍ତାର କର ।

? ଆମେ $60^2\,(=3600)$ ଏବଂ $5^2\,(=25)$ ବ୍ୟବହାର କରି $(60-5)^2$ କିମ୍ବା 55^2 ର ମୂଲ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିପାରିବା କି ?

ଆସ, ଏହାକୁ ଜ୍ୟାମିତି ମାଧ୍ୟମରେ 60 ଏକକ ବାହୁ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ର ମଧ୍ୟରେ 55 ଏକକ ବାହୁ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ର ଅଙ୍କନ କରି ବୁଝିବା ।

55 ଏକକ ବାହୁ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ $= (60-5)^2 = 55^2$



60 ଏକକ ବାହୁ ବିଶିଷ୍ଟ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳରୁ 60 ଏକକ ଏବଂ 5 ଏକକ ବାହୁ ବିଶିଷ୍ଟ ଦୁଇଟି ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ଅପସାରଣ କରି ଆମେ 55 ଏକକ ବାହୁ ବିଶିଷ୍ଟ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ପାଇବା, ଅର୍ଥାତ୍ $60^2 - (60 \times 5) - (5 \times 60)$ । ଏହା କରିବା ଦ୍ୱାରା ଆମେ 5 ଏକକକ ବାହୁ ବିଶିଷ୍ଟ ଛୋଟ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳକୁ ଦୁଇଥର ଅପସାରଣ କରୁଛୁ । ପ୍ରକୃତ କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ପାଇବା ପାଇଁ ଆମେ ଏହି ପରିପ୍ରକାଶରେ କ'ଣ ପରିବର୍ତ୍ତନ କରିପାରିବା ?

ଆମେ ପୂର୍ବ ପରିପ୍ରେକ୍ଷୀରେ 5 ଏକକ ବାହୁ ବିଶିଷ୍ଟ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳକୁ ପୁନର୍ବାର ଯୋଗ କରିବା ଦ୍ୱାରା 5 ଏକକ ବାହୁ ବିଶିଷ୍ଟ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ଥରେ ମାତ୍ର ବିୟୋଗ ହୁଏ ।

ତେଣୁ, $(60-5)^2 = 60^2 - (60\times 5) - (5\times 60) + 5^2$

$= 3600 - 300 - 300 + 25$

$= 3025$

55 ଏକକ ବାହୁ ବିଶିଷ୍ଟ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 3025 ବର୍ଗଏକକ ଅଟେ ।

ଆମେ ଜାଣିଛୁ, $(a+b)^2$ କୁ ବିସ୍ତାର କଲେ କ'ଣ ମିଳେ ? $(a-b)^2$ ର ବିସ୍ତାର କଲେ କ'ଣ ହେବ ?

ବଣ୍ଟନ ନିୟମ ବ୍ୟବହାର କରି

$(a-b)^2 = (a-b)\times(a-b)$

$= (a)^2 - ba - ab + (b)^2$

$= a^2 - 2ab + b^2$

? ଆମେ $(a+b)^2$ର ବିସ୍ତାରକୁ ମଧ୍ୟ $(a-b)^2$ର ବିସ୍ତାର ପାଇଁ ବ୍ୟବହାର କରିପାରିବା । ଚିନ୍ତାକର କିପରି ହେବ ?

ସୂଚନା : $(a-b)^2 = (a+(-b))^2$

ଆମେ ବର୍ତ୍ତମାନ ସିଧାସଳଖ $(a+b)^2$ର ବିସ୍ତାରକୁ ବ୍ୟବହାର କରିପାରିବା ।

$(a+(-b))^2 = a^2 + (-b)^2 + 2\times a(-b)$

ଅଭେଦ 1B : $(a-b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$

? ଜ୍ୟାମିତି ପ୍ରୟୋଗ କରି $(55)^2$ କୁ ଆମେ ଯେପରି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିଥିଲୁ, ସେହିପରି $(a-b)^2$ର ସାଧାରଣ ବିସ୍ତାର କର ।

? ଅଭେଦ 1B ବ୍ୟବହାର କରି (i) 99^2 (ii) 58^2ର ମୂଲ୍ୟ ନିରୂପଣ କର ।

? ନିମ୍ନଲିଖିତ ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକୁ ଉଭୟ ଅଭେଦ 1B ଏବଂ ବଣ୍ଟନ ନିୟମ ପ୍ରୟୋଗ କରି ବିସ୍ତାର କର :

(i) $(b-6)^2$ (ii) $(-2a+3)^2$ (iii) $(7y-\frac{3}{4z})^2$

ସଂରଚନା ଅନୁସନ୍ଧାନ କର

ସଂରଚନା 1

ନିମ୍ନଲିଖିତ ସଂରଚନାକୁ ଦେଖ :

$2(2^2+1^2) = 3^2+1^2$

$2(3^2+1^2) = 4^2+2^2$

$2(6^2+5^2) = 11^2+1^2$

$2(5^2+3^2) = 8^2+2^2$

? ଏକ ଯୋଡ଼ା ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ନିଅ । ସେମାନଙ୍କର ବର୍ଗର ଯୋଗଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । ଏହି ଯୋଗଫଳର ଦୁଇଗୁଣକୁ ଦୁଇଟି ପୂର୍ଣ୍ଣବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗଫଳ ଭାବରେ ଲେଖିପାରିବା କି ?

ଅନ୍ୟ ସଂଖ୍ୟା ଯୋଡ଼ା ନେଇ ଏହିପରି ଚେଷ୍ଟା କର । ତୁମେ କୌଣସି ସଂରଚନା ଆବିଷ୍କାର କଲ କି ? ଲକ୍ଷ୍ୟକର ଯେ,

$$2(6^2+5^2)=(6+5)^2+(6-5)^2$$

? ମିଳିଥିବା ସଂରଚନାକୁ ବୁଝିବା ପାଇଁ ନିମ୍ନରେ ଥିବା ଅଭେଦଗୁଡ଼ିକ ସାହାଯ୍ୟ କରିବ କି ?

$$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$$

$$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$$

$$(a+b)^2+(a-b)^2=(a^2+2ab+b^2)+(a^2-2ab+b^2)$$

ସଦୃଶ ପଦଗୁଡ଼ିକୁ ଯୋଗକରି ଆମେ ପାଇବା : $a^2+a^2=2a^2$, $b^2+b^2=2b^2$, ଏବଂ $2ab-2ab=0$

$$2(a^2+b^2)=(a+b)^2+(a-b)^2$$

ସଂରଚନା 2

? ଏଠାରେ ଏକ ସମ୍ବନ୍ଧିତ ସଂରଚନା ଦିଆଯାଇଛି । ବୀଜଗଣିତ ବ୍ୟବହାର କରି ନିୟମକୁ ବର୍ଣ୍ଣନା କରିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କର ଏବଂ ନିୟମଟି ସର୍ବଦା କାର୍ଯ୍ୟ କରେ କି ନାହିଁ ତାହା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

$$9\times9-1\times1=10\times8$$

$$8\times8-6\times6=14\times2$$

$$7\times7-2\times2=9\times5$$

$$10\times10-4\times4=14\times6$$

ଏହି ସଂରଚନାଟି $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$ ପରି ଦୃଶ୍ୟମାନ ହେଉଛି । ଏହି ଅଭେଦଟି ସତ୍ୟ କି ? ବଣ୍ଟନ ନିୟମ ପ୍ରୟୋଗ କରି ଆମେ ପାଇବା ;

$$(a+b)(a-b)=a^2-ab+ba-b^2$$

ସଦୃଶ ପଦଗୁଡ଼ିକୁ ଯୋଗକରି $ab+(-ab)=0$, ଆମେ ଦେଖିବା ଯେ

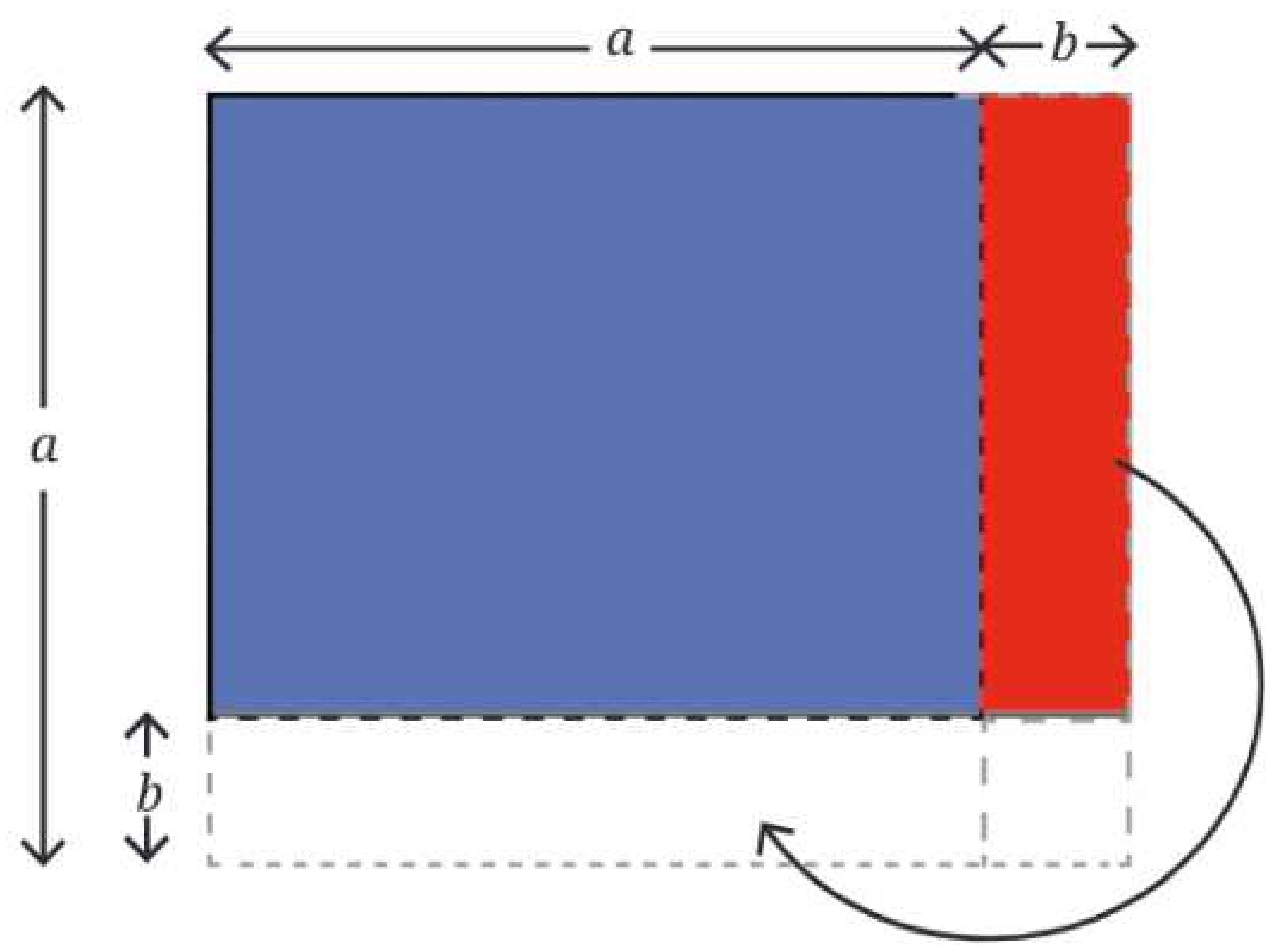
ଅଭେଦ 1C : $(a+b)(a-b) = a^2-b^2$

ଏହି ଅଭେଦଟିକୁ ତୁମେ ପୂର୍ବରୁ "ନିଜେ କରି ଦେଖ- 5(i)"ରେ ଦେଖିଥିଲ ।

? ଅଭେଦ 1C ବ୍ୟବହାର କରି 98×102 ଏବଂ 45×55 ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ଚେଷ୍ଟା କର

? ଜ୍ୟାମିତି ପ୍ରୟୋଗ କରି ପ୍ରମାଣ କର ଯେ : $(a+b)\times(a-b)=a^2-b^2$



ଶ୍ରୀଧରାଚାର୍ଯ୍ୟ (750 ଖ୍ରୀଷ୍ଟାବ୍ଦ) ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକର ବର୍ଗକୁ ଶୀଘ୍ର ଗଣନା କରିବାପାଇଁ ଅଭେଦ 1C ବ୍ୟବହାର କରି ଏକ ଆକର୍ଷଣୀୟ ପଦ୍ଧତି ଦେଇଥିଲେ । ଏହି ଅଭେଦରେ ନିମ୍ନଲିଖିତ ପରିବର୍ତ୍ତିତ ରୂପକୁ ବିଚାର କର ।

$$a^2 = (a+b)(a-b) + b^2$$

? କାହିଁକି ଏହି ଅଭେଦଟି ସତ୍ୟ ଅଟେ ?

ବର୍ତ୍ତମାନ, ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ $a = 31$ ଏବଂ $b = 1$ ନେଇ 31^2 ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରାଯାଇପାରିବ ।

$$\begin{aligned} 31^2 &= (31+1)(31-1)+1^2 \\ &= 32 \times 30 + 1 \\ &= 961 \end{aligned}$$

$a = 197$ ଏବଂ $b = 3$ ନେଇ 197^2 ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରାଯାଇପାରିବ ।

$$\begin{aligned} 197^2 &= (197+3)(197-3)+3^2 \\ &= 200 \times 194 + 9 \\ &= 38809 \end{aligned}$$

? **ନିଜେ କରି ଦେଖ :**

1. କେଉଁଟି ବୃହତ୍ତର ? $(a-b)^2$ କିମ୍ବା $(b-a)^2$? ତୁମ ଉତ୍ତରର ଯଥାର୍ଥତା ପ୍ରତିପାଦନ କର ।
2. 100କୁ ପୂର୍ଣ୍ଣବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟାର ଅନ୍ତରଫଳ ରୂପେ ପ୍ରକାଶ କର ।
3. ତୁମେ ଏ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଶିଖିଥିବା ଅଭେଦଗୁଡ଼ିକ ବ୍ୟବହାର କରି $406^2, 72^2, 145^2, 1097^2$ ଏବଂ 124^2 ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।
4. ସଂରଚନା 1 ଓ 2 କେବଳ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ପାଇଁ ପ୍ରଯୁଜ୍ୟ କି ? ସେଗୁଡ଼ିକ ଋଣାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ପାଇଁ ମଧ୍ୟ ପ୍ରଯୁଜ୍ୟ କି ? ଭଗ୍ନାଂଶ ବିଷୟରେ କ'ଣ କୁହାଯାଇପାରେ ? ତୁମ ଉତ୍ତରର ଯଥାର୍ଥତା ପ୍ରତିପାଦନ କର ।

ଗାଣିତିକ୍ କଥାବାର୍ତ୍ତା

6.3 ଭୁଲ ଚିହ୍ନଟ କର, ସଂଶୋଧନ କର

ଆମେ ନିମ୍ନରେ କେତେକ ବୀଜଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶର ସରଳତମ ରୂପକୁ ବିସ୍ତାର କରିଛୁ ।

(i) ପ୍ରତ୍ୟେକ ସରଳୀକରଣକୁ ଯାଞ୍ଚ କର ଏବଂ ଭୁଲ ଥିଲେ ଚିହ୍ନଟ କର ।

(ii) ଯଦି କୌଣସି ଭୁଲ ଥାଏ, ତେବେ କ'ଣ ଭୁଲ ହୋଇଛି ବୁଝାଅ ।

(iii) ତା'ପରେ ଠିକ୍ ପରିପ୍ରକାଶଟି ଲେଖ ।

1.
$$-3p(-5p + 2q) = -3p + 5p - 2q = p - 2q$$

2.
$$2(x - 1) + 3(x + 4) = 2x - 1 + 3x + 4 = 5x + 3$$

3.
$$y + 2(y + 2) = (y + 2)^2 = y^2 + 4y + 4$$

4.
$$(5m + 6n)^2 = 25m^2 + 36n^2$$

5.
$$(-q + 2)^2 = q^2 - 4q + 4$$

6.
$$3a\,(2b \times 3c) = 6ab \times 9ac = 54a2bc$$

7.
$$\frac{1}{2}(10s - 6) + 3 = 5s - 3 + 3 = 5s$$

8.
$$5w^2 + 6w = 11w^2$$

9.
$$2a^3 + 3a^3 + 6a^2b + 6ab^2 = 5a^3 + 12a^2b^2$$

10.
$$(x + 2)(x + 5) = (x + 2)x + (x + 2)5 = x^2 + 2x + 5x + 10 = x^2 + 7x + 10$$

11.
$$(a + 2)(b + 4) = ab + 8$$

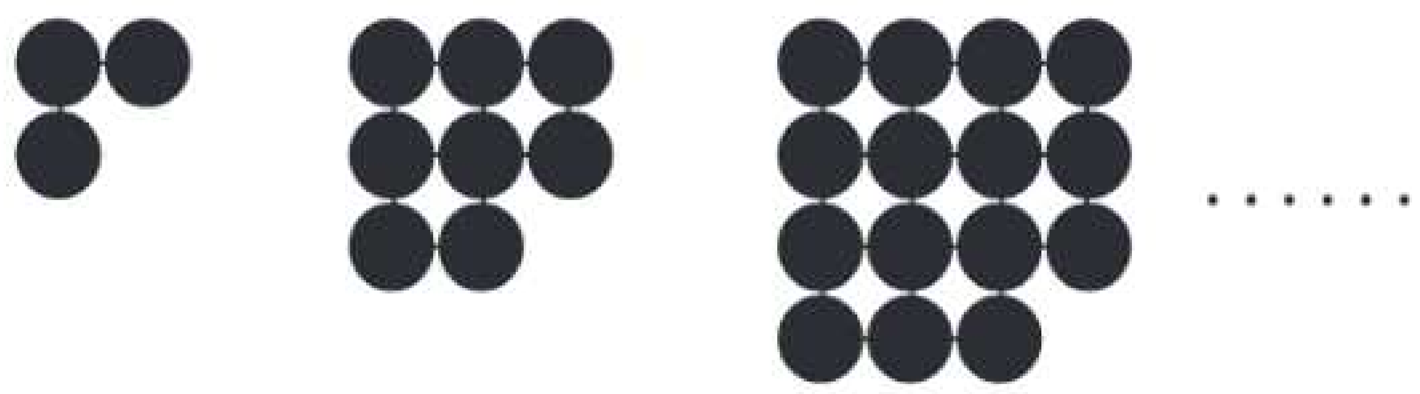
12.
$$ab^2 + a^2b + a^2b^2 = ab(a + b + ab)$$

6.4 ପଥ ଅନେକ ଲକ୍ଷ୍ୟ ଏକ

ନିମ୍ନ ଚିତ୍ରରେ ଥିବା ସଂରଚନାକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର । ଏହି କ୍ରମରେ ପରବର୍ତ୍ତୀ ଚିତ୍ରଟିକୁ ଅଙ୍କନ କର । ଏଥିରେ କେତୋଟି ବୃତ୍ତ ଅଛି ? ଏହି କ୍ରମରେ ସୋପାନ –10 ରେ ମୋଟ କେତୋଟି ବୃତ୍ତ ରହିବ ? 'k'ତମ ସୋପାନରେ ବୃତ୍ତ ସଂଖ୍ୟା ପାଇଁ ଏକ ପରିପ୍ରକାଶ ଲେଖ ।

ଗାଣିତିକ୍ କଥାବାର୍ତ୍ତା

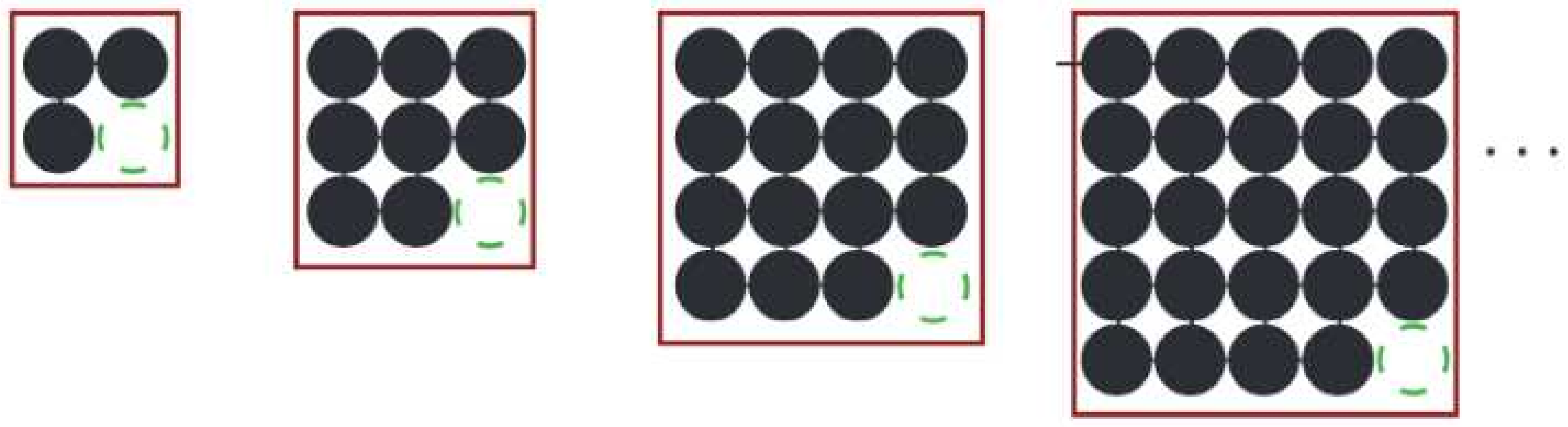
1 2 3



ଏହି ସଂରଚନାକୁ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରିବାର ଅନେକ ଉପାୟ ଅଛି । ଏଠାରେ କିଛି ସମ୍ଭାବନା ଦିଆଯାଇଛି ।

ପ୍ରଣାଳୀ - 1

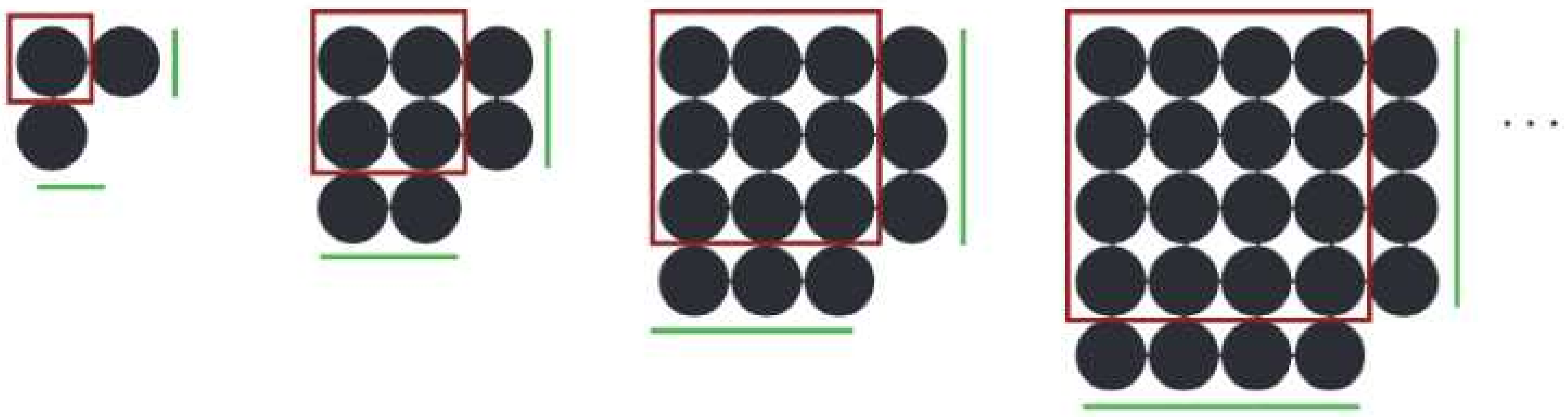
ସୋପାନ 1	ସୋପାନ 2	ସୋପାନ 3	ସୋପାନ 4		ସୋପାନ-k



$2^2 - 1$ $= (1 + 1)^2 - 1$	$3^2 - 1$ $= (2 + 1)^2 - 1$	$4^2 - 1$ $= (3 + 1)^2 - 1$	$5^2 - 1$ $= (4 + 1)^2 - 1$	...	$(k + 1)^2 - 1$

ପ୍ରଣାଳୀ - 2

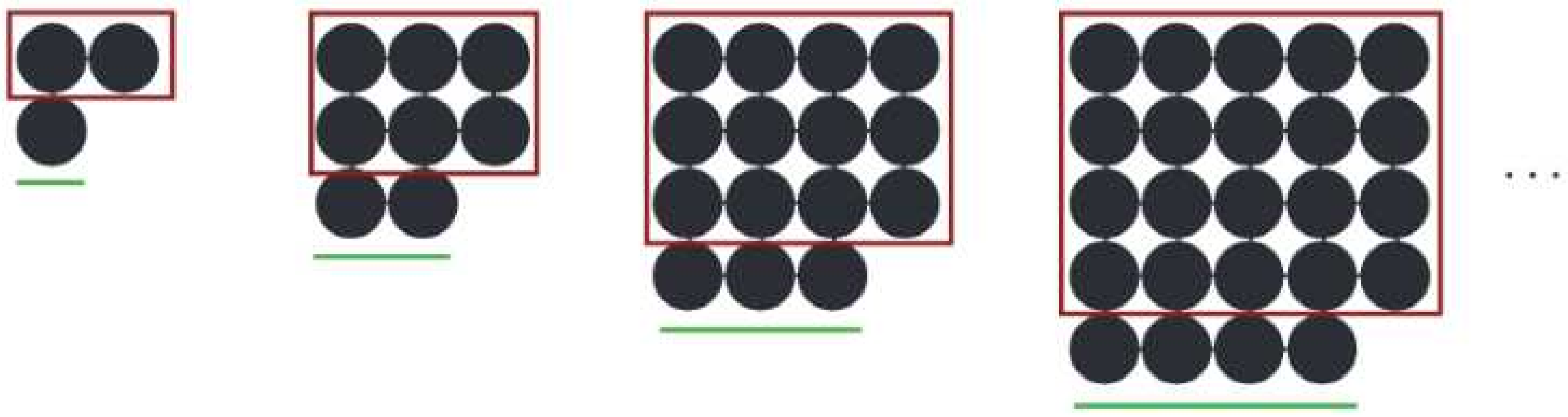
ସୋପାନ 1	ସୋପାନ 2	ସୋପାନ 3	ସୋପାନ 4		ସୋପାନ-k



$1 + 2 \times 1$ $= 1^2 + 2 \times 1$	$2^2 + 2 \times 2$ $= 2^2 + 2 \times 2$	$3^2 + 2 \times 3$ $= 3^2 + 2 \times 3$	$4^2 + 2 \times 4$ $= 4^2 + 2 \times 4$	...	$k^2 + 2 \times k$

ପ୍ରଣାଳୀ - 3

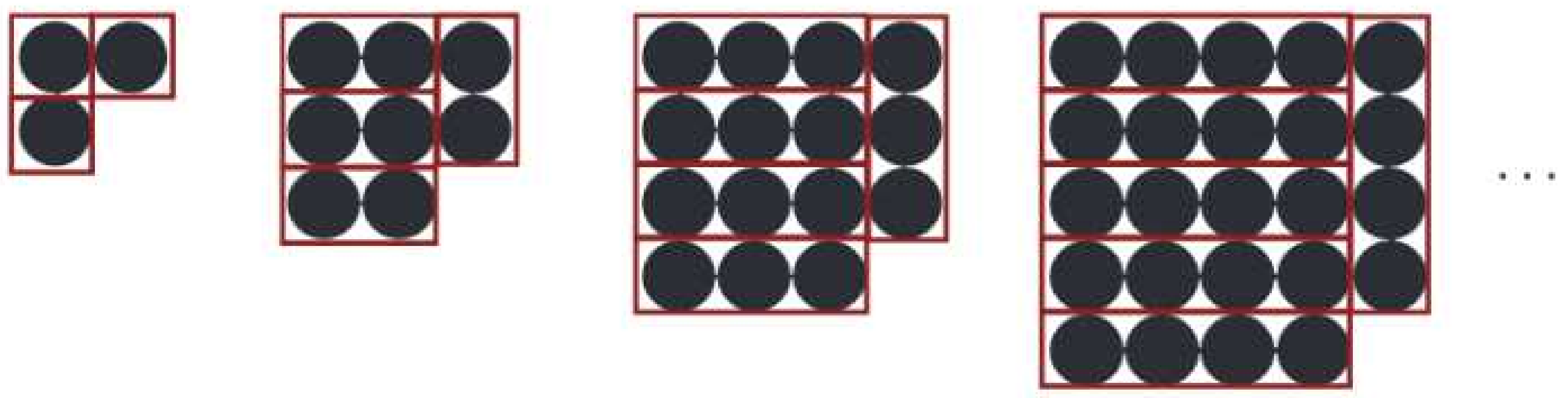
ସୋପାନ 1	ସୋପାନ 2	ସୋପାନ 3	ସୋପାନ 4		ସୋପାନ-k



$1 \times 2 + 1$ $= 1 \times (1 + 1) + 1$	$2 \times 3 + 2$ $= 2 \times (2 + 1) + 2$	$3 \times 4 + 3$ $= 3 \times (3 + 1) + 3$	$4 \times 5 + 4$ $= 4 \times (4 + 1) + 4$	...	$k \times (k + 1) + k$

ପ୍ରଣାଳୀ - 4

ସୋପାନ 1 ସୋପାନ 2 ସୋପାନ 3 ସୋପାନ 4 ...... ସୋପାନ-k



1×3	2×4	3×5	4×6		
$= \mathbf{1} \times (\mathbf{1} + 2)$	$= \mathbf{2} \times (\mathbf{2} + 2)$	$= \mathbf{3} \times (\mathbf{3} + 2)$	$= \mathbf{4} \times (\mathbf{4} + 2)$	...	$k \times (k+2)$

ତୁମର ପ୍ରଣାଳୀ ଏଥିମଧ୍ୟରୁ କୌଣସି ଗୋଟିଏ ସହିତ ମେଳ ଖାଉଛି କିମ୍ବା ଭିନ୍ନ ଅଟେ କି ? ଆମେ ଚିହ୍ନଟ କରିଥିବା ପ୍ରତ୍ୟେକ ପରିପ୍ରକାଶ ଭିନ୍ନ ଦେଖାଯାଉଛି, କିନ୍ତୁ ସେମାନେ ପ୍ରକୃତରେ ଭିନ୍ନ କି ? ଯେହେତୁ ସେମାନେ ଏକାପ୍ରକାରର ସଂରଚନାକୁ ପ୍ରଦର୍ଶନ କରନ୍ତି, ସେମାନେ ସମସ୍ତେ ସମାନ ହେବା ଉଚିତ୍ । ଆସ ପ୍ରତ୍ୟେକ ପରିପ୍ରକାଶକୁ ସରଳ କରିବା ଏବଂ ଫଳାଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ।

$(k+1)^2 - 1$ $= k^2 + 1 + 2k - 1$ $= k^2 + 2k$	$k^2 + 2 \times k$ $= k^2 + 2k$	$k \times (k+1) + k$ $= k^2 + k + k$ $= k^2 + 2k$	$k \times (k+2)$ $= k^2 + 2k$

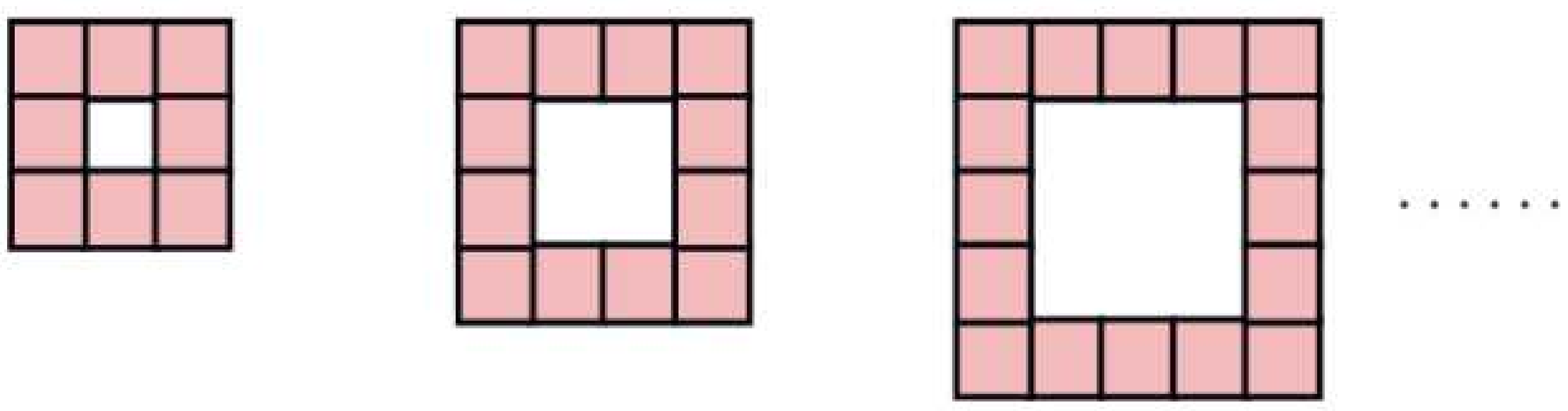
ଯେତେବେଳେ ଠିକ୍ ଭାବରେ ସରଳ କରାଯାଏ, ସମସ୍ତ ପ୍ରଣାଳୀରୁ ଏକ ପ୍ରକାର ଉତ୍ତର $(k^2 + 2k)$ ମିଳିଥାଏ । ତେଣୁ ଏହି ସଂରଚନାର k ତମ ସୋପାନରେ ବୃତ୍ତର ସଂଖ୍ୟା $k^2 + 2k$ ହୋଇଥାଏ ।

ଗଣିତର ଏକ ସଂରଚନାକୁ ଦେଖିବାର ଏବଂ ଏକ ସମସ୍ୟାକୁ ସମାଧାନ କରିବାର ଅନେକ ଉପାୟ ଅଛି । ଏପରି ଉପାୟ ଖୋଜିବା ପାଇଁ ଅନେକ ସୃଜନଶୀଳତା ଏବଂ କଳ୍ପନା ଶକ୍ତି ଆବଶ୍ୟକ । ସେଥିମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିଏ କିମ୍ବା ଦୁଇଟି ଉପାୟ ତୁମକୁ ଭଲ ଲାଗିପାରେ, ଅନ୍ୟ ଉପାୟଗୁଡ଼ିକୁ ଅନୁସନ୍ଧାନ କରିବା ମଧ୍ୟ ମଜାଦାର ଏବଂ ଜ୍ଞାନବର୍ଦ୍ଧକ ହୋଇପାରେ ।

? ସୋପାନ 15 ରେ ବୃତ୍ତର ସଂଖ୍ୟା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବାପାଇଁ ଏହି ସୂତ୍ର ବ୍ୟବହାର କର ।

? ନିମ୍ନ ଚିତ୍ରରେ ବର୍ଗାକୃତି ଟାଇଲ୍‌ରେ ତିଆରି ହୋଇଥିବା ସଂରଚନାକୁ ବିଚାର କର ।

1 2 3



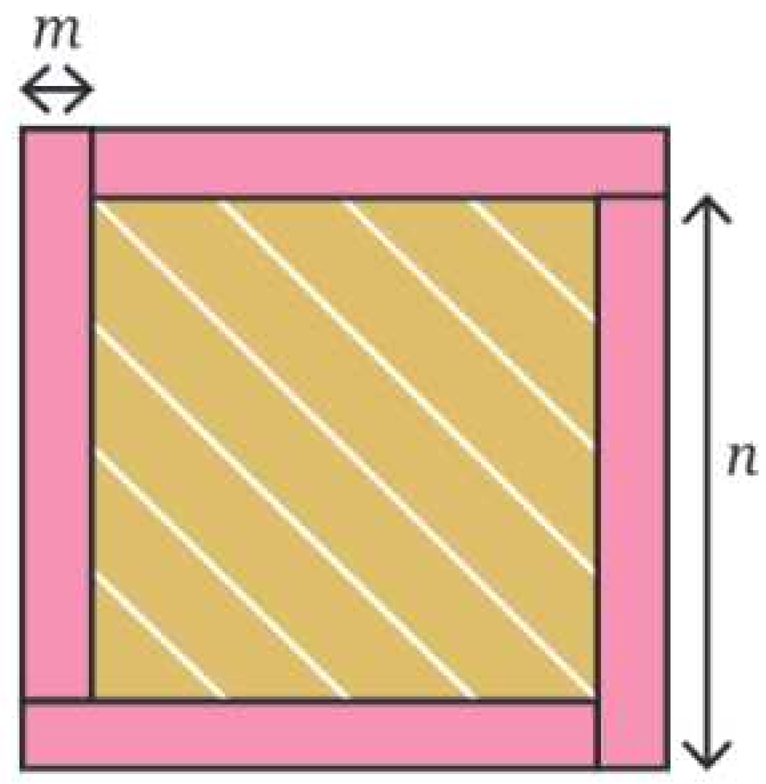
? ପ୍ରତ୍ୟେକ ଚିତ୍ରରେ କେତୋଟି ବର୍ଗାକୃତି ଟାଇଲ୍ ଅଛି ?

? ଏହି କ୍ରମରେ ଚତୁର୍ଥ ସୋପାନରେ କେତୋଟି ବର୍ଗାକୃତି ଟାଇଲ୍ ଅଛି ? ଦଶମ ସୋପାନ ବିଷୟରେ କ'ଣ କୁହାଯାଇପାରେ ?

? n ତମ ସୋପାନରେ ଥିବା ଟାଇଲ ସଂଖ୍ୟା ଜାଣିବା ପାଇଁ ଏକ ବୀଜଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ ଲେଖ । ତୁମେ ଅନୁସରଣ କରିଥିବା ପଦ୍ଧତିକୁ ଶ୍ରେଣୀରେ ଆଲୋଚନା କର । ଉତ୍ତର ପାଇବା ପାଇଁ ତୁମେ ଏକାଧିକ ପଦ୍ଧତି ଖୋଜି ପାରିଲ କି ?

ଗାଣିତିକ୍ କଥାବାର୍ତ୍ତା

? ନିମ୍ନରେ ଥିବା ଚିତ୍ରର (ଅନ୍ତର୍ଦ୍ଦେଶରେ) ଛାୟାଙ୍କିତ ଅଂଶର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । ସମସ୍ତ ଚାରୋଟିଯାକ ଆୟତଚିତ୍ର ସର୍ବସମ ।



ତାଡ଼ାଗଙ୍କ ପଦ୍ଧତି :

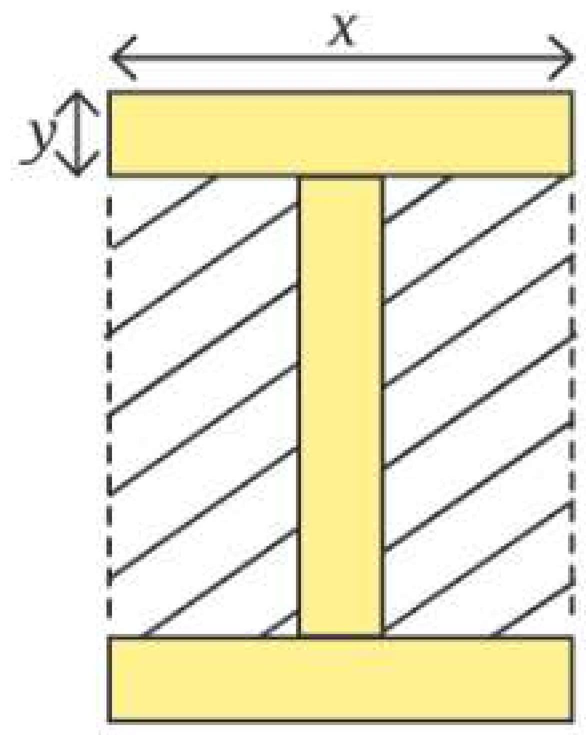
ସମୁଦାୟ ଅଂଶଟି $(m+n)$ ଏକକ ବାହୁ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ର, ଯାହାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ $(m+n)^2$ ବର୍ଗ ଏକକ । ସମୁଦାୟ ଅଂଶର କ୍ଷେତ୍ରଫଳରୁ ଚାରୋଟି ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ବାଦ୍ ଦେଲେ, ଭିତର ଛାୟାଙ୍କିତ ଅଂଶର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ମିଳିବ, ଯାହାକି $(m+n)^2-4mn$ ହେବ ।

ୟୁସୁଫ୍‌ଙ୍କ ପଦ୍ଧତି :

ଛାୟାଙ୍କିତ ଅଂଶ ହେଉଛି $(n-m)$ ଏକକ ବାହୁ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ର । ତେଣୁ ଏହାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ହେଉଛି $(n-m)^2$

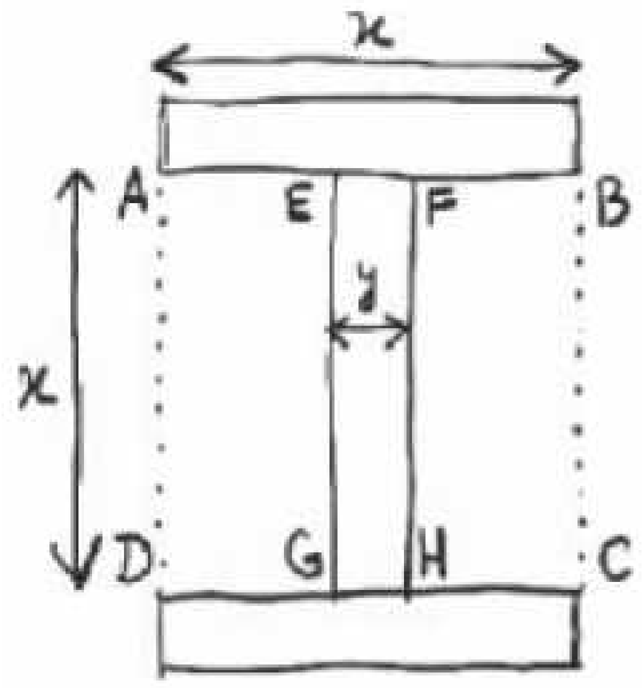
? ଉଭୟ ପରିପ୍ରକାଶକୁ ବିସ୍ତାର କରି ପରୀକ୍ଷା କର ଯେ, $(m+n)^2-4mn=(n-m)^2$

? ଚିତ୍ରରେ ତୀର୍ଯ୍ୟକ ରେଖାଥିବା ଅଂଶର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । ତିନୋଟିଯାକ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ର (ଚିତ୍ର - 1) ସର୍ବସମ ।



ଚିତ୍ର-1

ଅନୁଶାଙ୍କ ପଦ୍ଧତି :



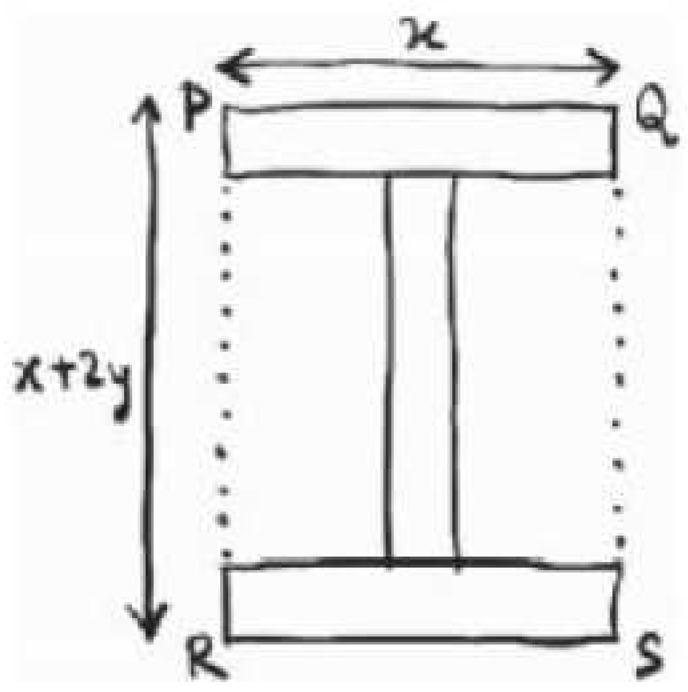
ଆବଶ୍ୟକ କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = (ABCD କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ) – (EFHG କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ)

ABCD କ୍ଷେତ୍ରର ଫେତ୍ରଫଳ = x^2 ।

EFHG କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = xy

ଆବଶ୍ୟକ କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $x^2 - xy$

ବୈଷ୍ଣବୀଙ୍କ ପଦ୍ଧତି :



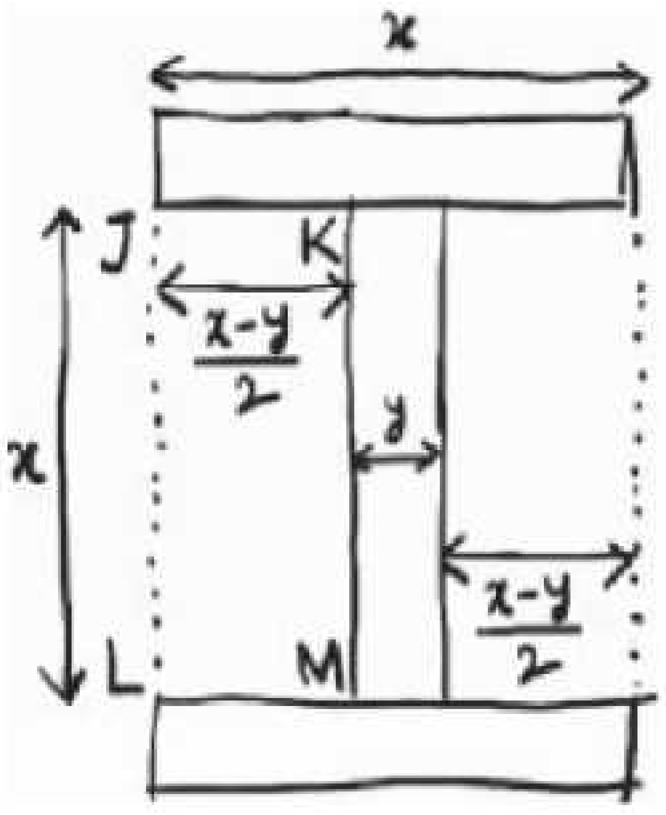
$QS = y + x + y = x + 2y$

PQSRର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $x(x+2y)$

ଆବଶ୍ୟକ କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = (PQSR କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ) – (ତିନୋଟି ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ)

$= x(x + 2y) - 3xy$

ଆଦିତ୍ୟଙ୍କ ପଦ୍ଧତି :



ଆବଶ୍ୟକ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ, JKML କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳର 2 ଗୁଣ ଅଟେ ।

$$JK = \frac{x-y}{2},\ KM = x$$

JKML କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ $= x\left(\frac{x-y}{2}\right)$

ଆବଶ୍ୟକ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = 2 × (JKML କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ)

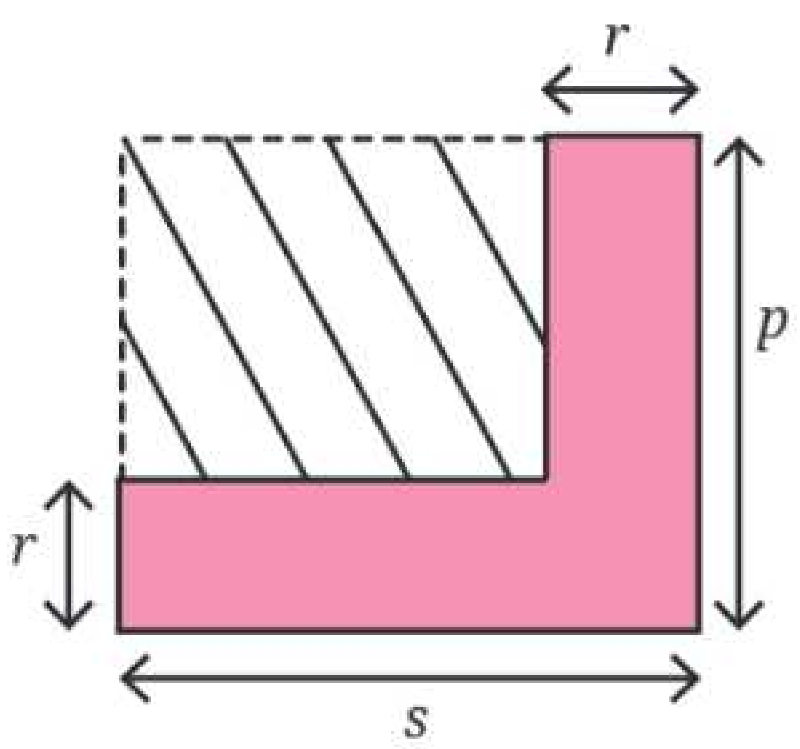
$$= 2x\left(\frac{x-y}{2}\right)$$

$$= x(x-y).$$

? ପରିପ୍ରକାଶଗୁଡ଼ିକୁ ବିସ୍ତାର କରି ସମସ୍ତ ତିନୋଟି ପରିପ୍ରକାଶ ସମାନ କି ନାହିଁ ପରୀକ୍ଷା କର । ଯଦି $x = 8$ ଏବଂ $y = 3$ ହୁଏ, ତେବେ ଛାୟାଙ୍କିତ ଅଂଶର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

? ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ଚିତ୍ରରେ ତୀର୍ଯ୍ୟକ ଚିହ୍ନ ଥିବା ଅଂଶର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ପାଇଁ ଏକ ପରିପ୍ରକାଶ ଲେଖ । ଉତ୍ତର ପାଇବା ପାଇଁ ଏକାଧିକ ପଦ୍ଧତି ବ୍ୟବହାର କର ଏବଂ କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । ବର୍ତ୍ତମାନ $p = 6$, $r = 3.5$ ଏବଂ $s = 9$ ନେଇ କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ଗାଣିତିକ କଥାବାର୍ତ୍ତା



? ନିଜେ କରି ଦେଖ :

1. ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଅଭେଦ ବ୍ୟବହାର କରି ନିମ୍ନ ଗୁଣଫଳଗୁଡ଼ିକୁ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।
   - (i) $(a + b)^2$ ପାଇଁ ଅଭେଦ 1A ବ୍ୟବହାର କରି $(46)^2$
   - (ii) $(a + b)(a - b)$ ପାଇଁ ଅଭେଦ 1C ବ୍ୟବହାର କରି 397×403
   - (iii) $(a - b)^2$ ପାଇଁ ଅଭେଦ 1B ବ୍ୟବହାର କରି $(91)^2$
   - (iv) $(a + b)(a - b)$ ପାଇଁ ଅଭେଦ 1C ବ୍ୟବହାର କରି 43×45

2. ନିମ୍ନଲିଖିତ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଗୁଣଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବାପାଇଁ ଏକ ଉପଯୁକ୍ତ ଅଭେଦ କିମ୍ବା ବଣ୍ଟନ ନିୟମ ବ୍ୟବହାର କର ।
   - (i) $(p - 1)(p + 11)$ (ii) $(3a - 9b)(3a + 9b)$
   - (iii) $-(2y + 5)(3y + 4)$ (iv) $(6x + 5y)^2$
   - (v) $(2x - \frac{1}{2})^2$ (vi) $(7p) \times (3r) \times (p + 2)$

3. ପ୍ରତ୍ୟେକ ଉକ୍ତି ପାଇଁ ଉପଯୁକ୍ତ ବୀଜଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶଗୁଡ଼ିକୁ ଚିହ୍ନଟ କର ।

   (i) ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟାଠାରୁ '2' ଅଧିକ

   $2 + s, (s + 2)^2, s^2 + 2, s^2 + 4, 2s^2, 2^2s$

   (ii) ଦୁଇଟି କ୍ରମିକ ସଂଖ୍ୟାର ବର୍ଗର ଯୋଗଫଳ

   $m^2 + n^2, (m + n)^2, m^2 + 1, m^2 + (m + 1)^2, m^2 + (m - 1)^2, (m + (m + 1))^2, (2m)^2 + (2m + 1)^2$

4. ଚିତ୍ରରେ ଦର୍ଶାଯାଇଥିବା ପରି ଏକ କ୍ୟାଲେଣ୍ଡରରେ ଥିବା ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ନେଇ କୌଣସି ଏକ 2×2 ବର୍ଗଚିତ୍ରକୁ ବିଚାର କର ।

February

Su	M	Tu	W	Th	F	Sa
						1
2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15
16	17	18	19	20	21	22
23	24	25	26	27	28	

ପ୍ରତ୍ୟେକ କର୍ଣ୍ଣରେ ଥିବା ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକର ଗୁଣଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର : $4 \times 12 = 48, 5 \times 11 = 55$ । ଏହି ପ୍ରକ୍ରିୟା ଅନ୍ୟ ଏକ 2×2 ବର୍ଗଚିତ୍ର ପାଇଁ ଅବଲମ୍ବନ କର । କର୍ଣ୍ଣରେ ଥିବା ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କର ଗୁଣଫଳ ବିଷୟରେ ତୁମେ କ'ଣ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରୁଛ ? ଏହା କାହିଁକି ହୁଏ ବୁଝାଅ ।

ଗାଣିତିକ୍ କଥାବାର୍ତ୍ତା

ସୂଚନା : ପ୍ରତ୍ୟେକ 2×2 ବର୍ଗଚିତ୍ରରେ ଥିବା ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ନିମ୍ନ ପରି ଲେଖ ।

a	$(a + 1)$
$a + 7$	$(a + 8)$

5. ନିମ୍ନଲିଖିତ ଉକ୍ତିଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁ ଉକ୍ତିଗୁଡ଼ିକ ସତ୍ୟ ତାହା ପରୀକ୍ଷା କର ।

   (i) $(k + 1)(k + 2) - (k + 3)$ ସର୍ବଦା '2' ଅଟେ ।

   (ii) $(2q + 1)(2q - 3)$ହେଉଛି '4' ର ଏକ ଗୁଣିତକ ।

   (iii) ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକର ବର୍ଗ '4'ର ଗୁଣିତକ ଏବଂ ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକର ବର୍ଗ '୪' ଗୁଣିତକ ଠାରୁ '1' ଅଧିକ ।

   (iv) $(6n + 2)^2 - (4n + 3)^2$ ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟାଠାରୁ 5କମ୍ ।

6. ଏକ ସଂଖ୍ୟାକୁ '7'ଦ୍ୱାରା ଭାଗକଲେ ଭାଗଶେଷ '3' ରହେ ଏବଂ ଅନ୍ୟ ଏକ ସଂଖ୍ୟାକୁ 7 ଦ୍ୱାରା ଭାଗକଲେ ଭାଗଶେଷ '5' ରହେ । ଯେତେବେଳେ ସେମାନଙ୍କର ଯୋଗଫଳ, ଅନ୍ତରଫଳ ଏବଂ ଗୁଣଫଳକୁ 7 ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କରାଯାଏ, ସେତେବେଳେ ଭାଗଶେଷ କେତେ ରହିବ ?

7. ତିନୋଟି କ୍ରମିକ ସଂଖ୍ୟା ବାଛ । ମଝି ସଂଖ୍ୟାର ବର୍ଗରୁ ଅନ୍ୟ ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱୟର ଗୁଣଫଳକୁ ବିୟୋଗ କର । ଅନ୍ୟ ସଂଖ୍ୟା ସମୂହରେ ଏହି ପ୍ରକ୍ରିୟାର ପୁନରାବୃତ୍ତି କର ।

   ତୁମେ କେଉଁ ସଂରଚନା ଲକ୍ଷ୍ୟ କରୁଛ ? ଆମେ ଏହାକୁ କିପରି ଏକ ବୀଜଗାଣିତିକ ସମୀକରଣ ଭାବରେ ଲେଖିବା ? ଏହି ଅଭେଦର ସତ୍ୟତା ପରୀକ୍ଷା ପାଇଁ ସମୀକରଣର ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱକୁ ବିସ୍ତାର କର ।

8. ନିମ୍ନଲିଖିତ ସୋପାନଗୁଡ଼ିକୁ ବର୍ଣ୍ଣନା କରୁଥିବା ବୀଜଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶଟି କ'ଣ ଅଟେ ?

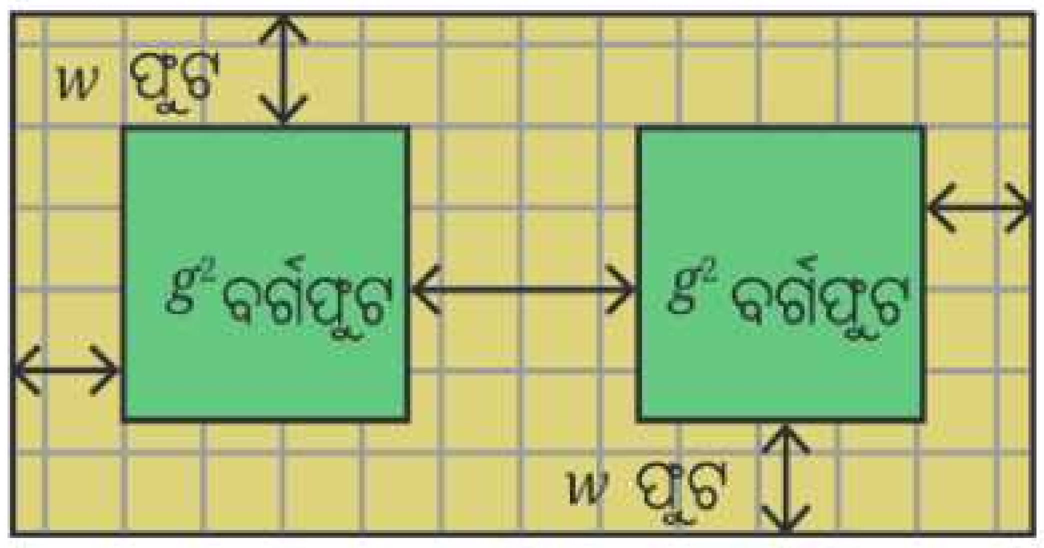
   ଯେକୌଣସି ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟାକୁ ଯୋଗକର । ଏହାକୁ ସଂଖ୍ୟାଦ୍ୱୟର ଯୋଗଫଳର ଅର୍ଦ୍ଧେକ ସହିତ ଗୁଣନ କର । ପ୍ରମାଣ କର ଯେ, ଏହି ଫଳାଫଳ ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗଫଳର ବର୍ଗର ଅର୍ଦ୍ଧେକ ହେବ ?

9. ସଂଖ୍ୟାଦ୍ୱୟର ସଂପୂର୍ଣ୍ଣ ଗୁଣଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ ନ କରି କେଉଁଟି ବୃହତ୍ତର ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

   (i) 14×26 କିମ୍ବା 16×24

   (ii) 25×75 କିମ୍ବା 26×74

10. ଧଉଳିରେ ଏକ ଛୋଟ ପାର୍କ ନିର୍ମାଣ ହେଉଛି । ଏହାର ନକ୍ସାଟି ଚିତ୍ରରେ ଦର୍ଶାଯାଇଛି । ପାର୍କ ମଧ୍ୟରେ ସବୁଜ ଆବରଣ ଥିବା z^2 ବର୍ଗଫୁଟ କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ବିଶିଷ୍ଟ ଦୁଇଟି ବର୍ଗାକାର ପ୍ଲଟ୍ ଅଛି । ଏହାର ଚତୁଃପାର୍ଶ୍ୱରେ ଥିବା w ଫୁଟ ଚଉଡ଼ା ଚଲାପଥକୁ ଟାଇଲ ଦ୍ୱାରା ଆଚ୍ଛାଦିତ କରିବାକୁ ପଡ଼ିବ । ଟାଇଲ ଦ୍ୱାରା ଆଚ୍ଛାଦିତ ହେବାକୁ ଥିବା କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ ପାଇଁ ଏକ ପରିପ୍ରକାଶ ଲେଖ ।

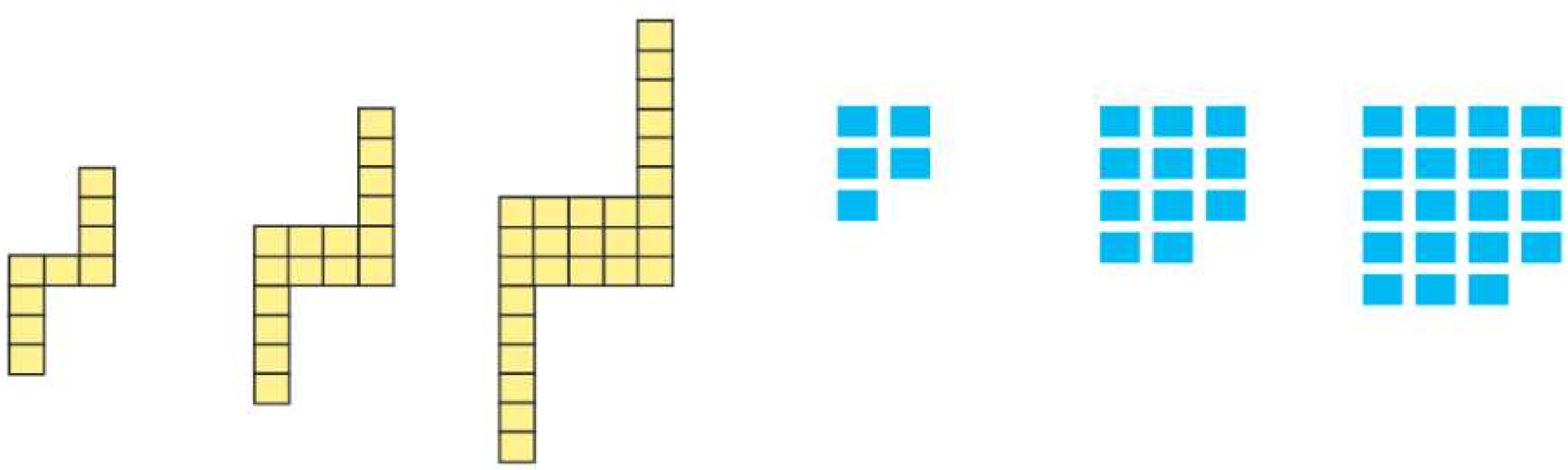


11. ନିମ୍ନରେ ଦର୍ଶାଯାଇଥିବା ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂରଚନା ପାଇଁ

   (i) ସେହି କ୍ରମରେ ଥିବା ପରବର୍ତ୍ତୀ ଚିତ୍ରଟିକୁ ଅଙ୍କନ କର ।

   (ii) ସୋପାନ-10 ରେ କେତୋଟି ମୌଳିକ ଏକକ ଅଛି ।

   (iii) ସୋପାନ - y ରେ ଥିବା ମୌଳିକ ଏକକ ସଂଖ୍ୟା ବର୍ଣ୍ଣନା କରିବା ପାଇଁ ଏକ ପରିପ୍ରକାଶ ଲେଖ ।



ସୋପାନ-1 ସୋପାନ-2 ସୋପାନ-3 ସୋପାନ-1 ସୋପାନ-2 ସୋପାନ-3

ଆମେ କ'ଣ ଶିଖିଲେ

- ଆମେ ଦୁଇପଦବିଶିଷ୍ଟ ଦୁଇଟି ରାଶିର ଗୁଣଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ପାଇଁ ବଣ୍ଟନ ନିୟମକୁ ବିସ୍ତାର କଲୁ। ଏହାର ସାଧାରଣ ରୂପ ହେଉଛି $(a+b)\times(c+d)=ac+ad+bc+bd$
- ଆମେ ନିମ୍ନ ଅଭେଦର କିଛି ବିଶେଷ ପରିସ୍ଥିତି ଦେଖିଲୁ-
  - $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$
  - $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$
  - $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$
- ଆମେ ବିଭିନ୍ନ ସଂରଚନାକୁ ବିଚାର କଲୁ ଏବଂ ବୀଜଗଣିତ ବ୍ୟବହାର କରି ସେଗୁଡ଼ିକୁ କିପରି ବୁଝିବା ତାହା ଅଧ୍ୟୟନ କଲୁ । ଆମେ ଦେଖିଲୁ ଯେ, ଅନେକ ସମୟରେ, ଏକ ସମସ୍ୟାର ସମାଧାନ କରିବା ଏବଂ ସଠିକ୍ ଉତ୍ତରରେ ପହଞ୍ଚିବା ପାଇଁ ଅନେକ ଉପାୟ ଅଛି । ସମାନ ସମସ୍ୟାକୁ ସମାଧାନ କରିବା ପାଇଁ ବିଭିନ୍ନ ପଦ୍ଧତି ଖୋଜିବା ଏକ ସୃଜନଶୀଳ ପ୍ରକ୍ରିୟା ।

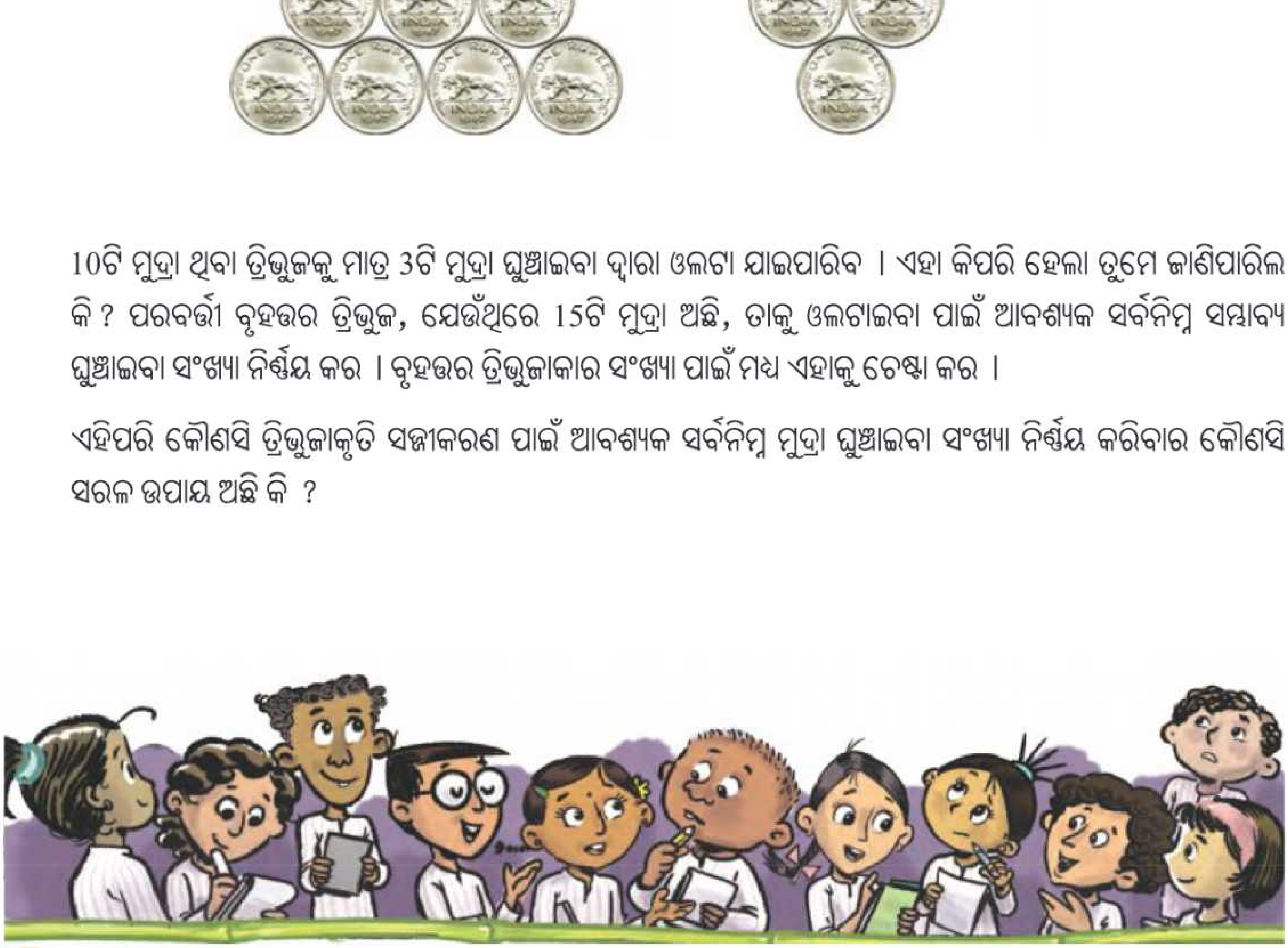
ଗୋଲକଧନ୍ଦା ସମୟ !

ମୁଦ୍ରା ସଂଯୋଗ

ବାମପାର୍ଶ୍ୱର ତଳେ ଦିଆଯାଇଥିବା ଚିତ୍ରରେ ଦର୍ଶାଯାଇଥିବା ପରି 10ଟି ମୁଦ୍ରାକୁ ଏକ ତ୍ରିଭୁଜ ଆକାରରେ ସଜାଅ । ଆମେ ଏକ ସମୟରେ ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ମୁଦ୍ରାକୁ ଏପରି ଘୁଞ୍ଚାଇବା ଯେପରି ତ୍ରିଭୁଜଟି ଓଲଟା ହୋଇଯିବ । ଏଥିପାଇଁ କେତୋଟି ଥର ଘୁଞ୍ଚାଇବା ଆବଶ୍ୟକ ? ସର୍ବନିମ୍ନ କେତୋଟି ମୁଦ୍ରା ଘୁଞ୍ଚାଇବା ଆବଶ୍ୟକ ।

10ଟି ମୁଦ୍ରା ଥିବା ତ୍ରିଭୁଜକୁ ମାତ୍ର 3ଟି ମୁଦ୍ରା ଘୁଞ୍ଚାଇବା ଦ୍ୱାରା ଓଲଟା ଯାଇପାରିବ । ଏହା କିପରି ହେଲା ତୁମେ ଜାଣିପାରିଲ କି ? ପରବର୍ତ୍ତୀ ବୃହତ୍ତର ତ୍ରିଭୁଜ, ଯେଉଁଥିରେ 15ଟି ମୁଦ୍ରା ଅଛି, ତାକୁ ଓଲଟାଇବା ପାଇଁ ଆବଶ୍ୟକ ସର୍ବନିମ୍ନ ସମ୍ଭାବ୍ୟ ଘୁଞ୍ଚାଇବା ସଂଖ୍ୟା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । ବୃହତ୍ତର ତ୍ରିଭୁଜାକାର ସଂଖ୍ୟା ପାଇଁ ମଧ୍ୟ ଏହାକୁ ଚେଷ୍ଟା କର ।

ଏହିପରି କୌଣସି ତ୍ରିଭୁଜାକୃତି ସଜ୍ଜୀକରଣ ପାଇଁ ଆବଶ୍ୟକ ସର୍ବନିମ୍ନ ମୁଦ୍ରା ଘୁଞ୍ଚାଇବା ସଂଖ୍ୟା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବାର କୌଣସି ସରଳ ଉପାୟ ଅଛି କି ?



7 ସମାନୁପାତିକ ଯୁକ୍ତି - 1 (Proportional Reasoning - 1)

7.1 ପରିବର୍ତ୍ତନରେ ସମାନତାକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରିବା (Observing Similarity in Change)

ଆମେ ସମସ୍ତେ ଡିଜିଟାଲ୍ (digital) ଛବି ସହିତ ପରିଚିତ । ଅଧିକାଂଶ ସମୟରେ ଆମର ଆବଶ୍ୟକତା ଅନୁଯାୟୀ ଆମେ ଚିତ୍ର ଗୁଡିକର ଆକାର ତଥା ଦିଗ ପରିବର୍ତ୍ତନ କରିଥାଉ । ନିମ୍ନରେ ଥିବା ଚିତ୍ରଗୁଡ଼ିକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟକର–

ଚିତ୍ର A

ଚିତ୍ର B

ଚିତ୍ର C

ଚିତ୍ର D

ଚିତ୍ର E

ଆମେ ଦେଖିପାରିବା ଯେ, ସମସ୍ତ ଚିତ୍ର ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ଆକାରର ଅଟନ୍ତି ।

? କେଉଁ ଚିତ୍ରଗୁଡିକ ଏକା ପରି ଦେଖାଯାଉଛି ଏବଂ କେଉଁଗୁଡିକ ଭିନ୍ନ ପ୍ରକାର ଦେଖାଯାଉଛି ?

ଚିତ୍ର A, C ଏବଂ D ଆକାରରେ ଭିନ୍ନ ହେଲେ ମଧ୍ୟ ଦେଖିବାକୁ ଏକା ପରି ।

? ଚିତ୍ର B ଓ E ଅନ୍ୟ ତିନୋଟି ଚିତ୍ର ପରି ଦେଖାଯାଉଛି କି ?

ନା, ସେଗୁଡ଼ିକ ସାମାନ୍ୟ ଅଲଗା । ଚିତ୍ର B ରେ ବାଘଟି ଲମ୍ବାଳିଆ ଏବଂ ଚିତ୍ର E ରେ ବାଘଟି ସଙ୍କୁଚିତ ଓ ମୋଟା ଦେଖାଯାଉଅଛି ।

? କାହିଁକି ?

ତୁମେ ଦେଖିପାରୁଥିବ, A , C ଓ D ଚିତ୍ରଗୁଡ଼ିକ ଆୟତାକୃତି କିନ୍ତୁ E ଚିତ୍ରଟି ବର୍ଗାକୃତି । ବୋଧହୁଏ ସେଇଥିପାଇଁ ଚିତ୍ର 'E' ଭିନ୍ନ ଦେଖାଯାଉଛି । କିନ୍ତୁ ଚିତ୍ର B ମଧ୍ୟ ଏକ ଆୟତାକୃତି । ମାତ୍ର ଏହା ଅନ୍ୟ ସମସ୍ତ ଆୟତାକୃତି ଚିତ୍ର ଠାରୁ କାହିଁକି ଭିନ୍ନ ଦେଖାଯାଉଅଛି ?

ଗାଣିତିକ୍ କଥାବାର୍ତ୍ତା

ଏହି ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ପାଇଁ ଆମେ କୌଣସି ଏକ ସଂରଚନାକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରିବା । ତେଣୁ ଆୟତାକୃତି ଚିତ୍ରଗୁଡ଼ିକର ମାପ କରିବାକୁ ପଡିବ ।

ଚିତ୍ର	ପ୍ରସ୍ଥ (ମି.ମି)	ଉଚ୍ଚତା (ମି.ମି)
ଚିତ୍ର A	60	40
ଚିତ୍ର B	40	20
ଚିତ୍ର C	30	20
ଚିତ୍ର D	90	60
ଚିତ୍ର E	60	60

? କାହିଁକି ଚିତ୍ର A, C, ଓ D ଦେଖିବାକୁ ଏକାପରି ଏବଂ B ଓ E ଭିନ୍ନ ପ୍ରକାରର ?

ଯେତେବେଳେ ଆମେ ଚିତ୍ର A କୁ ଚିତ୍ର C ସହିତ ତୁଳନା କରିବା, ଆମେ ଦେଖିବା ଯେ ଚିତ୍ର C ର ପ୍ରସ୍ଥ, ଚିତ୍ର 'A' ର ପ୍ରସ୍ଥର ଅଧା । ଚିତ୍ର 'C' ର ଉଚ୍ଚତା ମଧ୍ୟ ଚିତ୍ର 'A' ର ଉଚ୍ଚତାର ଅଧା । ଏହି କ୍ଷେତ୍ରରେ ଉଭୟ ପ୍ରସ୍ଥ ଓ ଉଚ୍ଚତା ସମାନ ଆନୁପାତିକ ହାରରେ ପରିବର୍ତ୍ତିତ ହୋଇଅଛି । ଉଭୟ ପ୍ରସ୍ଥ ଓ ଉଚ୍ଚତାରେ $\frac{1}{2}$ ଗୁଣାଯାଇଛି । ଯେହେତୁ ପ୍ରସ୍ଥ ଓ ଉଚ୍ଚତା ସମାନ ଗୁଣନୀୟକ ଦ୍ୱାରା ପରିବର୍ତ୍ତିତ ହୋଇଛି ତେଣୁ ଚିତ୍ରଗୁଡ଼ିକ ଏକାଭଳି ଦେଖାଯାଉଛି ।

ଯେତେବେଳେ ଆମେ ଚିତ୍ର A କୁ ଚିତ୍ର B ସହ ତୁଳନା କରିବା, ଆମେ ଲକ୍ଷ୍ୟକରିବା ଯେ ଚିତ୍ର 'B' ର ପ୍ରସ୍ଥ ଚିତ୍ର 'A' ପ୍ରସ୍ଥ ଅପେକ୍ଷା 20 ମିଲିମିଟର (ମି.ମି) କମ୍ । 'B' ଉଚ୍ଚତା ମଧ୍ୟ 'A' ର ଉଚ୍ଚତା ଠାରୁ 20 ମିଲିମିଟର (ମି.ମି) କମ୍ । ଯଦିଓ ପ୍ରସ୍ଥରେ ପାର୍ଥକ୍ୟ ସମାନ ଅଛି ମାତ୍ର ଚିତ୍ରଗୁଡିକ ଭିନ୍ନ ଦେଖାଯାଉଛନ୍ତି । ଉଭୟ ପ୍ରସ୍ଥ ଓ ଉଚ୍ଚତା ସମାନ ହାରରେ ପରିବର୍ତ୍ତିତ ହୋଇଛି କି ? 'B' ର ଉଚ୍ଚତା 'A' ର ଉଚ୍ଚତାର ଅଧା ଅଟେ । କିନ୍ତୁ B ର ପ୍ରସ୍ଥ, A ପ୍ରସ୍ଥର ଅଧା ନୁହେଁ । ଯେହେତୁ ପ୍ରସ୍ଥ ଓ ଉଚ୍ଚତା ସମାନ ହାରରେ ପରିବର୍ତ୍ତିତ ହୋଇନାହିଁ ତେଣୁ ଚିତ୍ରଗୁଡ଼ିକ ଭିନ୍ନ ଦେଖାଯାଉଛି ।

? ଚିତ୍ର A ତୁଳନାରେ ଚିତ୍ର D ରେ ପ୍ରସ୍ଥ ଓ ଉଚ୍ଚତା କେଉଁ ହାରରେ ପରିବର୍ତ୍ତିତ ହୋଇଛି, ତାହା ଅନୁଧ୍ୟାନ କରିପାରିବ କି ?

ଏଠାରେ ଉତ୍ପାଦକ (ଗୁଣକ)ଗୁଡ଼ିକ ସମାନ କି ? ଚିତ୍ର A , C ଏବଂ D ସମାନ ଦେଖାଯାଉଛି, କାରଣ ସେମାନଙ୍କର ପ୍ରସ୍ଥ ଏବଂ ଉଚ୍ଚତା ସମାନ ହାରରେ ପରିବର୍ତ୍ତିତ ହୋଇଛି । ଏଠାରେ ଆମେ କହିବା ପ୍ରସ୍ଥ ଓ ଉଚ୍ଚତାର ପରିବର୍ତ୍ତନ **ସମାନୁପାତୀ** ।

ଦୁଇଟି ରାଶିକୁ ତୁଳନା କଲେ, ପ୍ରଥମ ରାଶି ଦ୍ୱିତୀୟ ରାଶିର କେତେ ଗୁଣ ବା କେତେ ଅଂଶ, ଏହା ଯେଉଁ ରାଶି ବା ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ବ୍ୟକ୍ତ ହୁଏ, ତାହାକୁ ପ୍ରଥମ ଓ ଦ୍ୱିତୀୟ ରାଶି ଦ୍ୱାରା ମଧ୍ୟସ୍ଥ ଅନୁପାତ (Ratio) କୁହାଯାଏ ।

7.2 ଅନୁପାତ (Ratio)

ଗଣିତରେ ଏ ପ୍ରକାରର ଆନୁପାତିକ ସମ୍ବନ୍ଧକୁ ଉପସ୍ଥାପନ କରିବା ପାଇଁ ଆମେ **ଅନୁପାତ**ରେ ଧାରଣା ବ୍ୟବହାର କରିଥାଉ । ଆମେ କହିପାରିବା ଯେ, ଚିତ୍ର A ରେ ପ୍ରସ୍ଥ ଓ ଉଚ୍ଚତାର ଅନୁପାତ ହେଉଛି 60 : 40 ।

60 ଏବଂ 40 ସଂଖ୍ୟାଦ୍ୱୟକୁ ଅନୁପାତର **ପଦ** କୁହାଯାଏ । ଅନୁପାତରେ ଥିବା ପ୍ରଥମ ପଦକୁ 'ପୂର୍ବପଦ' ଓ ଦ୍ୱିତୀୟ ପଦକୁ 'ପର ପଦ' କୁହାଯାଏ । ଚିତ୍ର C ର ପ୍ରସ୍ଥ ଓ ଉଚ୍ଚତାର ଅନୁପାତ 30 : 20 ଏବଂ ଚିତ୍ର D ର ପ୍ରସ୍ଥ ଓ ଉଚ୍ଚତାର ଅନୁପାତ 90: 60 ।

> ଅନୁପାତକୁ a : b ରୂପରେ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଏ । ଏଠାରେ 'a' ଏକକ ପ୍ରଥମ ପରିମାଣକୁ ଏବଂ 'b' ଏକକ ଦ୍ୱିତୀୟ ପରିମାଣକୁ ବୁଝାଉଛି ।

a : b ରେ ପ୍ରଥମ ପରିମାଣର ପ୍ରତ୍ୟେକ 'a' ଏକକ ପାଇଁ ଦ୍ୱିତୀୟ ପରିମାଣର ଅନୁରୂପ 'b' ଏକକ ରହିବ ।

ତେଣୁ ଆମେ କହିପାରିବା ଯେ ଚିତ୍ରରେ ପ୍ରତ୍ୟେକ 60 ମି.ମି ପ୍ରସ୍ଥ ପାଇଁ 40 ମି.ମି ଉଚ୍ଚତା ଅଛି । ଆମେ ଏହା ମଧ୍ୟ କହିପାରିବା ଯେ, ଚିତ୍ର A, C ଓ D ରେ ପ୍ରସ୍ଥ ଓ ଉଚ୍ଚତାର ଅନୁପାତଗୁଡ଼ିକ ସମାନ, କାରଣ ଏହି ଅନୁପାତଗୁଡ଼ିକରେ ପଦଗୁଡିକ ସମାନ ଉତ୍ପାଦକ ଦ୍ୱାରା ବଦଳୁଛନ୍ତି । ଏହା କିପରି ହେଉଛି ଆସ ଦେଖିବା :

ଚିତ୍ର A :- 60 : 40

ଉଭୟ ପଦକୁ $\frac{1}{2}$ ଦ୍ୱାରା ଗୁଣିଲେ, ଆମେ ପାଇବା–

$$60 \times \frac{1}{2} : 40 \times \frac{1}{2}$$

ଯାହା 30 : 20, ଚିତ୍ର C ରେ ପ୍ରସ୍ଥ ଓ ଉଚ୍ଚତାର ଅନୁପାତ ଅଟେ ।

? 60 : 40 ଅନୁପାତକୁ କେଉଁ ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ଗୁଣନ କଲେ ଆମେ 90 : 60 (ଚିତ୍ର D) ଅନୁପାତ ପାଇବା ?

ଅନୁପାତଗୁଡ଼ିକ ସମାନୁପାତୀ କି ନାହିଁ, ତୁଳନା କରିବାର ଉପାୟ ହେଉଛି, ସେମାନଙ୍କୁ ଲଘିଷ୍ଠ ଆକାରରେ ପ୍ରକାଶ କରିବା ଏବଂ ଏଗୁଡ଼ିକ ସମାନ କି ନାହିଁ ଦେଖିବା ।

7.3 ଅନୁପାତର ଲଘିଷ୍ଠ ରୂପ (Ratios in their Simplest Form)

ଅନୁପାତରେ ପଦଗୁଡିକୁ ସେମାନଙ୍କର ଗ.ସା.ଗୁ ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କରି ଅନୁପାତକୁ ଲଘିଷ୍ଠ ଆକାରରେ ପରିଣତ କରାଯାଏ । ଚିତ୍ର A ରେ, ପଦଦୁଇଟି ହେଲେ 60 ଓ 40 । 60 ଓ 40 ର ଗ.ସା.ଗୁ. କେତେ ? 60 ଏବଂ 40 ର ଗ.ସା.ଗୁ. 20 ଅଟେ । ଚିତ୍ର A ରେ ଅନୁପାତର ପଦଗୁଡିକୁ 20 ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କଲେ ଆମେ ଏହାର ଲଘିଷ୍ଠ ରୂପ 3:2 ପାଇବା । ଚିତ୍ର D ରେ ଅନୁପାତ ହେଉଛି 90 : 60 । ଉଭୟ ପଦକୁ 30 (90 ଏବଂ 60 ର ଗ.ସା.ଗୁ) ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କଲେ ଆମେ ଏହାର ଲଘିଷ୍ଠ ରୂପ 3:2 ପାଇବା । ତେଣୁ ଚିତ୍ର A ଓ D ର ପ୍ରସ୍ଥ ଓ ଉଚ୍ଚତାର ଅନୁପାତ ଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟ ସମାନୁପାତୀ । ଚିତ୍ର B ଏବଂ E ରେ ଅନୁପାତର ଲଘିଷ୍ଠ ରୂପ କେତେ ? ଚିତ୍ର B ରେ ଅନୁପାତ ହେଉଛି 40 : 20 । ଏହାର ଲଘିଷ୍ଠ ରୂପ 2:1 ଅଟେ ।

ଚିତ୍ର E ରେ ପ୍ରସ୍ଥ ଓ ଉଚ୍ଚତାର ଅନୁପାତ ହେଉଛି 60 : 60 । ଲଘିଷ୍ଠ ରୂପରେ ଏହା 1 : 1 ଅଟେ ।

ଏହି ଅନୁପାତ ଗୁଡିକ 3:2 ସହିତ ସମାନ ନୁହେଁ । ତେଣୁ ଆମେ କହିପାରିବା ଯେ, ଚିତ୍ର B ଓ E ରେ ପ୍ରସ୍ଥ ଓ ଉଚ୍ଚତାର ଅନୁପାତଗୁଡ଼ିକ A, C ଓ D ସହିତ ସମାନୁପାତୀରେ ନାହାନ୍ତି ।

ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟାର ଅନୁପାତ ଅନ୍ୟ ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟାର ଅନୁପାତ ସହ ସମାନ ହେଲେ, ଚାରୋଟି ସଂଖ୍ୟାକୁ **ସମାନୁପାତ**ରେ ଅଛନ୍ତି ବୋଲି କୁହାଯାଏ । ': :' ଚିହ୍ନକୁ **ସମାନୁପାତ**ର ଚିହ୍ନ ଭାବେ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଏ । ଏହି ଚିହ୍ନକୁ ପଢ଼ିବାବେଳେ 'ସମାନ' ବୋଲି ପଢ଼ାଯାଏ । ତେଣୁ a : b : : c : d ହେଲେ a : b ଓ c : d ସାମାନୁପାତୀ ଅଟନ୍ତି ।

ତେଣୁ 60 : 40 : : 30 : 20 ଏବଂ 60 : 40 : : 90 : 60 ।

7.4 ସମାନୁପାତୀ ଯୁକ୍ତି ବ୍ୟବହାର କରି ସମସ୍ୟା ସମାଧାନ (Problems solving with Proportional Reasoning)

ଉଦାହରଣ 1: 3 : 4 ଏବଂ 72 : 96 ଅନୁପାତ ଦୁଇଟି ସମାନୁପାତୀ ଅଟନ୍ତି କି ?

3 : 4 ଲଘିଷ୍ଠ ରୂପରେ ଅଛି ।

72 : 96 ର ଲଘିଷ୍ଠ ରୂପ ଜାଣିବା ପାଇଁ ଏହାର ଉଭୟ ପଦକୁ ସେମାନଙ୍କର ଗ.ସା.ଗୁ. ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କରିବାକୁ ପଡିବ ।

72 ଏବଂ 96 ର ଗ.ସା.ଗୁ କେତେ ?

72 ଏବଂ 96 ର ଗ.ସା.ଗୁ 24 ଅଟେ । ଅନୁପାତର ଉଭୟ ପଦକୁ 24 ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କଲେ ଆମେ 3:4 ପାଉ । ଯେହେତୁ ଉଭୟ ଅନୁପାତର ଲଘିଷ୍ଠ ରୂପ ସମାନ, ସେମାନେ ସମାନୁପାତୀ ଅଟନ୍ତି ।

ଉଦାହରଣ - 2 : ରଶ୍ମୀ ଏକ ଉତ୍ସବ ପାଇଁ ଲେମ୍ବୁପାଣି ତିଆରି କରିବାକୁ ଚାହିଁଲା । ସେ ଏକ ପାତ୍ରରେ 6 ଗ୍ଲାସ୍ ଲେମ୍ବୁପାଣି ତିଆରି କଲା ଏବଂ ସେଥିରେ 10 ଚାମଚ ଚିନି ମିଶାଇଲା । ତାଙ୍କ ବାପା ଭାବୁଥିଲେ ଉତ୍ସବରେ ଅଧିକ ଲୋକ ଯୋଗ ଦେବେ । ତେଣୁ ସେ ତାଙ୍କୁ ଆଉ 18 ଗ୍ଲାସ୍ ଅଧିକ ଲେମ୍ବୁପାଣି ତିଆରି କରିବାକୁ କହିଲେ ।

ସମାନ ମିଠାଗୁଣ ବଜାୟ ରଖିବା ପାଇଁ ରଶ୍ମୀ ଆଉ କେତେ ଚାମଚ ଚିନି ମିଶାଇବା ଉଚିତ୍ ?

ସମାନ ମିଠାଗୁଣ ବଜାୟ ରଖିବା ପାଇଁ ଲେମ୍ବୁପାଣିର ଗ୍ଲାସ୍ ସଂଖ୍ୟା ଏବଂ ଚିନିର ଚାମଚ ସଂଖ୍ୟାର ଅନୁପାତ, ସମାନୁପାତୀ

ହେବା ଉଚିତ୍ । 6 ଗ୍ଲାସ୍ ଲେମ୍ବୁପାଣି ପାଇଁ ସେ 10 ଚାମଚ ଚିନି ମିଶାଇଥିଲା । ଲେମ୍ବୁପାଣିର ଗ୍ଲାସ୍ ସଂଖ୍ୟା ଏବଂ ଚିନିର ଚାମଚ ସଂଖ୍ୟାର ଅନୁପାତ ହେଉଛି 6 : 10 । ଯଦି ତାଙ୍କୁ 18 ଗ୍ଲାସ୍ ଅଧିକ ଲେମ୍ବୁପାଣି ତିଆରି କରିବାକୁ ପଡ଼େ । ତାଙ୍କୁ କେତେ ଚାମଚ ଚିନି ମିଶାଇବାକୁ ପଡିବ ? ଏହାକୁ ନିମ୍ନମତେ ଲେଖିପାରିବା–

6 : 10 : : 18 : ?

ଆମେ ଜାଣୁ ଯେ ଅନୁପାତର ପ୍ରତ୍ୟେକ ପଦ ସମାନ ଉତ୍ପାଦକ ଦ୍ୱାରା ପରିବର୍ତ୍ତିତ ହେଲେ ହେଁ ଅନୁପାତଗୁଡ଼ିକ ସମାନୁପାତୀ ହେବେ ।

? ଅନୁପାତର ପଦଗୁଡ଼ିକ କେଉଁ ଉତ୍ପାଦକ (ଗୁଣନୀୟକ) ଦ୍ୱାରା ବଦଳୁଛି ? ପ୍ରଥମ ପଦ 6 ରୁ 18 କୁ ବୃଦ୍ଧି ପାଇଛି । ପରିବର୍ତ୍ତନର ଗୁଣନୀୟକ ଜାଣିବା ପାଇଁ, ଆମେ 18 କୁ 6 ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କରି 3 ପାଇବା ।

ଦ୍ୱିତୀୟ ଅନୁପାତର ଦ୍ୱିତୀୟ ପଦ (ପର ପଦ) ମଧ୍ୟ ସମାନ ଗୁଣନୀୟକ ଦ୍ୱାରା ପରିବର୍ତ୍ତିତ ହେବା ଉଚିତ୍ । 10କୁ 3 ଦ୍ୱାରା ଗୁଣିଲେ 30 ହେବ । ସୁତରାଂ 6 : 10 : : 18 : 30

ତେଣୁ, ପୂର୍ବ ମିଠାପଣକୁ ସମାନ (ପରିବର୍ତ୍ତନ ନ କରି)ବଜାୟ ରଖି 18 ଗ୍ଲାସ୍ ଲେମ୍ବୁପାଣି ତିଆରି କରିବା ପାଇଁ ସେ 30 ଚାମଚ ଚିନି ବ୍ୟବହାର କରିବା ଉଚିତ୍ ।

? **ଉଦାହରଣ 3 :** ନୀତିନ୍ ଏବଂ ହରି ସେମାନଙ୍କ ଘର ଚାରିପାଖରେ ଏକ ପାଚେରୀ ନିର୍ମାଣ କରୁଥିଲେ । ନୀତିନ୍ 60 ମିଟର ଲମ୍ବା ପାର୍ଶ୍ୱଟିକୁ ନିର୍ମାଣ କରୁଥିଲେ ଏବଂ ହରି 40 ମିଟର ଲମ୍ବା ପାର୍ଶ୍ୱଟିକୁ ନିର୍ମାଣ କରୁଥିଲେ । ନୀତିନ୍ 3 ବ୍ୟାଗ୍ ସିମେଣ୍ଟ ବ୍ୟବହାର କରିଥିଲେ କିନ୍ତୁ ହରି 2 ବ୍ୟାଗ୍ ସିମେଣ୍ଟ ବ୍ୟବହାର କରିଥିଲେ । ନୀତିନ୍ ଭାବୁଥିଲେ ହରି ଦ୍ୱାରା ନିର୍ମିତ ପାଚେରୀରେ କମ୍ ପରିମାଣର ସିମେଣ୍ଟର ବ୍ୟବହାର ହେତୁ, ତାଙ୍କ (ନୀତିନ୍) ଦ୍ୱାରା ନିର୍ମିତ ପାଚେରୀ ଭଳି ମଜବୁତ୍ ହେବ ନାହିଁ ।

? ନୀତିନ୍ ଯାହା ଭାବୁଥିଲେ ତାହା ଠିକ୍ କି ?

ନୀତିନ୍ ଏବଂ ହରିଙ୍କ କ୍ଷେତ୍ରରେ, ଆମେ ପାଚେରୀର ଲମ୍ବ ଏବଂ ସେମାନଙ୍କ ଦ୍ୱାରା ବ୍ୟବହୃତ ସିମେଣ୍ଟ ବ୍ୟାଗ୍‌ର ଅନୁପାତ ତୁଳନା କରି ଅନୁପାତ ଦୁଇଟି ସମାନୁପାତୀ କି ନାହିଁ ଦେଖିବା । ନୀତିନ୍‌ଙ୍କ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଅନୁପାତ ହେଉଛି 60 : 3 ଅର୍ଥାତ୍ 20 : 1 (ଲଘିଷ୍ଠ ରୂପ) ହରିଙ୍କ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଅନୁପାତ ହେଉଛି 40 : 2 ଅର୍ଥାତ୍ 20 : 1 (ଲଘିଷ୍ଠ ରୂପ)

ଯେହେତୁ ଉଭୟ ଅନୁପାତ ସମାନ ବା ସମାନୁପାତ ତେଣୁ ଉଭୟ ପାଚେରୀ ସମାନ ଭାବରେ ମଜବୁତ୍ ହେବ । ତେଣୁ ନୀତିନ୍ ବ୍ୟସ୍ତ ହେବା କଥା ନୁହେଁ ।

? **ଉଦାହରଣ 4 :** ମୋ ବିଦ୍ୟାଳୟରେ 5 ଜଣ ଶିକ୍ଷକ ଏବଂ 170 ଜଣ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀ ଅଛନ୍ତି । ବିଦ୍ୟାଳୟର ଶିକ୍ଷକ ଏବଂ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀଙ୍କ ଅନୁପାତ 5 : 170 । ତୁମ ବିଦ୍ୟାଳୟରେ ଶିକ୍ଷକ ଏବଂ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା ଗଣନା କର । ତୁମ ବିଦ୍ୟାଳୟରେ ଶିକ୍ଷକ ଏବଂ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀଙ୍କ ଅନୁପାତ କେତେ ? ଏହା ନିମ୍ନରେ ଲେଖ ।

_______ : _______

? ତୁମ ବିଦ୍ୟାଳୟର ଶିକ୍ଷକ - ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀଙ୍କ ଅନୁପାତ ମୋ ବିଦ୍ୟାଳୟର ଥିବା ଶିକ୍ଷକ-ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀଙ୍କ ଅନୁପାତ ସମାନୁପାତରେ ଅଛନ୍ତି କି ?

? **ଉଦାହରଣ 5 :** ତୁମ ଶ୍ରେଣୀଗୃହରେ ଥିବା କଳାପଟାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ପ୍ରସ୍ଥକୁ ସେଣ୍ଟିମିଟର ଏକକରେ ମାପ । କଳାପଟାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ପ୍ରସ୍ଥର ଅନୁପାତ କେତେ ?

_______ : _______

? କଳାପଟାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ପ୍ରସ୍ଥର ଅନୁପାତକୁ ନେଇ ତୁମେ ତୁମ ଖାତାରେ ଏକ ଆୟତଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ କରିପାରିବ କି ?

? ତୁମେ ଅଙ୍କନ କରିଥିବା ଆୟତଚିତ୍ର ତୁମର ସହପାଠୀମାନେ ଅଙ୍କନ କରିଥିବା ଆୟତଚିତ୍ର ସହିତ ତୁଳନା କରି ଦେଖ । ସମସ୍ତଙ୍କର ଚିତ୍ର ସମାନ ଦେଖାଯାଉଛି କି ?

ଗାଣିତିକ୍ କଥାବାର୍ତ୍ତା

ଶିକ୍ଷକଙ୍କ ପାଇଁ ସୂଚନା : ଏହିପରି ଅନେକ ଉଦାହରଣ ମାଧ୍ୟମରେ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନେ ସେମାନଙ୍କ ଉତ୍ତର କାହିଁକି ଠିକ୍ ଭାବୁଛନ୍ତି ସେ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଯୁକ୍ତି ଉପସ୍ଥାପନ କରିପାରିବେ । ଏପରି ସମସ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ସହିତ ଜଡ଼ିତ ହେବା ଏବଂ ସମାନୁପାତୀ ଯୁକ୍ତି ପ୍ରକ୍ରିୟା ମାଧ୍ୟମରେ ସମାଧାନ ଖୋଜିବା ଶିକ୍ଷଣ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଏବଂ ସମସ୍ୟା ସମାଧାନ ପଦ୍ଧତି ଏକତ୍ର ଯିବା ଆବଶ୍ୟକ ।

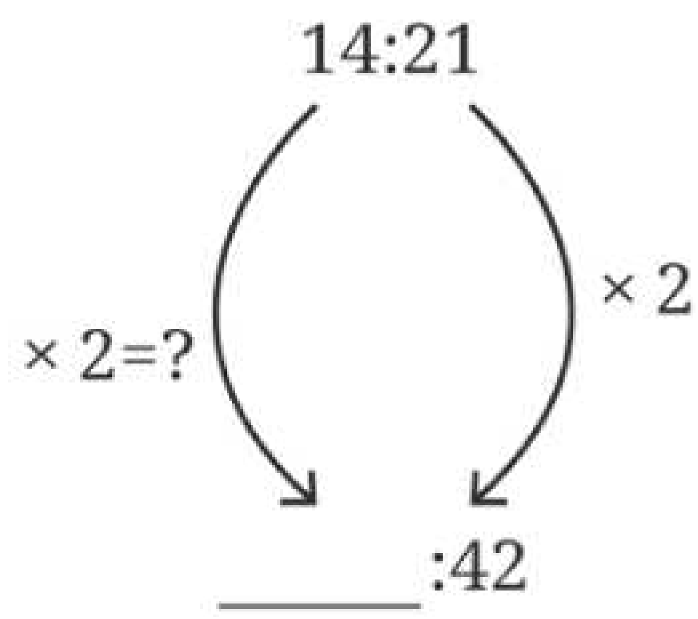
ଉଦାହରଣ 6 : ଯେତେବେଳେ ନୀଳିମାଙ୍କୁ 3 ବର୍ଷ ହୋଇଥିଲା, ତାଙ୍କ ମା'ଙ୍କ ବୟସ ତା' ବୟସର 10 ଗୁଣ ଥିଲା । ସେତେବେଳେ ନୀଳିମାର ବୟସ ଓ ତାଙ୍କ ମା'ଙ୍କ ବୟସର ଅନୁପାତ କେତେ ? ଯେତେବେଳେ ନୀଳିମାଙ୍କୁ 12 ବର୍ଷ ହେବ ସେମାନଙ୍କ ବୟସର ଅନୁପାତ କେତେ ହେବ ? ଏହା ସମାନ ହେବ କି ?

ଯେତେବେଳେ ନୀଳିମାଙ୍କୁ 3 ବର୍ଷ ହୋଇଥିଲା, ନୀଳିମାଙ୍କ ବୟସ ଓ ତାଙ୍କ ମା'ଙ୍କ ବୟସର ଅନୁପାତ 3 :30 (ମା'ଙ୍କ ବୟସ ନୀଳିମାଙ୍କ ବୟସ 10 ଗୁଣ) । ଲଘିଷ୍ଠ ରୂପରେ ଏହା 1:10 ।

ଯେତେବେଳେ ନୀଳିମାଙ୍କୁ 12 ବର୍ଷ ହେବ (ଅର୍ଥାତ୍ 9 ବର୍ଷ ପରେ), ସେମାନଙ୍କ ବୟସର ଅନୁପାତ 12 : 39 (9 ବର୍ଷ ପରେ ନୀଳିମାଙ୍କ ମା'ଙ୍କ ବୟସ 39 ବର୍ଷ ହେବ) ଲଘିଷ୍ଠ ରୂପରେ ଏହା 4 : 13 ଅଟେ ।

ଯେତେବେଳେ ଆମେ ଏକ ଅନୁପାତର ପଦଗୁଡ଼ିକରେ ସମାନ ସଂଖ୍ୟା ଯୋଗ (ବା ବିୟୋଗ) କରୁ, ଅନୁପାତ ପରିବର୍ତ୍ତିତ ହୋଇଥାଏ ଏବଂ ମୂଳ ଅନୁପାତ ସହିତ ସମାନୁପାତୀ ହୋଇନଥାଏ ।

ଉଦାହରଣ 7 : ନିମ୍ନଲିଖିତ ଅନୁପାତଗୁଡ଼ିକରେ ଖାଲିଥିବା ସ୍ଥାନରେ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ପୂରଣ କର, ଯାହା 14 : 21 ସହିତ ସମାନୁପାତୀ ହେବ । .... : 42 6 : .... 2 : ....



ପ୍ରଥମ ଅନୁପାତରେ ଆମେ ପୂର୍ବ ପଦ ଜାଣିନାହୁଁ; କିନ୍ତୁ ପର ପଦ 42 । ଏହା 14 : 21 ଅନୁପାତର ପର ପଦର 2 ଗୁଣ । ତେଣୁ ପୂର୍ବ ପଦ ମଧ୍ୟ 14 (ପୂର୍ବ ପଦ)ର 2 ଗୁଣ ହେବ । ତେଣୁ ସମାନୁପାତୀ ଅନୁପାତ ଟି 28 : 42 ହେବ । ଦ୍ୱିତୀୟ ଅନୁପାତ ପାଇଁ, ପୂର୍ବ ପଦ 6 ।

14 କେଉଁ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଦ୍ୱାରା ଗୁଣନ କଲେ 6 ମିଳିବ ? ଏହା ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା ହୋଇପାରିବ କି ? କିମ୍ବା ଏହା ଏକ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ହେବ କି ? ଆମେ ଏହାକୁ 14y = 6 ଭାବରେ ଲେଖି ପାରିବା ।

ତେଣୁ $y = \frac{6}{14} = \frac{3}{7}$

ତେଣୁ, ଆମକୁ 21 କୁ (14 : 21ର ପର ପଦ) ସମାନ ଗୁଣନୀୟକ $\frac{3}{7}$ ଦ୍ୱାରା ଗୁଣନ କରିବାକୁ ପଡ଼ିବ ।

$21 \times \frac{3}{7} = 9$

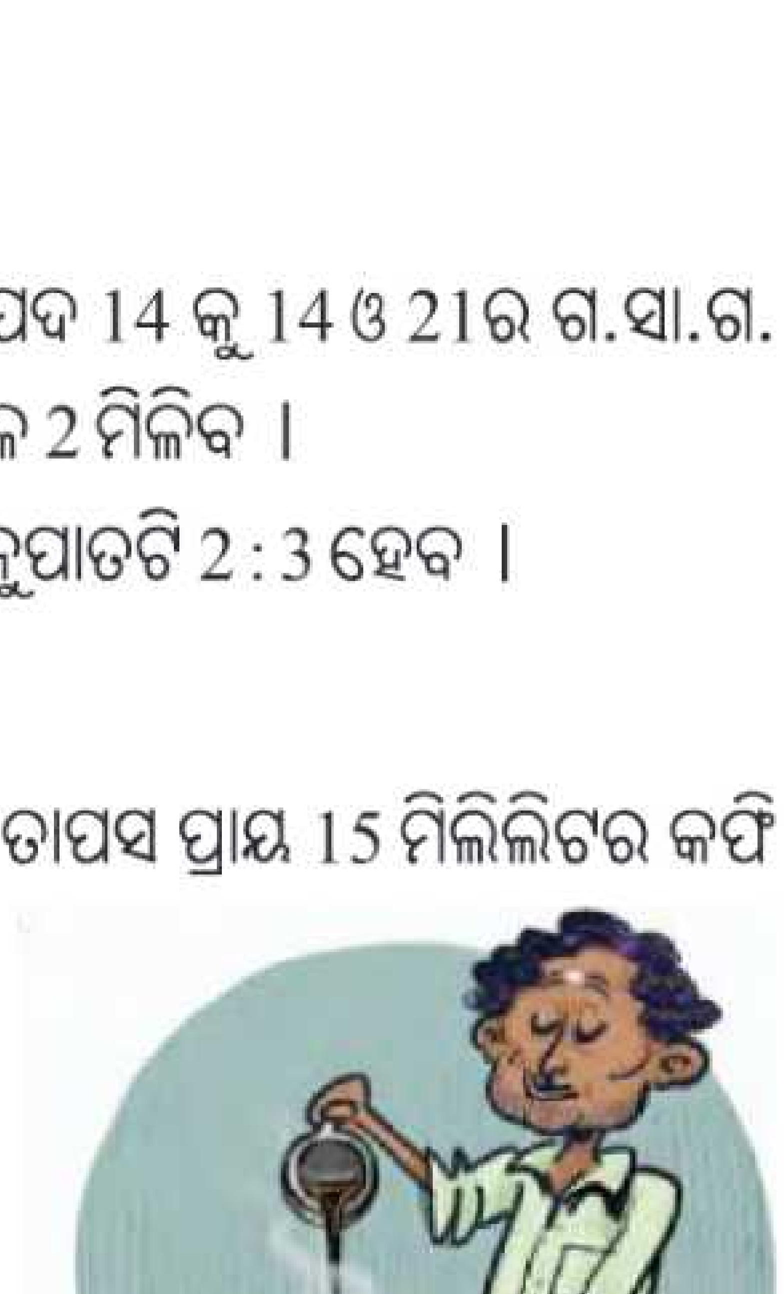
ତେଣୁ ଅନୁପାତଟି ହେଉଛି 6 : 9

ତୃତୀୟ ଅନୁପାତରେ ପୂର୍ବ ପଦ 2 । ଆମେ ଦେଖୁଛେ, 14 କୁ 14 : 21 ଅନୁପାତର ପୂର୍ବପଦ 14 କୁ 14 ଓ 21ର ଗ.ସା.ଗ. 7 ଦ୍ୱାରା (14 : 21 ର ପ୍ରଥମ ପଦ) 7 (14 ଓ 21 ର ଗ.ସା.ଗୁ) ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କଲେ ଭାଗଫଳ 2 ମିଳିବ ।

ଯଦି ଆମେ ଅନୁପାତର ପର ପଦ 21 କୁ 7 ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କରୁ ଆମକୁ 3 ମିଳିବ । ତେଣୁ ଅନୁପାତଟି 2 : 3 ହେବ ।

ଫିଲ୍ଟର କଫି ! (Filter Coffee)

କ୍ଷୀର ସହିତ କଫି ପାଉଡ଼ରର କାଢ଼ା ମିଶାଇ 'ଫିଲ୍ଟର କଫି' ପାନୀୟ ପ୍ରସ୍ତୁତ କରାଯାଏ । ତାପସ ପ୍ରାୟ 15 ମିଲିଲିଟର କଫି ପାଉଡ଼ର କାଢ଼ାକୁ 35 ମିଲିଲିଟର କ୍ଷୀର ସହିତ ମିଶାଇ ତାଙ୍କ କଫି ଦୋକାନରେ ଏକ କପ୍ 'ଫିଲ୍ଟର କଫି' ପ୍ରସ୍ତୁତ କରନ୍ତି । ଏହି କ୍ଷେତ୍ରରେ, ଆମେ କହିପାରିବା ଯେ କଫିର ପାଉଡ଼ର କାଢ଼ା ପରିମାଣର ଓ କ୍ଷୀରର ଅନୁପାତ 15 : 35 । ଯଦି ଗ୍ରାହକମାନେ ଅଧିକ କଡ଼ା ଫିଲ୍ଟର କଫି ଚାହାଁନ୍ତି, ତେବେ ତାପସ 20 ମିଲିମିଟର ପାଉଡ଼ର କାଢ଼ାକୁ 30 ମିଲିମିଟର କ୍ଷୀର ସହିତ ମିଶାନ୍ତି । ଏଠାରେ କଫି ପାଉଡ଼ର କାଢ଼ା ଓ କ୍ଷୀର ପରିମାଣର ଅନୁପାତ 20 : 30 ହେବ ।



? ଏହି କଫି ଅଧିକ କଡ଼ା କାହିଁକି ? ଗାଣିତିକ୍ କଥାବାର୍ତ୍ତା

ଯେତେବେଳେ ସେମାନେ କମ୍ କଡା ଫିଲ୍ଟର କଫି ଆବଶ୍ୟକ କରନ୍ତି ଏବଂ ସେ 10 ମିଲିଲିଟର କଫି ପାଉଡ଼ରର କାଢ଼ା ସହିତ 40 ମିଲିଲିଟର କ୍ଷୀର ମିଶାନ୍ତି ଏହାର ଅନୁପାତ 10 : 40 ।

? ଏହି କଫି କାହିଁକି କମ୍ କଡ଼ା ? ଗାଣିତିକ୍ କଥାବାର୍ତ୍ତା

ନିମ୍ନଲିଖିତ ସାରଣୀରେ ତାପସ ବିଭିନ୍ନ ଅନୁପାତରେ କଫି ପାଉଡ଼ର କାଢ଼ାକୁ କ୍ଷୀର ସହିତ ମିଶାଯାଇଥିବାର ଦର୍ଶାଯାଇଛି । ଶେଷ ସ୍ତମ୍ଭରେ କଫି ସାଧାରଣ କଫିଠାରୁ ବେଶୀ କଡ଼ା ନା କମ୍ କଡ଼ା ଲେଖ ।

କଫି କାଢ଼ା ମି.ଲି.ରେ	କ୍ଷୀର (ମି.ଲି.ରେ)ସାଧାରଣ	ବେଶୀ କଡ଼ା / କମ୍ କଡ଼ା
300	600	
150	500	
200	400	
24	56	
100	300	

? ନିଜେ କରି ଦେଖ

1 ନିମ୍ନଲିଖିତ ସମାନୁପାତୀ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ଠିକ ଉକ୍ତିଗୁଡିକରେ ଗୋଲ ବୁଲାଅ ।

(i) 4:7 :: 12 : 21 (ii) 8:3 : : 24 : 6

(iii) 7 : 12 : : 12 : 7 (iv) 21 : 6 : : 35 : 10

(v) 12 : 18 : : 28 : 12 (v) 24 : 8 : : 9 : 3

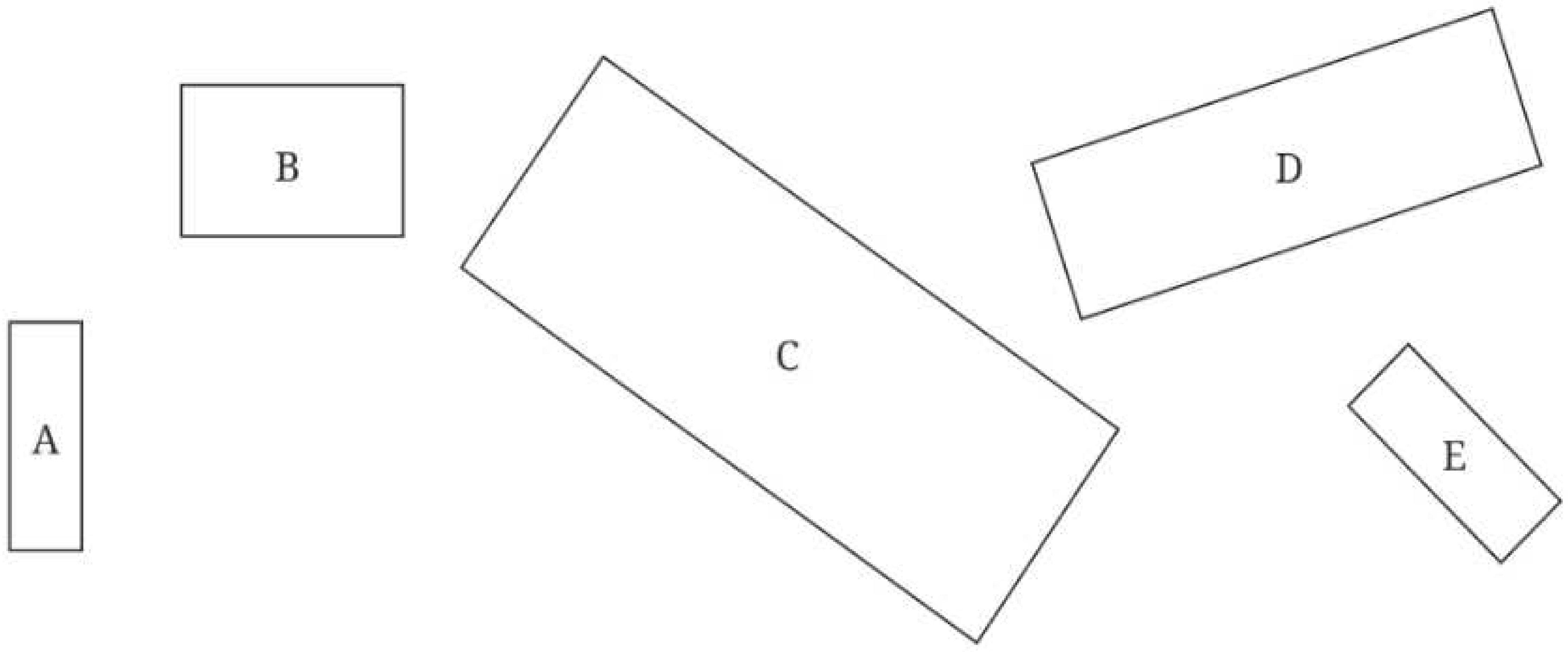
2. 4 : 9 ସହିତ ସମାନୁପାତୀ ହେଉଥିବା 3 ଟି ଅନୁପାତ ଲେଖ ।

______ : ______ ______ : ______ ______ : ______ ______ : ______

3. 18 : 24 ସହିତ ସମାନୁପାତୀ ହେଉଥିବା ନିମ୍ନ ଅନୁପାତଗୁଡ଼ିକର ପରପଦକୁ ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନରେ ଲେଖ ।

3 : 12 : 20 : 27 :

4. ନିମ୍ନଲିଖିତ ଆୟତଚିତ୍ରଗୁଡ଼ିକୁ ଦେଖ । କେଉଁ ଆୟତଚିତ୍ରଗୁଡ଼ିକ ପରସ୍ପର ସହିତ ସମାନ ? ତୁମ ଉତ୍ତର ଠିକ୍ କି ନାହିଁ ଜାଣିବା ପାଇଁ ସେମାନଙ୍କର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ପ୍ରସ୍ଥକୁ ମାଗି ଅନୁପାତଗୁଡ଼ିକୁ ତୁଳନା କର ।

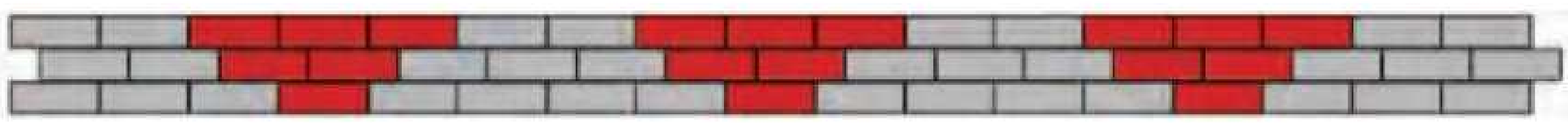


5. ନିମ୍ନଲିଖିତ ଆୟତଚିତ୍ରକୁ ଦେଖ । ତୁମେ ତୁମର ଖାତାରେ ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ପ୍ରସ୍ଥର ସମାନ ଅନୁପାତ ଥାଇ ଏକ ଅପେକ୍ଷାକୃତ ଛୋଟ ଆୟତଚିତ୍ର ଏବଂ ବଡ ଆୟତଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ କରିପାରିବ କି ? ତୁମେ ଆଙ୍କିଥିବା ଆୟତଚିତ୍ରକୁ ତୁମ ସହପାଠୀ ଆଙ୍କିଥିବା ଆୟତଚିତ୍ର ସହ ତୁଳନା କର ।
ସେମାନେ ଆଙ୍କିଥିବା ଚିତ୍ରଗୁଡ଼ିକ ତୁମ ଚିତ୍ର ସହ ସମାନ କି ? ଯଦି ସେମାନଙ୍କର ଚିତ୍ର ତୁମଠାରୁ ଭିନ୍ନ, ଏହିପରି କାହିଁକି ହେଉଛି କହିପାରିବ କି ? ସେମାନେ ଆଙ୍କିଥିବା ଚିତ୍ର ଭୁଲ୍ କି ?

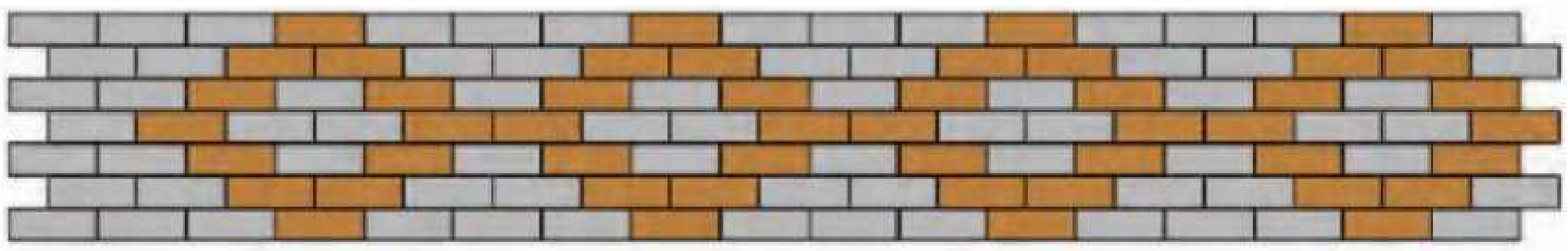
ଗାଣିତିକ୍ କଥାବାର୍ତ୍ତା

6. ନିମ୍ନଲିଖିତ ଚିତ୍ରରେ ଏକ ଲମ୍ବା ଇଟା-କାନ୍ଥର ଏକ ଛୋଟ ଅଂଶକୁ ଦର୍ଶାଯାଉଛି, ଯେଉଁଥିରେ ରଙ୍ଗୀନ୍ ଇଟାଗୁଡ଼ିକର ସଂରଚନା କରାଯାଇଛି । ଏହି ସଂରଚନା ପ୍ରତ୍ୟେକ କାନ୍ଥରେ କରାଯାଇଛି । ଉଭୟ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଧୂସର ଇଟା ଓ ରଙ୍ଗୀନ ଇଟାର ସଂଖ୍ୟାର ଅନୁପାତ କେତେ ? ଏହି ଅନୁପାତକୁ ଲଘିଷ୍ଠ ରୂପରେ ପ୍ରକାଶ କର ।

(a)



(b)



7. ଆସ, କିଛି ମଣିଷଙ୍କ ଚିତ୍ର ଆଙ୍କିବା । ତୁମ ସାଙ୍ଗର ଶରୀରକୁ ମାପ, ଅର୍ଥାତ୍ ସେମାନଙ୍କର ମୁଣ୍ଡ, ଶରୀରର ମଧ୍ୟଭାଗ, ବାହୁ ଏବଂ ଗୋଡର ଲମ୍ୱାକୁ ମାପ । ନିମ୍ନରେ ଉଲ୍ଲେଖ କରାଯାଇଥିବା ଅନୁପାତରେ ଲେଖ ।

ମୁଣ୍ଡ : ଶରୀରର ମଧ୍ୟଭାଗ

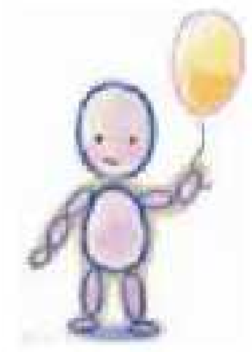
______:______

ଶରୀରର ମଧ୍ୟଭାଗ : ବାହୁ

______:______

ଶରୀରର ମଧ୍ୟଭାଗ : ଗୋଡ

______:______



ବର୍ତ୍ତମାନ ଉପରୋକ୍ତ ଅନୁପାତ ସହିତ ସମାନ କରି ମୁଣ୍ଡ, ଶରୀରର ମଧ୍ୟଭାଗ, ବାହୁ, ଗୋଡ ଥାଇ ଏକ ଶରୀରର ଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ କର ।

? ଯଦି ଅନୁପାତଗୁଡ଼ିକ ସମାନ ଥାଏ, ତେବେ ଚିତ୍ରଟି ଅଧିକ ବାସ୍ତବ ଦେଖାଯିବ କି ? କାହିଁକି ? କାହିଁକି ନୁହେଁ ? ଗାଣିତିକ କଥାବାର୍ତ୍ତା

ଶିକ୍ଷକଙ୍କ ପାଇଁ ସୂଚନା : ଏହି ସମସ୍ତ କାର୍ଯ୍ୟରେ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନଙ୍କର ଚିତ୍ରଗୁଡ଼ିକର ମାପ କାହିଁକି ସମାନୁପାତୀ, ତାହା କାରଣ ସହ ଦର୍ଶାଇବାକୁ ଉତ୍ସାହିତ କରନ୍ତୁ ।

ତ୍ରୈରାଶିକ – ତିନିର ନିୟମ (Trairasika – The Rule of Three)

? **ଉଦାହରଣ - 8 :** ଗୋଟିଏ ବିଦ୍ୟାଳୟରେ ମଧ୍ୟାହ୍ନ ଭୋଜନ ପାଇଁ 120 ଜଣ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀଙ୍କ ନିମନ୍ତେ ପାଚିକା ପ୍ରତ୍ୟେହ 15 କି.ଗ୍ରା ଚାଉଳ ନିଅନ୍ତି । ଗୋଟିଏ ଦିନ ବର୍ଷା ଯୋଗୁ କେବଳ ୪0 ଜଣ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀ ବିଦ୍ୟାଳୟକୁ ଆସିଥିଲେ । ଖାଦ୍ୟ ନଷ୍ଟ ନ ହେବା ପାଇଁ ପାଚିକା କେତେ କି.ଗ୍ରା ଚାଉଳ ରୋଷେଇ କରିବା ଉଚିତ ?

ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା ଏବଂ ଚାଉଳର ପରିମାଣର ଦୁଇଟି ସମାନ ହେବା ଆବଶ୍ୟକ ବା ସମାନୁପାତି ହେବା ଆବଶ୍ୟକ ।

ତେଣୁ 120 : 15 : : 80 : .... ?

? ପୂର୍ବ ପଦରେ ପରିବର୍ତ୍ତନ କେଉଁ ଗୁଣନୀୟକ ଯୋଗୁ ହୋଇଛି ?

୪0 ଓ 120 ପଦଦ୍ୱୟକୁ ଭାଗ କରି ଆମେ ପାଇବା; $\frac{80}{120} = \frac{2}{3}$

ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା ଗୁଣନୀୟକ $\frac{2}{3}$ ଦ୍ୱାରା ହ୍ରାସ ପାଇଛି । ଚାଉଳର ଓଜନକୁ ସମାନ ଗୁଣନୀୟକ ଦ୍ୱାରା ଗୁଣିବା ଦ୍ୱାରା ଆମେ $15 \times \frac{2}{3} = 10$ ପାଇବା ।

ତେଣୁ, ସେହିଦିନ ପାଚିକା 10 କି.ଗ୍ରା ଚାଉଳ ନେବା ଉଚିତ୍ ।

ଉପରୋକ୍ତ ପରିସ୍ଥିତି ହେଉଛି ସମସ୍ୟାର ଏକ ସାଧାରଣ ଉଦାହରଣ, ଯେଉଁଥିରେ ଆମକୁ ସମାଧାନ ଖୋଜିବା ପାଇଁ ଆନୁପାତିକ ଯୁକ୍ତି ବ୍ୟବହାର କରିବାକୁ ପଡିଥାଏ ।

ଏଠାରେ ବ୍ୟବହୃତ ଚାରୋଟି ରାଶିର ପରିମାଣ ସମାନୁପାତୀ ଭାବରେ ସଂପର୍କିତ, ଯେଉଁଥିରେ ତିନୋଟି ରାଶିର ମୂଲ୍ୟ ଜଣା ଅଛି ଏବଂ ଚତୁର୍ଥ ଅଜ୍ଞାତ ରାଶିର ପରିମାଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରାଯିବ ।

ଏହିପରି ସମସ୍ୟାଗୁଡିକର ସମାଧାନ କରିବା ପାଇଁ ଆମେ ଦୁଇଟି ଅନୁପାତକୁ ବୀଜଗାଣିତିକ ସଙ୍କେତରେ ସମାନୁପାତୀରେ ପ୍ରକାଶ କରିପାରିବା ।

$$a : b : : c : d$$

ଏହି ଅନୁପାତ ଦୁଇଟି ସମାନୁପାତୀ ହେବା ପାଇଁ 'c' ପଦଟି 'a' ପଦର ଯେତିକି ଗୁଣ ହୋଇଥିବ, 'd' ପଦଟି 'b' ପଦର ସେତିକି ଗୁଣ ହେବା ଉଚିତ୍ । ଯଦି 'c' ପଦଟି 'a' ପଦର f ଗୁଣ ହୋଇଥାଏ, ତେବେ 'd' ପଦଟି 'b' ପଦର 'f' ଗୁଣ ହେବ ।

ତେଣୁ $c = fa$ ....(1)

$d = fb$ ....(2)

(1) ଓ (2) ରୁ ଆମେ କହିପାରିବା ଯେ,

$$f = \frac{c}{a} \text{ ଏବଂ } f = \frac{d}{b}$$

$$\text{ତେଣୁ } \frac{c}{a} = \frac{d}{b}$$

ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱକୁ ab ଦ୍ୱାରା ଗୁଣନ କଲେ, ଆମେ ପାଇବା ,

$$ab \times \frac{c}{a} = ab \times \frac{d}{b}$$

$$\cancel{a}b \times \frac{c}{\cancel{a}} = a\cancel{b} \times \frac{d}{\cancel{b}}$$

$$bc = ad \text{ ବା } ad = bc$$

ଅର୍ଥାତ୍, ଯେତେବେଳେ a : b : : c : d ହୁଏ, ସେତେବେଳେ $ad = bc$ ହେବ । ଏହା ପଦଗୁଡ଼ିକର ବଜ୍ର ଗୁଣନ (Cross multiplication) ଭାବରେ ପରିଚିତ ।

ଯେହେତୁ $ad = bc$, ଆମେ ଦେଖିପାରିବା ଯେ

ଯଦି ଦୁଇଟି ଅନୁପାତର ପଦଗୁଡ଼ିକୁ ବଜ୍ରଗୁଣନ କଲେ ଗୁଣଫଳ ସମାନ ହୁଏ, ତେବେ ସେମାନେ ସମାନୁପାତୀ ଅଟନ୍ତି । ଚତୁର୍ଥ ଅଜ୍ଞାତ ରାଶିର ପରିମାଣ ଏହିପରି ବଜ୍ରଗୁଣନ ମାଧ୍ୟମରେ ମିଳିପାରିବ ।

ପ୍ରାଚୀନ ଭାରତରେ ଆର୍ଯ୍ୟଭଟ୍ଟ (199 ଖ୍ରୀ.) ଏବଂ ଅନ୍ୟମାନେ ଏହିପରି ସମାନୁପାତୀ ସମସ୍ୟାକୁ 'ତ୍ରି-ରାଶି' ନିୟମ ସମସ୍ୟା କହୁଥିଲେ ।

ଏଥିରେ ତିନୋଟି ସଂଖ୍ୟା ଦିଆଯାଇଛି, ପ୍ରଥମ ସଂଖ୍ୟା *'ପ୍ରମାଣ'* (ଏଠାରେ 'a'), ଦ୍ୱିତୀୟ ସଂଖ୍ୟା *'ଫଳ'* (ଏଠାରେ b), ତୃତୀୟ ସଂଖ୍ୟା *'ଇଚ୍ଛା'* (ଏଠାରେ 'c') । ଚତୁର୍ଥ ସଂଖ୍ୟା 'ଇଚ୍ଛା ଫଳ' (ଏଠାରେ 'd') ପାଇବା ପାଇଁ ଆର୍ଯ୍ୟଭଟ୍ଟ ଫଳକୁ ଇଚ୍ଛା ଦ୍ୱାରା ଗୁଣନ କରି, ଗୁଣଫଳକୁ (ଇଚ୍ଛାଫଳ) ପ୍ରମାଣ ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କର ।"

ଅନ୍ୟ ଶବ୍ଦରେ ଆର୍ଯ୍ୟଭଟ୍ଟ କହନ୍ତି,

"ପ୍ରମାଣ : ଫଳ : : ଇଚ୍ଛା : ଇଚ୍ଛାଫଳ ।

ସୁତରାଂ, ପ୍ରମାଣ × ଇଚ୍ଛାଫଳ = ଫଳ × ଇଚ୍ଛା

$$\text{ତେଣୁ ଇଚ୍ଛାଫଳ} = \frac{\text{ଫଳ} + \text{ଇଚ୍ଛା}}{\text{ପ୍ରମାଣ}}$$

ଆର୍ଯ୍ୟଭଟ୍ଟଙ୍କ ଦ୍ୱାରା ପ୍ରସ୍ତାବିତ ବଜ୍ରଗୁଣନ ପଦ୍ଧତି ବ୍ୟବହାର କରି ପ୍ରାଚୀନ ଭାରତୀୟମାନେ ସମାନୁପାତ ଧାରଣା ସହ ଜଡ଼ିତ ଜଟିଳ ସମସ୍ୟାର ସମାଧାନ କରିଥିଲେ ।

ଉଦାହରଣ – 9 : ଗୋଟିଏ କାର୍ 150 ମିନିଟ୍‌ରେ 90 କି.ମି ଦୂରତା ଅତିକ୍ରମ କରେ । ଯଦି ଏହା ସମାନ ବେଗରେ ଗତି କରେ, ତେବେ 4 ଘଣ୍ଟାରେ କେତେ ଦୂରତା ଅତିକ୍ରମ କରିବ ?

ଯଦି ଏହା ସମାନ ବେଗରେ ଗତିକରେ ତେବେ ସମୟର ଅନୁପାତ, ଅତିକ୍ରମ କରିଥିବା ଦୂରତାର ଅନୁପାତ ସହିତ ସମାନୁପାତୀ ହେବ ।

$$150 : 90 : : 4 : ?$$

ଏହି ପ୍ରଶ୍ନଟିକୁ ଉପସ୍ଥାପନ କରିବାର ଏହା କ'ଣ ଠିକ୍ ଉପାୟ ?

ନା, କାରଣ ସମୟ 150 ମିନିଟ୍ ଏକକରେ ଦିଆଯାଇଛି । ମାତ୍ର 4 ଘଣ୍ଟା ଏକକରେ ଅଛି । ଦ୍ୱିତୀୟ ଅନୁପାତରେ ପ୍ରଥମ ଅନୁପାତ ପରି ସମୟ ପାଇଁ ସମାନ ଏକକ ବ୍ୟବହାର କରିବା ଉଚିତ୍ । ଯେହେତୁ 4 ଘଣ୍ଟା = 240 ମିନିଟ୍, ତେଣୁ ଠିକ୍ ଉପସ୍ଥାପନଟି ହେଉଛି–

$$150 : 90 : : 240 : ?$$

240 ମିନିଟ୍ ସମୟରେ କାର୍‌ଟି ଅତିକ୍ରମ କରାଯାଇଥିବା ଦୂରତା ତୁମେ କିପରି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିପାରିବ ?

ନିଜର ସହପାଠୀମାନଙ୍କ ସହିତ ଆଲୋଚନା କର ଏବଂ ବିଭିନ୍ନ କୌଶଳ ପ୍ରୟୋଗ କରି ଉତ୍ତର ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ଶିକ୍ଷକଙ୍କ ପାଇଁ ସୂଚନା : ଦୂରତା ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ସମସ୍ୟାର ସମାଧାନ ପାଇଁ ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ପଦ୍ଧତି ଦେବା ପରିବର୍ତ୍ତେ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନଙ୍କୁ ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ପଦ୍ଧତି ମାଧ୍ୟମରେ ଉତ୍ତର ଖୋଜିବାକୁ ଉତ୍ସାହିତ କରନ୍ତୁ । ସେମାନେ ଉତ୍ତର ଖୋଜିବା ପାଇଁ ସମ-ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ଏବଂ ସମାନ ଅନୁପାତର ନିୟମ ବ୍ୟବହାର କରିପାରିବେ ।

ଏବେ ଆମେ ଏହି ସମାନୁପାତକୁ ଏହିପରି ଲେଖିପାରିବା : $150 : 90 : : 240 : x$

ବଜ୍ର ଗୁଣନ ଦ୍ୱାରା ଆମେ ପାଇବା; $150 \times x = 240 \times 90$

$$\text{ତେଣୁ } x = \frac{240 \times 90}{150}$$

$$= \frac{\overset{48}{\cancel{240}} \times \overset{3}{\cancel{90}}}{\underset{\underset{1}{\cancel{5}}}{\cancel{150}}} = 144.$$

4 ଘଣ୍ଟାରେ କାର୍‌ଟି 144 କି.ମି. ଦୂରତା ଅତିକ୍ରମ କରିବ ।

ଉଦାହରଣ 10 : ହିମାଚଳ ପ୍ରଦେଶରେ ଜଣେ କ୍ଷୁଦ୍ରଚାଷୀ ପ୍ରତ୍ୟେକ 200 ଗ୍ରାମ ଚା' ପ୍ୟାକେଟ୍‌କୁ ₹ 200 ଟଙ୍କାରେ ବିକ୍ରି କରନ୍ତି । ମେଘାଳୟର ଏକ ବୃହତ୍ ସଂସ୍ଥା ପ୍ରତ୍ୟେକ 1 କି.ଗ୍ରା ଚା' ପ୍ୟାକେଟ୍‌କୁ ₹ ୪00 ଟଙ୍କାରେ ବିକ୍ରି କରନ୍ତି । ଉଭୟ ସ୍ଥାନରେ ଓଜନ ଓ ମୂଲ୍ୟର ଅନୁପାତ ସମାନ ଅଛି କି ? କେଉଁ ସ୍ଥାନରେ ଚା' ଅଧିକ ମହଙ୍ଗା ?

ହିମାଚଳ ଚା'ର ଓଜନ ଓ ମୂଲ୍ୟର ଅନୁପାତ ହେଉଛି 200 : 200

ମେଘାଳୟ ଚା'ର ଓଜନ ଓ ମୂଲ୍ୟର ଅନୁପାତ କେତେ ?

ଏହା 1 : ୪00 କି ?

ଏହା ଠିକ୍ ହେବ ନାହିଁ, କାରଣ ଆମେ ହିମାଚଳ ପ୍ରଦେଶ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଓଜନକୁ ଏକକରେ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଇଛି । ତେଣୁ ମେଘାଳୟ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଓଜନ ପରିମାଣକୁ ଗ୍ରାମ୍ ଏକକରେ ପ୍ରକାଶ କଲେ ଓଜନ ଓ ମୂଲ୍ୟର ଅନୁପାତ 1000 : ୪00 ହେବ । ଅନୁପାତଗୁଡ଼ିକ ସମାନୁପାତୀ କି ନାହିଁ ପରୀକ୍ଷା କରିବା ପାଇଁ ଆମକୁ ଉଭୟ ଅନୁପାତକୁ ଲଘିଷ୍ଠ ରୂପକୁ ଆଣିବାକୁ ହେବ । ହିମାଚଳ ଚା'ର ଓଜନ ଓ ମୂଲ୍ୟର ଅନୁପାତର ଲଘିଷ୍ଠ ରୂପ ହେଉଛି 1:1 । ମେଘାଳୟ ଚା'ର ଓଜନ ଓ ମୂଲ୍ୟର ଅନୁପାତର ଲଘିଷ୍ଠ ରୂପ 5:4 ।

ତେଣୁ ଅନୁପାତଗୁଡ଼ିକ ସମାନୁପାତୀ ନୁହଁନ୍ତି ।

? କେଉଁଠାର ଚା' ଅଧିକ ମହଙ୍ଗା ? କାହିଁକି ?

ଶିକ୍ଷକଙ୍କ ପାଇଁ ସୂଚନା : କେଉଁ ଚା' ଅଧିକ ମହଙ୍ଗା ଏବଂ କେଉଁ କାରଣ ପାଇଁ ଅଧିକ ମହଙ୍ଗା ? – ଆଲୋଚନା ମାଧ୍ୟମରେ ଏହି ସିଦ୍ଧାନ୍ତରେ ପହଞ୍ଚିବା ପାଇଁ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନଙ୍କୁ ଉତ୍ସାହିତ କରନ୍ତୁ ।

କେଉଁ ଚା' ଅଧିକ ମହଙ୍ଗା, ଏହା ଜାଣିବା ଆମକୁ ଉଭୟ ସ୍ଥଳରେ ସମାନ ଓଜନର ଚା'ର ଦାମ୍‌କୁ ନେଇ ତୁଳନା କରିବା ଉଚିତ୍ ।

ମେଘାଳୟର 1 କି.ଗ୍ରା. ଚା'ର ଦାମ୍ କେତେ ? ଏହା ୪00 ଟଙ୍କା । ହିମାଚଳ ପ୍ରଦେଶରେ ଯଦି 200 ଗ୍ରାମ୍ ଚା'ର ମୂଲ୍ୟ ₹200 ହୋଇଥାଏ, ତେବେ 1 କି.ଗ୍ରା. ଚା'ର ଦାମ୍ କେତେ ?

ଆମେ କହିପାରିବା ଯେ, 1 ଗ୍ରାମ ଚା'ର ଦାମ୍ x ଟଙ୍କା । 200 ଗ୍ରା. ହେଉଛି 1 କି.ଗ୍ରାର $\frac{1}{5}$ ।

ତେଣୁ $\frac{1}{5} \times x = 200$

ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱକୁ 5 ଦ୍ୱାରା ଗୁଣିଲେ, ଆମେ ପାଇବା $\frac{1}{5} \times x \times 5 = 200 \times 5$

$$\frac{1}{\cancel{5}} \times x \times \cancel{5} = 1000$$
$$x = 1000.$$

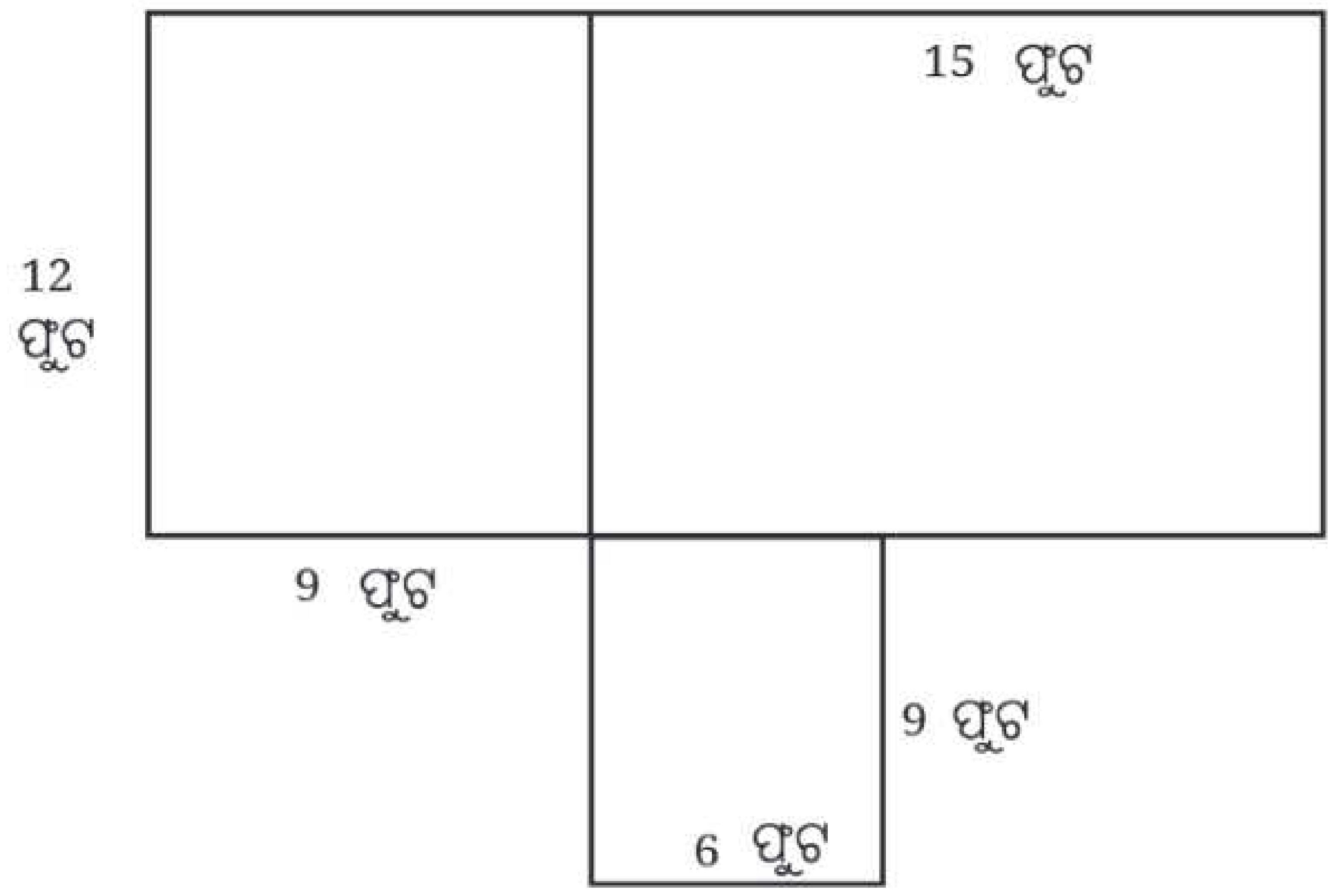
ତେଣୁ 1 କି.ଗ୍ରା. ଚା'ର ଦାମ୍ ମେଘାଳୟରେ ୪00 ଟଙ୍କା ଏବଂ ହିମାଚଳ ପ୍ରଦେଶରେ 1000 ଟଙ୍କା ଅଟେ । ତେଣୁ, ହିମାଚଳ ପ୍ରଦେଶରେ ଚା' ମେଘାଳୟ ତୁଳନାରେ ମହଙ୍ଗା ।

ଶିକ୍ଷଣ କାର୍ଯ୍ୟ 1 : ତୁମର ପ୍ରିୟ ଖାଦ୍ୟ ନିଅ । ତୁମ ପରିବାର ପାଇଁ ଏହି ଖାଦ୍ୟ ପ୍ରସ୍ତୁତ କରିବା ସକାଶେ ଆବଶ୍ୟକ ସମସ୍ତ ଉପାଦାନ ଓ ସେମାନଙ୍କର ପରିମାଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । ମନେକର ତୁମେ ଏକ ପର୍ବ ପାଳନ କରୁଛ ଏବଂ ସେହି ପର୍ବକୁ 15 ଜଣ ଅତିଥିଙ୍କୁ ନିମନ୍ତ୍ରଣ କରିବାକୁ ଚାହୁଁଛ । ସେମାନଙ୍କ ପାଇଁ ଏହି ଖାଦ୍ୟ ପ୍ରସ୍ତୁତ କରିବା ପାଇଁ ଆବଶ୍ୟକ ଉପାଦାନଗୁଡ଼ିକର ପରିମାଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

? ନିଜେ କରି ଦେଖ ।

1. ପୃଥିବୀ ଏକ ବର୍ଷରେ ସୂର୍ଯ୍ୟ ଚାରିପଟେ ପ୍ରାୟ 940 ନିୟୁତ କିଲୋମିଟର ଦୂରତା ଅତିକ୍ରମ କରେ । ଏହା ଏକ ସପ୍ତାହରେ କେତେ କିଲୋମିଟର ଦୂରତା ଅତିକ୍ରମ କରିବ ?
2. ଜଣେ ମିସ୍ତ୍ରୀ ଚିତ୍ରରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ନକ୍ସା ଅନୁସାରେ ଗୋଟିଏ ଘର ତିଆରି କରୁଛନ୍ତି । ଦୁଇଟି କୋଠରିକୁ ପୃଥକ କରିବା ପାଇଁ ତାଙ୍କୁ ଉଭୟ ବାହାର ଓ ଭିତର କାନ୍ଥ ତିଆରି କରିବାକୁ ପଡ଼ିବ ।

10 ଫୁଟର କାନ୍ଥ ତିଆରି କରିବା ପାଇଁ ମିସ୍ତ୍ରୀ ଜଣକୁ ପ୍ରାୟ 1450 ଖଣ୍ଡ ଇଟା ଆବଶ୍ୟକ ପଡେ । ଘର ତିଆରି କରିବା ପାଇଁ କେତେ ଖଣ୍ଡ ଇଟାର ଆବଶ୍ୟକତା ପଡିବ ? (ସମସ୍ତ କାନ୍ଥର ଉଚ୍ଚତା ଓ ମୋଟେଇ ସମାନ ବୋଲି ଧରିନିଆଯିବ ।)



? ପୁନୀତ୍‌ଙ୍କ ବାପା ତାଙ୍କ ମୋଟର ସାଇକେଲ୍‌ରେ 50 କି.ମି / ଘଣ୍ଟା ବେଗରେ ଗତି କରି ଲକ୍ଷ୍ନୌରୁ କାନପୁରକୁ ଯିବାପାଇଁ 2 ଘଣ୍ଟା ସମୟ ନେଲେ । ଯଦି ସେ 75 କି.ମି / ଘଣ୍ଟା ବେଗରେ ମୋଟର ସାଇକେଲ୍‌ରେ ଯାଆନ୍ତି ତେବେ କାନପୁରରେ ପହଞ୍ଚିବାକୁ ତାଙ୍କୁ କେତେ ସମୟ ଲାଗିବ ? ଆମେ ଏହି ସମସ୍ୟାକୁ ଗୋଟିଏ ସମାନୁପାତରେ ପ୍ରକାଶ କରିପାରିବା କି ?

50 : 2 : : 75 : ....

କାନପୁରରେ ପହଞ୍ଚିବାକୁ ପୁନୀତ୍‌ର ବାପାଙ୍କୁ ଅଧିକ ନା କମ୍ ସମୟ ଲାଗିବ ? ଚିନ୍ତା କର ।

ଯଦିଓ ଏହି ସମସ୍ୟା ସହ ସମାନ ଥିଲା ଭଳି ଲାଗୁଛି, କିନ୍ତୁ ଏହାକୁ ''ତିନିର ନିୟମ'' ପ୍ରୟୋଗ କରି ସମାଧାନ କରାଯାଇପାରିବ ନାହିଁ ! ଗତି ବଢ଼ିଲେ ଯାତ୍ରା କରିବାର ସମୟ କମିଥାଏ । ତେଣୁ ଏହି ସମସ୍ୟାକୁ 50 : 2 : : 75 : .... ଭାବରେ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଇପାରିବ ନାହିଁ ।

? **ଶିକ୍ଷଣ କାର୍ଯ୍ୟ 2 :** ବଜାରକୁ ଯାଇ ଏକା ପ୍ରକାରର ସାମ୍ପୁର ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ପରିମାଣର ସାମ୍ପୁ ପାତ୍ରର ଦାମ୍ ସଂଗ୍ରହ କର ଏବଂ ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ଭଳି ଏକ ସାରଣୀ ତିଆରି କର । ସାମ୍ପୁର ପରିମାଣ ଓ ସାମ୍ପୁର ଦାମ୍ ସମାନୁପାତୀ କି ଦେଖ ।

ସାମ୍ପୁ ପାତ୍ର	ଆୟତନ	ଦାମ୍
ଛୋଟ ପାଉଚ୍	6 ମି.ଲି.	2 ଟଙ୍କା
ଛୋଟ ବୋତଲ	180 ମି.ଲି.	154 ଟଙ୍କା
ମଧ୍ୟମ ବୋତଲ	340 ମି.ଲି.	276 ଟଙ୍କା
ବଡ଼ ବୋତଲ	1000 ମି.ଲି.	540 ଟଙ୍କା

ଆସ, ଉପରୋକ୍ତ ସାରଣୀରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ଅନୁପାତଗୁଡିକୁ ତୁଳନା କରିବା ।

ଗୋଟିଏ ଛୋଟ ପାଉଚ୍ ଏବଂ ଗୋଟିଏ ଛୋଟ ବୋତଲର ଆୟତନର ଅନୁପାତ 6 : 180 ଅଟେ । ସେମାନଙ୍କ ଦାମ୍‌ର ଅନୁପାତ 2 : 154 ଅଟେ । ଏହି ଅନୁପାତଗୁଡିକ ସମାନୁପାତୀ କି ?

? ତୁମେ କାହିଁକି ଭାବୁଛ ଯେ ଦାମ୍‌ର ଅନୁପାତ, ଆୟତନର ଅନୁପାତ ସହିତ ସମାନୁପାତୀ ନୁହେଁ ?

କମ୍ପାନୀ ଏବଂ ଗ୍ରାହକଙ୍କ ପାଇଁ ବିଭିନ୍ନ ଆକାରର ପ୍ୟାକେଟ୍ ବୋତଲର ସୁବିଧା ଓ ଅସୁବିଧା ସଂପର୍କରେ ଆଲୋଚନା କର । ପରିବେଶଗତ ପ୍ରଭାବ ହ୍ରାସ କରିବା ପାଇଁ କମ୍ପାନୀ ଏବଂ ଗ୍ରାହକମାନଙ୍କୁ ଆପଣ କ'ଣ ସୁପାରିଶ କରିବେ ? ଅନ୍ୟାନ୍ୟ ଉତ୍ପାଦ ପାଇଁ ଏହିପରି ହୋଇଥାଏ କି ?

ବଜାରରେ ଥିବା ଅନ୍ୟ ଉତ୍ପାଦପାଇଁ ସମାନ ପ୍ରକାରର ସାରଣୀ ପ୍ରସ୍ତୁତ କର, ଯେଉଁଥିରେ ଏକାପ୍ରକାରର ଜିନିଷର ଭିନ୍ନ ମାପ ପାଇଁ ଭିନ୍ନ ମୂଲ୍ୟ ଧାର୍ଯ୍ୟ କରାଯାଇଥିବ, ଯଥା :- ଚାଉଳ କିମ୍ବା ଅଟା ।

ଯେଉଁ ଜିନିଷଗୁଡ଼ିକର ଦାମ୍ ଓ ବିଭିନ୍ନ ମାପ ସହିତ ସମାନୁପାତୀ ସେଗୁଡ଼ିକ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର ।

ସମାନ ଉତ୍ପାଦର ମାପ ସହିତ ଦାମ୍‌ର ସମାନୁପାତିତା ଶ୍ରେଣୀରେ ଆଲୋଚନା କର ।

ଶିକ୍ଷକଙ୍କ ପାଇଁ ସୂଚନା : ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନଙ୍କୁ ଏକ ପ୍ରକଳ୍ପ ଦିଅନ୍ତୁ । ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନଙ୍କୁ ଦଳରେ ଭାଗ କରି କାର୍ଯ୍ୟଟି ଆରମ୍ଭ କରନ୍ତୁ । ପ୍ରତ୍ୟେକ ଦଳ ଗୋଟିଏ ଦୋକାନକୁ ଯାଇ ସମାନ ଜିନିଷର ବିଭିନ୍ନ ପରିମାଣ ପାଇଁ ମୂଲ୍ୟ ଲିପିବଦ୍ଧ କରିବେ । ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ, ପିଲାମାନେ 500 ଗ୍ରାମ୍ ଚାଉଳ, 1 କି.ଗ୍ରା ଚାଉଳ, 10 କି.ଗ୍ରା ଚାଉଳର ମୂଲ୍ୟ ଲିପିବଦ୍ଧ କରିବେ । ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନେ ଦଳରେ ଜିନିଷର ପରିମାଣ ଏବଂ ତା'ର ମୂଲ୍ୟକୁ ନେଇ ସାରଣୀ ପ୍ରସ୍ତୁତ କରିବେ ଓ ଶ୍ରେଣୀରେ ଉପସ୍ଥାପନ କରିବେ । ସାମଗ୍ରୀ ଗୁଡିକର ମୂଲ୍ୟ ସମାନୁପାତୀ କି ନୁହେଁ ଓ କାହିଁକି, ତାହା ଆଲୋଚନା କରିବେ ।

7.5 ଅସମାନ ଭାବରେ ବାଣ୍ଟିବା (Sharing, but Not Equally)

? ଶିକ୍ଷଣ କାର୍ଯ୍ୟ 3 : ଦୁଇଜଣଙ୍କୁ ନେଇ ଯୋଡ଼ି ଗଠନ କର । 12 ଟି ଗଣନାଯୋଗ୍ୟ ଛୋଟ ବସ୍ତୁ (ମୁଦ୍ରା, ମଞ୍ଜି କିମ୍ବା ଗୋଡ଼ି) ସଂଗ୍ରହ କର । ବର୍ତ୍ତମାନ ସେଗୁଡିକୁ ତୁମ ଦୁଇଜଣଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ଉପାୟରେ ବାଣ୍ଟ ।

? ଯଦି ତୁମେ ସେଗୁଡିକୁ ସମାନ ଭାବରେ ବାଣ୍ଟ, ତେଣୁ ତୁମ ପ୍ରତ୍ୟେକଙ୍କ ପାଖରେ ଥିବା ବସ୍ତୁ ସଂଖ୍ୟାର ଅନୁପାତ କ'ଣ ହେବ ?

ତୁମେ ପ୍ରତ୍ୟେକ 6 ଟି ବସ୍ତୁ ପାଇବ । ତେଣୁ ଅନୁପାତ 6 : 6 କିମ୍ବା ସରଳ ରୂପରେ 1 : 1 ଅଟେ ।

ବର୍ତ୍ତମାନ ଆମେ ସମାନ ଭାଗରେ ବଣ୍ଟନ କରିବା ନାହିଁ ।

? ଯଦି ତୁମ ସାଙ୍ଗ 5 ଟି ବସ୍ତୁ ନିଅନ୍ତି, ତେବେ ତୁମେ କେତୋଟି ପାଇବ ? ବସ୍ତୁଗୁଡିକର ଅନୁପାତ କେତେ ହେବ ? ତୁମର ସାଙ୍ଗର ଓ ତୁମର ବସ୍ତୁର ଅନୁପାତ 5 : 7 ଅଟେ ।

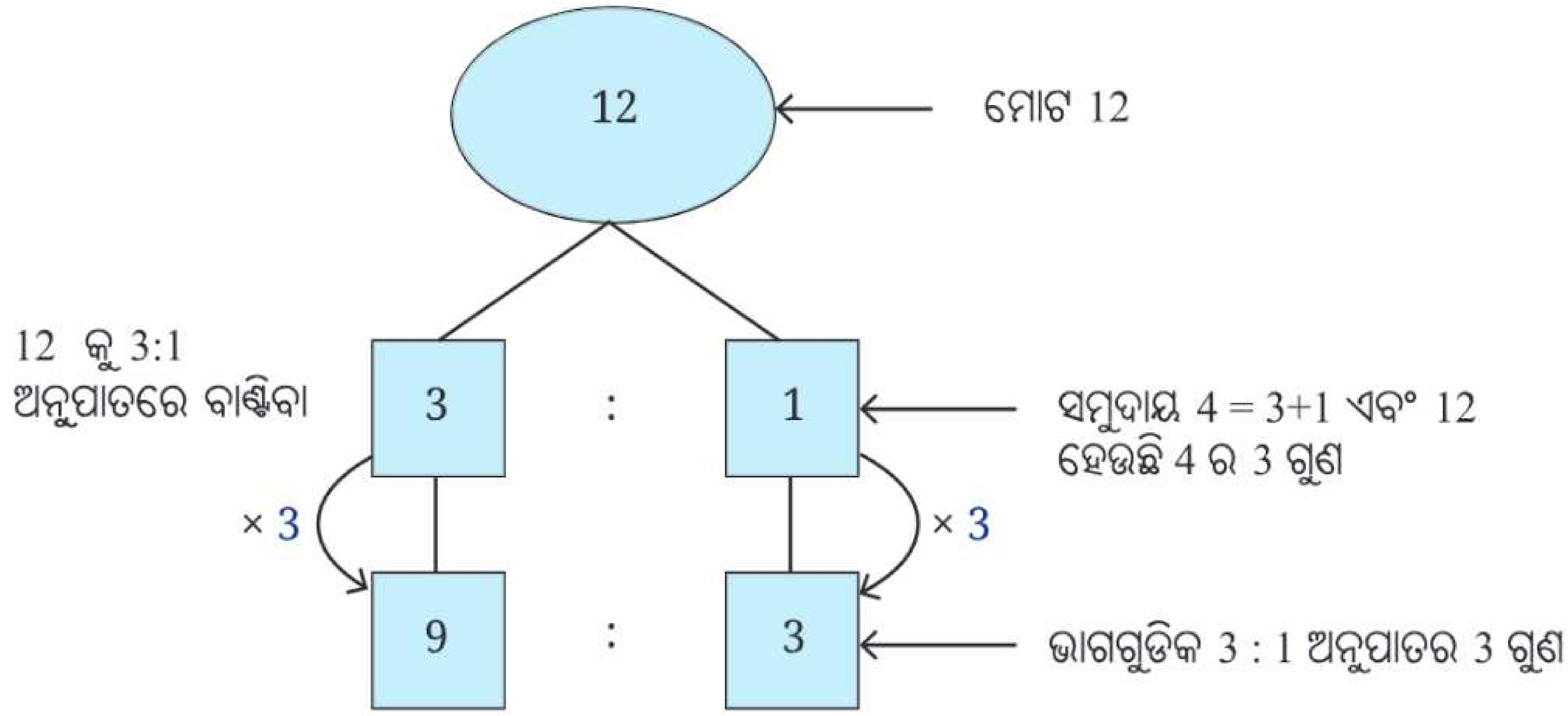
? ଏବେ ଯଦି ତୁମେ ତୁମ ଦୁଇଜଣଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ବସ୍ତୁଗୁଡ଼ିକୁ 3:1 ଅନୁପାତରେ ବାଣ୍ଟିବାକୁ ଚାହଁ, ତେବେ ତୁମମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ ପ୍ରତ୍ୟେକ କେତୋଟି ବସ୍ତୁ ପାଇବ ? ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ଉପାୟରେ ବସ୍ତୁଗୁଡ଼ିକୁ ବାଣ୍ଟ ଏବଂ ଦେଖ କେଉଁ ଉପାୟରେ 3:1 ଅନୁପାତ ହେଉଛି ।

3:1 ଅନୁପାତରେ ବସ୍ତୁଗୁଡ଼ିକୁ ବାଣ୍ଟିବାର ଗୋଟିଏ ଉପାୟ ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଛି–

1. ତୁମର ସାଙ୍ଗ 3 ଟି ବସ୍ତୁ ନେବେ ଓ ତୁମେ 1 ଟି ବସ୍ତୁ ନେବ, ଏବଂ 8 ଟି ଛୋଟବସ୍ତୁ ବଳକା ରହିବ ।
2. ପୁନଶ୍ଚ, ତୁମର ସାଙ୍ଗ 3 ଟି ବସ୍ତୁ ନେବେ ଓ ତୁମେ ଆଉ ଗୋଟିଏ ଛୋଟ ନିଅ । ଏବେ, 4 ଟି ବସ୍ତୁ ବଳକା ରହିବ ।
3. ପୁନଶ୍ଚ, ତୁମର ସାଙ୍ଗ 3 ଟି ଛୋଟ ବସ୍ତୁ ନେବେ ଓ ତୁମେ ଗୋଟିଏ ବସ୍ତୁ ନେବ । ବର୍ତ୍ତମାନ ଆଉ କୌଣସି ଛୋଟ ବସ୍ତୁ ବଳକା ରହିବ ନାହିଁ ।

ତେଣୁ, ତୁମ ସାଙ୍ଗ ମୋଟ 9 ଟି ବସ୍ତୁ ପାଇଥିବା ବେଳେ ତୁମେ 3 ଟି ବସ୍ତୁ ପାଇବ ।

ଯେତେବେଳେ ଆମେ 12 ଟି ବସ୍ତୁକୁ 3.1 ଅନୁପାତରେ ଦୁଇ ଜଣଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ବାଣ୍ଟିବା, ଜଣେ 9 ଟି ବସ୍ତୁ ପାଇବ ଏବଂ ଅନ୍ୟ ଜଣେ 3 ଟି ବସ୍ତୁ ପାଇବ ।



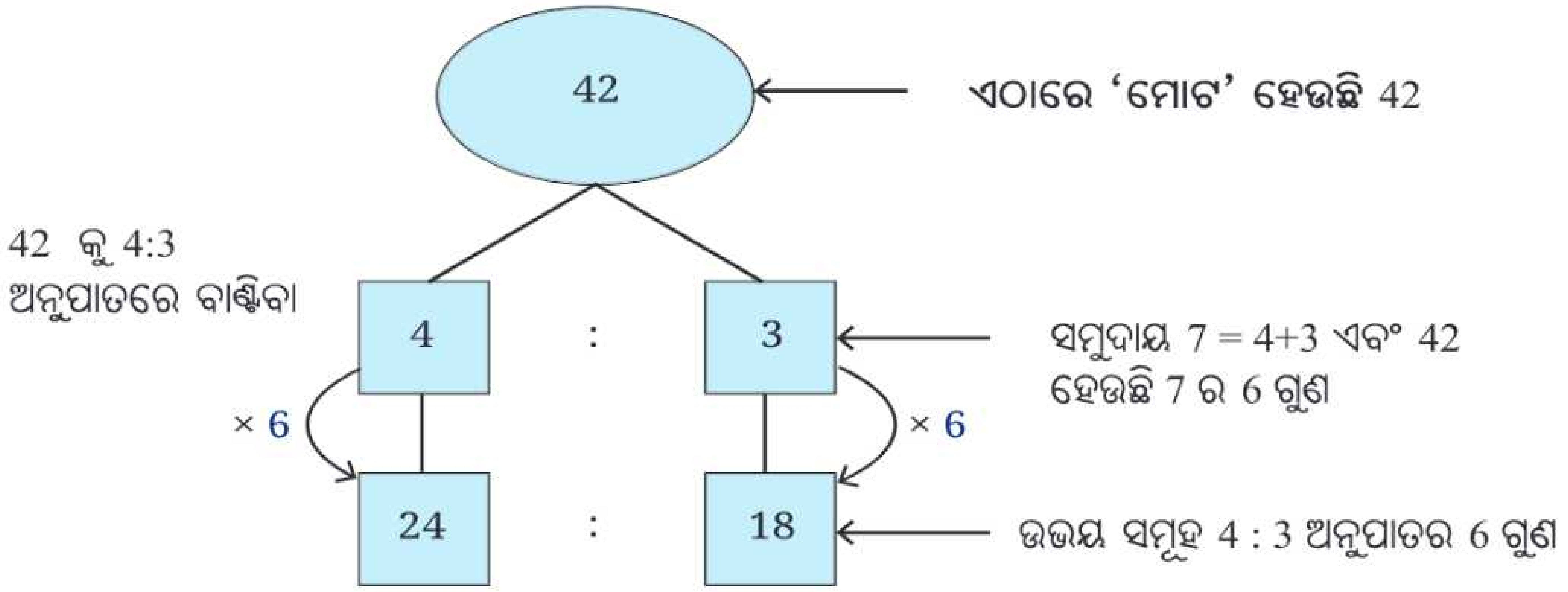
? ଏବେ ଯଦି ତୁମେ 42 ଟି ବସ୍ତୁକୁ 4 : 3 ଅନୁପାତରେ ତୁମ ଦୁଇ ଜଣଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ବାଣ୍ଟିବାକୁ ଚାହିଁବ, ତୁମେ ଏହା କିପରି କରିବ ? ପୂର୍ବରୁ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଇଥିବା ପ୍ରକ୍ରିୟାରେ ଏହାକୁ ସମାଧାନ କରବାକୁ ଅଧିକ ସମୟ ଲାଗିବ । ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଅନୁପାତରେ ମୋଟ ବସ୍ତୁକୁ ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ଭାଗରେ ବାଣ୍ଟିବାର ଏକ ସରଳ ଉପାୟ ଅଛି ।

ତୁମେ 42 କୁ ଏପରି ଦୁଇଟି ସମୂହରେ ବିଭକ୍ତ କରିବ ଯେପରି ତୁମ ସାଙ୍ଗ 4 ଟି ଭାଗ ପାଇବ ଏବଂ ତୁମେ 3 ଟି ଭାଗ ପାଇବ ।

? ତେବେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ସମୂହର ବସ୍ତୁ ସଂଖ୍ୟା କେତେ ?

ଯଦି ତୁମର ସାଙ୍ଗ 4 ଟି ଭାଗ ପାଏ ଏବଂ ତୁମେ 3ଟି ଭାଗ ପାଅ, ତେବେ ମୋଟ ଭାଗ ସଂଖ୍ୟା 7 ହେବ ।

ତେଣୁ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଭାଗର ବସ୍ତୁ ସଂଖ୍ୟା $42 \div 7 = 6$ ହେବ । ଭାଗ ସଂଖ୍ୟାକୁ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଭାଗର ବସ୍ତୁ ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ଗୁଣନ କରି ତୁମେ 42 ଟି ବସ୍ତୁକୁ ଯେତେବେଳେ 4 : 3 ଅନୁପାତରେ ବାଣ୍ଟିବ, ତୁମ ସାଙ୍ଗ 24 ଟି ବସ୍ତୁ ପାଇବ ଏବଂ ତୁମେ 18 ଟି ବସ୍ତୁ ପାଇବ ।



ସାଧାରଣ ଭାବେ କହିଲେ, ଯେତେବେଳେ ଆମକୁ ଏକ ପରିମାଣ, (ମନେକର x)କୁ m : n ଅନୁପାତରେ ବାଣ୍ଟିବାକୁ ହେବ । ଆମେ ନିମ୍ନଲିଖିତ କାର୍ଯ୍ୟ କରିବା :

1. ଆମେ x କୁ ଦୁଇଟି ସମୂହରେ ବାଣ୍ଟିବା, ଯେପରି ପ୍ରଥମ ସମୂହରେ m ଭାଗ ଏବଂ ଦ୍ୱିତୀୟ ସମୂହରେ n ଭାଗ ରହିବ ।
2. କିନ୍ତୁ ପ୍ରତ୍ୟେକ ସମୂହରେ କେତୋଟି ବସ୍ତୁ ରହିବ ? x କୁ ମୋଟ ଭାଗ ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ହରଣ କରି ଏହା ଜାଣିହେବ ।

   ମୋଟ ଭାଗ ସଂଖ୍ୟା m + n ଅଟେ । ତେଣୁ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଭାଗର ମୂଲ୍ୟ $\frac{x}{m+n}$ ହେବ ।
3. ତେଣୁ ପ୍ରଥମ ସମୂହରେ $m \times \frac{x}{m+n}$ ଏବଂ ଦ୍ୱିତୀୟ ସମୂହରେ $n \times \frac{x}{m+n}$ ବସ୍ତୁ ରହିବ ।

   ଅର୍ଥାତ୍ ଯଦି ଆମେ ଏକ ପରିମାଣ x କୁ m : n ଅନୁପାତରେ ବଣ୍ଟନ କରିବାକୁ ଚାହିଁବା, ତେବେ ସମୂହଗୁଡ଼ିକ

   $m \times \frac{x}{m+n}$ ଏବଂ $n \times \frac{x}{m+n}$ ହେବ ।

   ଆମେ ଦେଖିଲେ ଯେ, $m \times \frac{x}{m+n} : n \times \frac{x}{m+n} :: m : n.$

ଉଦାହରଣ 11 : ପ୍ରଶାନ୍ତି ଏବଂ ଭୁବନ ସେମାନଙ୍କ ବିଦ୍ୟାଳୟ ନିକଟରେ ଏକ ଠେଲାଗାଡ଼ିରେ ଖାଦ୍ୟଦ୍ରବ୍ୟ ବ୍ୟବସାୟ ଆରମ୍ଭ କଲେ । ବ୍ୟବସାୟ ପାଇଁ ପ୍ରଶାନ୍ତି ₹ 75,000 ଓ ଭୁବନ ₹25,000 ବିନିଯୋଗ କଲେ । ପ୍ରଥମ ମାସ ଶେଷରେ ସେମାନେ ₹ 4,000 ଲାଭ କଲେ । ସେମାନେ ନିଷ୍ପତ୍ତି ନେଲେ ଯେ, ଉଭୟ ସେମାନଙ୍କ ବିନିଯୋଗ ଅର୍ଥ ଅନୁପାତରେ ଲାଭ ଅର୍ଥ ବାଣ୍ଟିନେବେ । ପ୍ରତ୍ୟେକ ବ୍ୟକ୍ତିଙ୍କର ଲାଭର ପରିମାଣ କେତେ ହେବ ?

ସେମାନଙ୍କ ଅର୍ଥ ବିନିଯୋଗର ଅନୁପାତ ହେଉଛି 75,000 : 25,000 ।

ଏହି ଅନୁପାତର ଲଘିଷ୍ଠ ରୂପ ହେଉଛି 3:1 ।

3 + 1 ହେଉଛି 4 ଏବଂ ₹4000 ଲାଭକୁ 4 ସମାନ ଭାଗ କଲେ ଆମେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଭାଗ ₹1000 ପାଇବା ।

ତେଣୁ ପ୍ରଶାନ୍ତିଙ୍କ ଲାଭର ପରିମାଣ 3 × ₹1000= ₹3000 ଏବଂ ଭୁବନଙ୍କ ଭାଗର ପରିମାଣ 1 × ₹1000 = ₹ 1000 ଲାଭ ଅର୍ଥ ପାଇବେ ।

ଉଦାହରଣ 12 : ଏକ 40 କି.ଗ୍ରା. ମିଶ୍ରଣରେ 3:1 ଅନୁପାତରେ ବାଲି ଏବଂ ସିମେଣ୍ଟ ଅଛି । ବାଲି ଏବଂ ସିମେଣ୍ଟର ଅନୁପାତକୁ 5:2 କରିବା ପାଇଁ ସେହି ମିଶ୍ରଣରେ ଆଉ କେତେ ସିମେଣ୍ଟ ମିଶାଇବା ଉଚିତ ?

ଆସ, ମୂଳ ମିଶ୍ରଣରେ ବାଲି ଓ ସିମେଣ୍ଟର ପରିମାଣ ଜାଣିବା ।

ମିଶ୍ରଣର ମୋଟ ଓଜନ 40 କିଲୋଗ୍ରାମ୍ ଏବଂ ଅନୁପାତଟି 3:1, ତେଣୁ ବାଲିର ଓଜନ $\frac{3}{(3+1)} \times 40 = 30$ କି.ଗ୍ରା.

ସିମେଣ୍ଟର ଓଜନ $\frac{1}{(3+1)} \times 40 = 10$ କି.ଗ୍ରା.

ନୂତନ ମିଶ୍ରଣରେ ବାଲିର ଓଜନ ସମାନ ରହିବ । ଏହା 30 କି.ଗ୍ରା. ରହିଛି । କିନ୍ତୁ ବାଲି ଓ ସିମେଣ୍ଟର ନୂତନ ଅନୁପାତ 5:3 ହେବ । ତେଣୁ, ପ୍ରଶ୍ନ ହେଉଛି 5 : 2 : : 30 : ?

ଯଦି ଅନୁପାତ 5:2 ତେବେ ଏହାର ପର ପଦ, ପୂର୍ବ ପଦର $\frac{2}{5}$ ଗୁଣ । ଯେହେତୁ ନୂତନ ଅନୁପାତ 5:2 ସହିତ ସମାନ,

ତେଣୁ, ନୂତନ ଅନୁପାତରେ ପର ପଦ ମଧ୍ୟ 30 ର $\frac{2}{5}$ ଗୁଣ ହେବ ।

$$\frac{2}{5} \times 30 = 12.$$

ନୂତନ ମିଶ୍ରଣରେ ବାଲି ଓ ସିମେଣ୍ଟର ଅନୁପାତ 5:2 ହେବା ପାଇଁ 12 କି.ଗ୍ରା. ସିମେଣ୍ଟ ରହିବା ଉଚିତ୍ ।

ପୂର୍ବରୁ 10 କି.ଗ୍ରା. ସିମେଣ୍ଟ ଅଛି । ତେଣୁ ଆମକୁ ମୂଳ ମିଶ୍ରଣରେ ଅଧିକ 2 କି.ଗ୍ରା. ସିମେଣ୍ଟ ମିଶାଇବାକୁ ପଡ଼ିବ ।

ନିଜେ କରି ଦେଖ ।

1. 4500 ଟଙ୍କାକୁ 2:3 ଅନୁପାତରେ ଦୁଇ ଭାଗରେ ବିଭକ୍ତ କର ।
2. ଗୋଟିଏ ବିଜ୍ଞାନାଗାରରେ ଏକ ଦ୍ରବଣ ତିଆରି କରିବା ପାଇଁ ଅମ୍ଳ ଓ ଜଳକୁ 1:5 ଅନୁପାତରେ ମିଶାଗଲା । ଏକ ବୋତଲରେ 240 ମିଲିଲିଟର ଦ୍ରବଣ ରହେ, ତେବେ ସେଥିରେ ଅମ୍ଳ ଓ ଜଳର ପରିମାଣ କେତେ ?
3. ସବୁଜ ରଙ୍ଗ ପ୍ରସ୍ତୁତ କରିବା ପାଇଁ ନୀଳ ଏବଂ ହଳଦିଆ ରଙ୍ଗକୁ 3:5 ଅନୁପାତରେ ମିଶାଗଲା । 40 ମିଲିଲିଟର ସବୁଜ ରଙ୍ଗ ପ୍ରସ୍ତୁତ କରିବା ପାଇଁ ଏହି ଦୁଇଟି ରଙ୍ଗର କେତେ ପରିମାଣ ଆବଶ୍ୟକ ? ସବୁଜ ରଙ୍ଗକୁ ଫିକା କରିବା ପାଇଁ, ମୁଁ ମିଶ୍ରଣରେ 20 ମିଲିଲିଟର ହଳଦିଆ ରଙ୍ଗ ମିଶାଇଲି । ନୂଆ ରଙ୍ଗରେ ନୀଳରଙ୍ଗ ଏବଂ ହଳଦିଆ ରଙ୍ଗର ଅନୁପାତ କେତେ ହେବ ?
4. ନରମ ଇଡ଼ଲି ତିଆରି କରିବା ପାଇଁ, ତୁମକୁ ଚାଉଳ ଏବଂ ବିରି ଡାଲିକୁ 2:1 ଅନୁପାତରେ ମିଶାଇବାକୁ ପଡ଼ିବ । ଯଦି ଆସନ୍ତାକାଲି ସକାଳେ ଇଡ଼ଲି ତିଆରି କରିବା ପାଇଁ 6 କପ୍ ମିଶ୍ରଣରେ ଆବଶ୍ୟକ ହୁଏ, ତେବେ ତୁମେ ଚାଉଳ ଏବଂ ଡାଲିରୁ କେତେ ଲେଖାଏଁ କପ୍ ନେବ ?
5. ମୋ ପାଖରେ ବାଲ୍‌ଟିଏ କମଳା ରଙ୍ଗ ଅଛି ଯାହାକୁ ମୁଁ ଲାଲ୍ ଏବଂ ହଳଦିଆ ରଙ୍ଗକୁ 3:5 ଅନୁପାତରେ ମିଶାଇ ପ୍ରସ୍ତୁତ କରିଛି । ମୁଁ ମିଶ୍ରଣରେ ଆଉ ଏକ ବାଲଟି ହଳଦିଆ ରଙ୍ଗ ମିଶାଇଲି । ନୂତନ ମିଶ୍ରଣରେ ଲାଲ୍ ରଙ୍ଗ ଏବଂ ହଳଦିଆ ରଙ୍ଗର ଅନୁପାତ କେତେ ?

7.6 ଏକକ ପରିବର୍ତ୍ତନ (Unit Conversions)

ପୂର୍ବରୁ ଆମେ ଜାଣିଛୁ ସମାନୁପାତୀ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ସମସ୍ୟା ସମାଧାନ କରିବା ବେଳେ ଜିନିଷଗୁଡ଼ିକର ପରିମାଣକୁ ସମାନ ଏକକରେ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଏ ।

ଏଠାରେ ତୁମ ଜାଣିବା ନିମନ୍ତେ କେତେକ ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ଏକକର ପରିବର୍ତ୍ତନ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଆଲୋଚନା କରିବା ।

ଦୈର୍ଘ୍ୟ

1 ମିଟର = 3.281 ଫୁଟ

କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

1 ବର୍ଗମିଟର = 10.764 ବର୍ଗଫୁଟ

1 ଏକର = 43,560 ବର୍ଗଫୁଟ

1 ହେକ୍ଟର = 10,000 ବର୍ଗ ମିଟର

1 ହେକ୍ଟର = 2.471 ଏକର

ଆୟତନ

1 ମିଲିଲିଟର (ml) = 1 ଘନ ସେଣ୍ଟିମିଟର (cc)

1 ଲିଟର = 1,000 ମିଲିଲିଟର (ml) କିମ୍ବା 1000 ଘନ ସେଣ୍ଟିମିଟର (cc)

ତାପମାତ୍ରା:

ଫାରେନହାଇଟ (Fahrenheit) ଏବଂ ସେଲ୍‌ସିୟସ୍ (Celsius) ମଧ୍ୟରେ ତାପମାତ୍ରା ଏକକର ପରିବର୍ତ୍ତନ ଟିକେ ଜଟିଳ ।

$0^0C = 32^0F$ ଏବଂ

ଫାରେନ୍‌ହାଇଟ୍ = $\frac{5}{9}$ × ସେଲ୍‌ସିୟସ୍ + 32

ଏବଂ

ସେଲ୍‌ସିୟସ୍ = $\frac{5}{9}$ × (ଫାରେନ୍‌ହାଇଟ୍ − 32)

ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ, 25^0C ହେଉଛି 77^0F ।

? ନିଜେ କରି ଦେଖ

1. ହରି 600 ମିଲିଲିଟର କମଳାରସ ସହିତ 900 ମିଲିଲିଟର ସେଓ ରସ ମିଶାଇ ଫଳରସର ପାନୀୟ ତିଆରି କଲା । କମଳା ରସ ଓ ସେଓ ରସର ଅନୁପାତକୁ ଲଘିଷ୍ଠ ରୂପରେ ଲେଖ ।
2. ଗତ ବର୍ଷ ଆମେ ବିଦ୍ୟାଳୟ ତରଫରୁ ପରିଭ୍ରମଣ ପାଇଁ 3 ଟି ବସ୍ ଭଡ଼ାରେ ଆଣିଥିଲୁ । ତିନୋଟି ଯାକ ବସ୍‌ରେ ମୋଟ 162 ଜଣ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀ ଓ ଶିକ୍ଷକଙ୍କ ପାଇଁ ବ୍ୟବସ୍ଥା ହୋଇପାରିଲା । ଏହି ବର୍ଷ ଆମର 204 ଜଣ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀ ଓ ଶିକ୍ଷକ ଅଛନ୍ତି । ଆମ ପାଇଁ କେତୋଟି ବସ୍‌ର ଆବଶ୍ୟକତା ପଡ଼ିବ ?
3. ଦିଲ୍ଲୀର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 1484 ବର୍ଗ କିଲୋମିଟର ଏବଂ ମୁମ୍ବାଇର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 550 ବର୍ଗ କିଲୋମିଟର । ଦିଲ୍ଲୀର ଜନସଂଖ୍ୟା ପ୍ରାୟ 30 ନିୟୁତ ଏବଂ ମୁମ୍ବାଇର ଜନସଂଖ୍ୟା 20 ନିୟୁତ । କେଉଁ ସହର ଅଧିକ ଜନଗହଳିପୂର୍ଣ୍ଣ ? ଏହା କିପରି ଜାଣିବ ?

4. 155 ସେ.ମି. ଉଚ୍ଚତାର ଏକ ସାରସ(ଏକପ୍ରକାର ବଗ)ର ବେକ ଏବଂ ତା'ର ଶରୀରର ଅବଶିଷ୍ଟ ଅଂଶର ଅନୁପାତ 4:6 ଅଟେ । ଯଦି ତୁମ ବେକ

ଓ ଶରୀରର ଅବଶିଷ୍ଟ ଅଂଶ ମଧ୍ୟ ଏହି ଅନୁପାତରେ ଥାଆନ୍ତି, ତେବେ ତୁମ ବେକର ଲମ୍ବା କେତେ ହେବ ?

5. ଆସ, ଲୀଳାବତୀରୁ ଏକ ପ୍ରାଚୀନ ସମସ୍ୟାର ସମାଧାନ ପାଇଁ ଚେଷ୍ଟା କରିବା । ସେହି ସମୟରେ ଓଜନକୁ ''ପଳା'' ନାମକ ଏକ ଏକକରେ ମପାଯାଉଥିଲା ଏବଂ ''ନିସ୍କାସ୍'' ଟଙ୍କାର ଏକକ ଥିଲା । ଯଦି $2\frac{1}{2}$ ପଳା କେସରର (saffron)ର ମୂଲ୍ୟ $\frac{3}{7}$ ନିସ୍କାସ୍ ହୁଏ, ତେବେ 9 ନିସ୍କାସ୍‌ରେ କେତେ ଓଜନର କେସର କିଣାଯାଇପାରିବ ?

6. ଲିମାର ବୟସ ଏକ ବର୍ଷ । ତା' ବଡ଼ଭାଇର ବୟସ 5 ବର୍ଷ । ଲିମାର ବୟସ କେତେ ହେଲେ, ତା'ର ବୟସ ଓ ତା' ଭାଇର ବୟସର ଅନୁପାତ 1:2 ହେବ ?

7. ସମାନ ଆୟତନର ସୁନା ଏବଂ ପାଣିର ବସ୍ତୁତ୍ୱର ଅନୁପାତ 37:2 ଅଟେ । ଯଦି 1 ଲିଟର ପାଣିର ବସ୍ତୁତ୍ୱ 5 କି.ଗ୍ରା. ହୁଏ, ତେବେ 1 ଲିଟର ସୁନାର ବସ୍ତୁତ୍ୱ କେତେ ହେବ ?

8. 1 ଏକର ଜମି ପାଇଁ 10 ଟନ୍ ଖତ ପ୍ରୟୋଗ କରିବା ଗୋଟିଏ ଆଦର୍ଶ କୃଷି ଅଭ୍ୟାସ ଅଟେ । ଜଣେ ଚାଷୀ 500 ଫୁଟ ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ 200 ଫୁଟ ପ୍ରସ୍ଥ ବିଶିଷ୍ଟ ଜମିରେ ଟମାଟୋ ଚାଷ କରିବାକୁ ଯୋଜନା କଲେ । ସେ କେତେ ପରିମାଣର ଖତ କିଣିବେ ? (ଏହି ଅଧ୍ୟାୟରେ ପୂର୍ବରୁ ଦିଆଯାଇଥିବା ଏକକ ପରିବର୍ତ୍ତନ ବିଭାଗକୁ ଦେଖ)

9. ଗୋଟିଏ ନଳରୁ ଏକ ମଗ୍ ପାଣି ଭର୍ତ୍ତି ହେବାକୁ 15 ସେକେଣ୍ଡ ସମୟ ଲାଗେ । ମଗ୍‌ର ଆୟତନ 500 ମିଲିଲିଟର ଅଟେ । ସେହି ନଳରୁ ଗୋଟିଏ 10 ଲିଟର ଆୟତନ ବିଶିଷ୍ଟ ବାଲ୍‌ଟି ଜଳପୂର୍ଣ୍ଣ ହେବାପାଇଁ କେତେ ସମୟ ଲାଗିବ ?

10. ଏକ ଏକର ଜମିର ମୂଲ୍ୟ 15,00,000 ଟଙ୍କା, ସେହି ଜମିର 2,400 ବର୍ଗଫୁଟର ମୂଲ୍ୟ କେତେ ହେବ ?

11. ସମାନ କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ବିଶିଷ୍ଟ ଚାଷ ଜମିକୁ ଏକ ହଳ ବଳଦ ତୁଳନାରେ ଗୋଟିଏ ଟ୍ରାକ୍ଟର 4 ଗୁଣ ଶୀଘ୍ର ହଳ କରିପାରେ । ଜଣେ ଚାଷୀ ତା'ର 20 ଏକର ଜମିକୁ ଚାଷ କରିବେ । ଏକ ହଳ ବଳଦ ଦ୍ୱାରା ଏକ ଏକର ଜମିକୁ ହଳ କରିବାପାଇଁ 6 ଘଣ୍ଟା ସମୟ ଲାଗୁଥିଲେ, ଏହି ଜମିକୁ ହଳ କରିବାପାଇଁ କେତେ ସମୟ ଲାଗିବ ? ବଳଦ ପରିବର୍ତ୍ତେ ଟ୍ରାକ୍ଟର ଦ୍ୱାରା ହଳ କଲେ କେତେ ସମୟ ଲାଗିବ ?

12. 10 ଟଙ୍କିଆ ମୁଦ୍ରା ହେଉଛି, ତମ୍ବା ଏବଂ ନିକେଲର ଏକ ମିଶ୍ରଧାତୁ । ଏହାକୁ ''କୁପ୍ରୋ-ନିକେଲ'' କୁହାଯାଏ । ଏହି ମିଶ୍ରଧାତୁ ପାଇବାପାଇଁ ତମ୍ବା ଏବଂ ନିକେଲକୁ 3:1 ଅନୁପାତରେ ମିଶାଯାଏ । ମୁଦ୍ରାର ବସ୍ତୁତ୍ୱ 7.74 ଗ୍ରାମ୍ ଅଟେ । ଯଦି ତମ୍ବାର ମୂଲ୍ୟ କିଲୋଗ୍ରାମ୍ ପ୍ରତି 906 ଟଙ୍କା ଓ ନିକେଲ୍‌ର ମୂଲ୍ୟ କିଲୋଗ୍ରାମ୍ ପ୍ରତି 1341 ଟଙ୍କା ହୁଏ । ତେବେ ଏକ 10 ଟଙ୍କିଆ ମୁଦ୍ରାରେ ଥିବା ଏହି ଧାତୁଗୁଡ଼ିକର ମୂଲ୍ୟ କେତେ ହେବ ?

ଆମେ କ'ଣ ଶିଖିଲେ

- a:b ରୂପରେ ଥିବା ଅନୁପାତଟି ସୂଚାଏ ଯେ, ପ୍ରଥମ ପରିମାଣର ପ୍ରତ୍ୟେକ 'a' ଏକକ ପାଇଁ ଦ୍ୱିତୀୟ ପରିମାଣର 'b' ଏକକ ଅଛି । 'a' ଏବଂ 'b' ହେଉଛି ଅନୁପାତର ପଦ ।
- ଦୁଇଟି ଅନୁପାତ: a:b ଏବଂ c:d ସମାନୁପାତୀ (a:b::c:d) ଭାବରେ ଲେଖାଯାଏ, ଯଦି ସେମାନଙ୍କର ପଦଗୁଡ଼ିକ ସମାନ ଗୁଣନୀୟକ ଦ୍ୱାରା ପରିବର୍ତ୍ତିତ ହୁଏ ଅର୍ଥାତ୍ ad = bc
- ଯଦି x କୁ m:n ଅନୁପାତରେ ଦୁଇ ଭାଗରେ ବିଭକ୍ତ କରାଯାଏ, ତେବେ ପ୍ରଥମ ଭାଗର ପରିମାଣ ହେଉଛି –

  ଦ୍ୱିତୀୟ $m \times \frac{x}{m+n}$ ଏବଂ ଦ୍ୱିତୀୟ ଭାଗର ପରିମାଣ ହେଉଛି $n \times \frac{x}{m+n}$ ।

ଗୋଲକଧନ୍ଦା ସମୟ !

ବିନାଇରୋ

'ବିନାଇରୋ', ଏକ ସରଳ ନିୟମ ସହିତ ଏକ ଯୁକ୍ତିମୂଳକ ଗୋଲକଧନ୍ଦା । ଏହା ଟାକୁଜୁ (Takuzu) ନାମରେ ମଧ୍ୟ ପରିଚିତ । ସାଧାରଣତଃ ବିନାଇରୋ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଆକାର ବିନା ଏକ ବର୍ଗ ଗ୍ରୀଡ୍ ଉପରେ ଖେଳାଯାଏ । ଏହାକୁ କିଛି କୋଠରିରେ ଭୂସମାନ୍ତର ରେଖା ଓ ଭୂଲମ୍ବ ରେଖା ସହିତ ଆରମ୍ଭ କରାଯାଏ । ବାକି କୋଠରିଗୁଡ଼ିକ ଖାଲିଥାଏ । କୋଠରି ଗୁଡ଼ିକୁ ଏପରି ଭାବରେ ପୂରଣ କରାଯିବ ଯେପରି:

1. ପ୍ରତ୍ୟେକ ଧାଡ଼ି ଓ ପ୍ରତ୍ୟେକ ସ୍ତମ୍ଭରେ ସମାନ ସଂଖ୍ୟକ ଭୂସମାନ୍ତର ରେଖା ଏବଂ ଭୂଲମ୍ବ ରେଖା ରହିବ ।
2. ଦୁଇରୁ ଅଧିକ ଭୂସମାନ୍ତର ରେଖା କିମ୍ବା ଭୂଲମ୍ବ ରେଖା ପାଖାପାଖି ରହିପାରିବେ ନାହିଁ ।
3. ପ୍ରତ୍ୟେକ ଧାଡ଼ି ଓ ପ୍ରତ୍ୟେକ ସ୍ତମ୍ଭ ଅନନ୍ୟ (unique) ହେବ ।

	|				
				|	
|		|			|
	|				|
				—	
		—			—

ଗୋଲକଧନ୍ଦା

—	|	|	—	—	|
—	|	—	|	|	—
|	—	|	—	—	|
—	|	—	—	|	|
|	—	|	|	—	—
|	—	—	|	|	—

ସମାଧାନ

ନିମ୍ନଲିଖିତ ବିନାଇରୋ ଗୋଲକଧନ୍ଦାଗୁଡ଼ିକୁ ସମାଧାନ କର ।

		|		—	—
	—				
		|		|	
—				—	
		|			

—					
—					—
			|		
	|	|			
					—
	|			|	

				—	
					—
—		—			—
		|	|		
|					

ବିନ୍ଦୁ ଗ୍ରୀଡ୍ (DOT GRID)

ବିନ୍ଦୁ ଗ୍ରୀଡ୍ (DOT GRID)